JAY
OREAR

FISICA FUNDAMENTAL

SEGUNDA EDICION

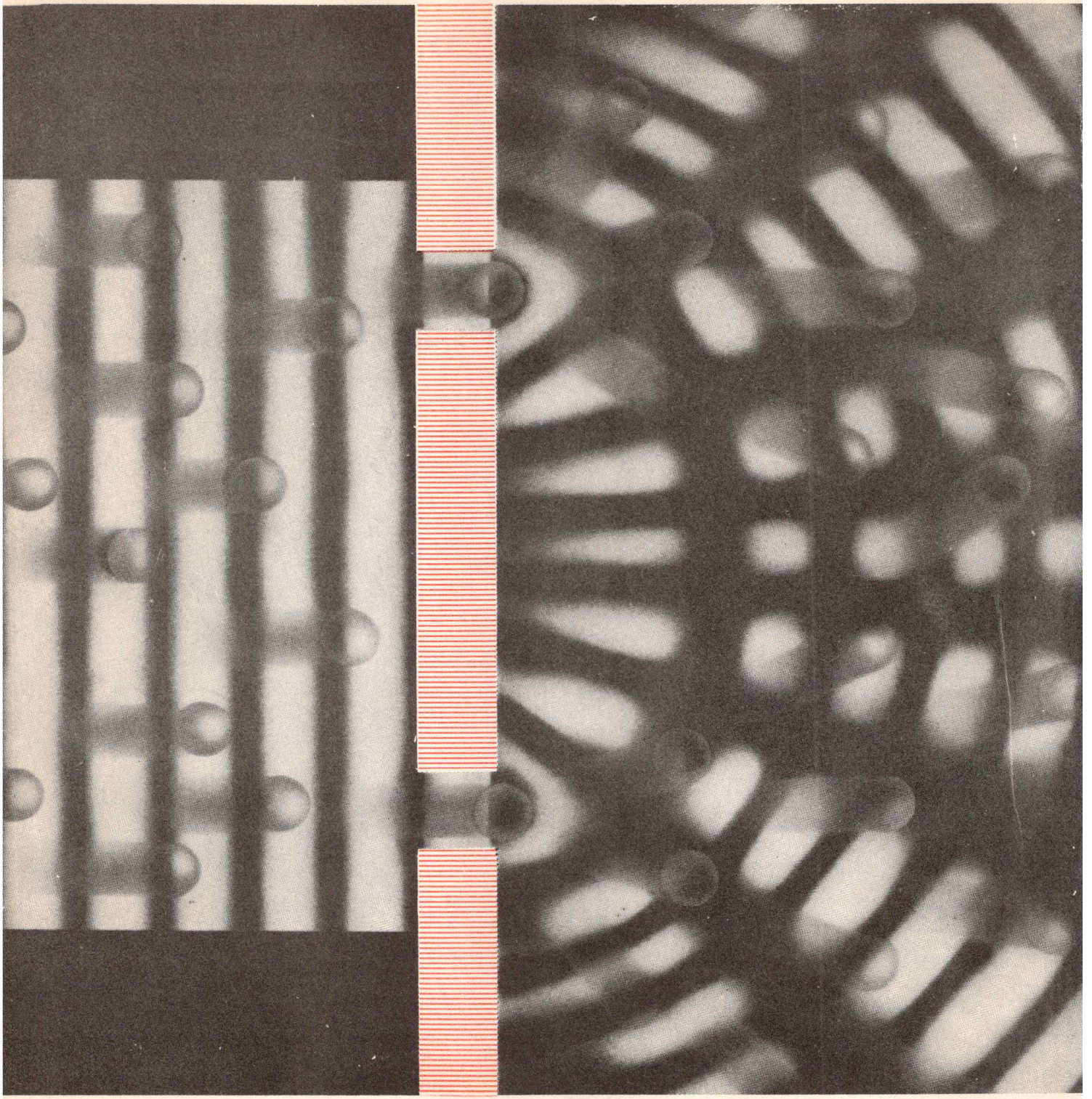
LIMUSA
WILEY

PUNTOS CULMINANTES DE LA SEGUNDA EDICION

- Los ejemplos, ilustraciones y problemas del libro se aumentaron notablemente y un 40% son nuevos, conforme a la experiencia obtenida a través de cinco años de usarlo como texto un sinnúmero de estudiantes y profesores.
- Se ha dado más énfasis a la mecánica cuántica y la relatividad, y los capítulos del 12 al 16 presentan un estudio completo y unificado de la mecánica cuántica.
- La exposición cuantitativa de la cosmología y el principio de Mach, así como del fundamento relativista de la fuerza magnética.
- Se ha actualizado de acuerdo con el creciente avance exponencial de la ciencia y de los nuevos descubrimientos, tales como partículas elementales, cuasars y lasers, los cuales se han incluido en las partes más apropiadas, sin alterar la secuencia lógica de los conceptos ni su claridad.

Jay Orear

FÍSICA FUNDAMENTAL



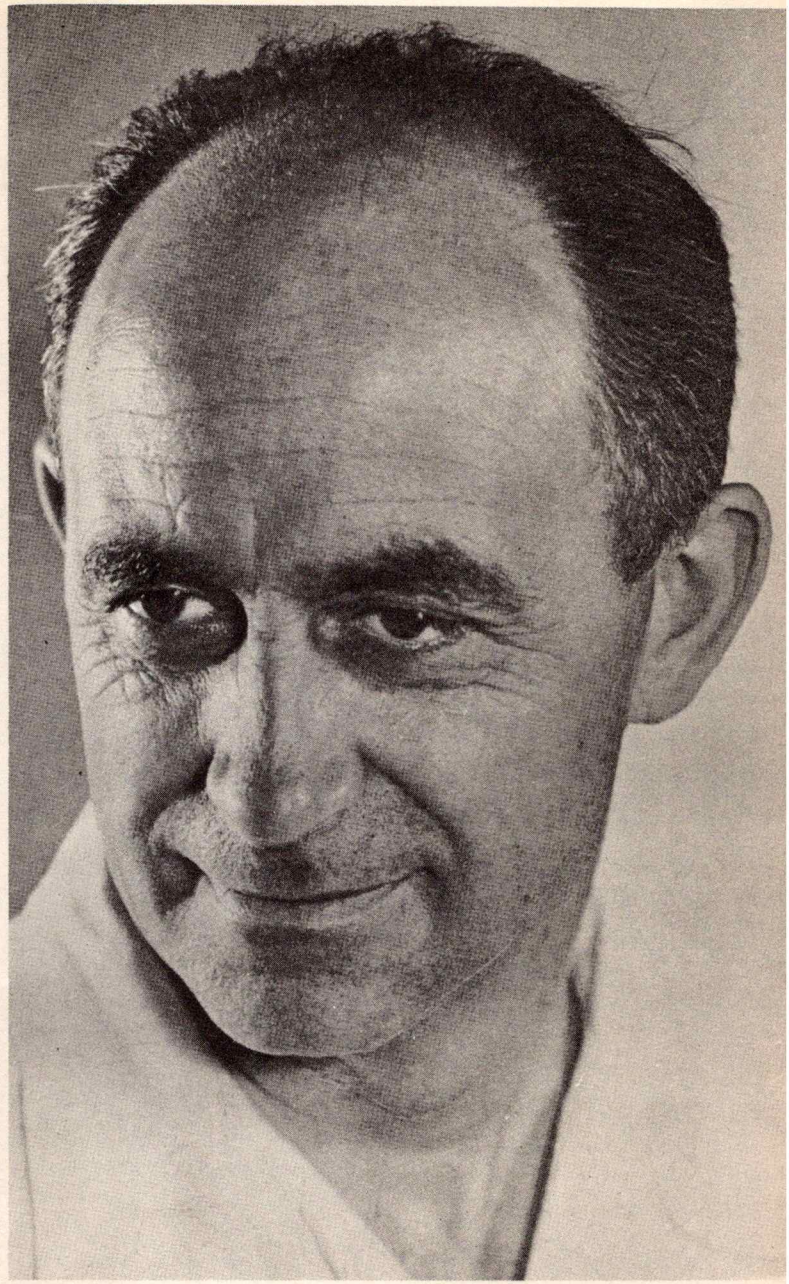
Física Fundamental

SEGUNDA EDICION

Jay Orear

PROFESOR DE FISICA
DE LA UNIVERSIDAD DE CORNELL

EDITORIAL LIMUSA-WILEY, S. A.
MEXICO 1970



Enrico Fermi, 1901-1954

Nota a los Estudiantes

Este libro tiene una nueva característica que es una especie de "máquina de enseñanza autodidáctica". En la parte inferior de cada página (siempre que haya sitio) existe una pregunta para "probar su comprensión" y en la siguiente página está la respuesta. Para el mayor aprovechamiento de estas preguntas, el lector deberá detenerse y responder cada una de ellas antes de continuar o ver la respuesta correspondiente. Estas preguntas son relativamente fáciles y generalmente se pueden contestar verbalmente. Es probable que el no responder a una pregunta se deba a que el lector no entendió lo recién estudiado, lo cual es un problema común en el estudio de la Física. Leer puede ser fácil; pero entender requiere algo más que leer o memorizar, exige pensar y no existe una forma simple de evitarlo. Por tanto, el hecho de equivocarse en una de estas preguntas, indica que no se debe continuar sin leer y razonar la sección aludida. Recuerde que empezamos a ser juiciosos, sólo cuando nos damos cuenta de que no entendemos.

Se puede obtener mayor ayuda de esta naturaleza a base de utilizar el libro titulado *Programmed Manual of College Physics** de Jay Orear publicado por John Wiley & Sons, Inc. Este es un texto de enseñanza programada que trata en forma más completa casi todo el material del presente libro.

* Lo publicará en español la Editorial Limusa-Wiley, S. A., México, D. F., con el título de *Física Fundamental Programada.*

Prólogo a la segunda edición

Esta segunda edición no es una revisión en la cual los problemas se hayan renumerado y los conceptos de la Física actualizado a base de añadir unas cuantas páginas al final del libro. Es un intento importante de volver a escribir todo el libro con objeto de aumentar las explicaciones, sin ampliar mucho el tema. Algunos conceptos nuevos se han agregado; sin embargo, existen muchos más ejemplos, figuras y problemas. Más de 100 de las ilustraciones y alrededor de 100 problemas son nuevos. Muchos de los nuevos ejemplos y explicaciones se basan en la experiencia de 5 años adquirida por estudiantes y profesores. Se pueden consultar otras fuentes, tales como el *Programmed Manual of College Physics,* las conferencias y grupos de estudio patrocinados por la "Commission on College Physics".

Una innovación principal es el tratamiento profundo y unificado de la mecánica cuántica elaborado en los capítulos 12 al 16. Pienso que estos capítulos constituyen un importante curso introductorio a la mecánica cuántica, a un nivel matemático que no incluye cálculo. No conozco otro texto introductorio de Física a este nivel, que desarrolle los conceptos y aplicaciones de la mecánica cuántica en forma tan completa y cuantitativa, y estoy convencido que se puede enseñar bastante mecánica cuántica sin cálculo. En la mayoría de los temas de Física que se explican con o sin cálculo, prefiero no usarlo, aun para graduados, ya que esta explicación usualmente proporciona mayor comprensión física y es más fácil de visualizar.

He tenido la experiencia, que los estudiantes de nuevo ingreso a los centros de estudios superiores pueden dominar algunos de los conceptos básicos de la mecánica cuántica así como de la relatividad especial y además estos temas les divierten e interesan. Por consiguiente, en esta segunda edición se ha dado mayor énfasis a la mecánica cuántica y la relatividad. Tal vez sea ésta la nueva tendencia, que a estas materias ahora se les da importancia en algunos de los libros introductorios más recientes. Pero creo que este libro da una explicación más elaborada en términos de mecánica cuántica, de la estructura atómica, teoría de metales, estructura nuclear, difracción por dispersión, semiconductores, hibridización, lasers, radiactividad, etc. Otras características de la nueva edición, son el tratamiento cuantitativo de la cosmología, principio de Mach y fundamento relativista de la fuerza magnética.

Cuando se publicó la primera edición en 1960, se consideró atrevido tratar de un curso introductorio temas tan profundos como la relatividad, mecánica cuántica y sus aplicaciones a la física atómica, del estado sólido, nuclear y de alta energía. Otras innovaciones de la primera edición fueron el formato, el empleo de dos colores en toda la obra, amplio uso de fotografías tomadas en cámaras de burbuja, esquemas cuantitativos de nubes electrónicas, unidades gaussianas en electricidad y un manual programado para estudiantes con "exámenes de verdadero y falso". Desde entonces han aparecido nuevos libros a nivel de escuelas secundarias y superiores que presentan las innovaciones mencionadas. En conexión con los recientes cursos introductorios para estudiantes que se especializan en Física, en Cal Tech y Berkeley se elaboró material adicional de investigación. Considero que parte de este nuevo material es apropiado para estudiantes de otras especialidades y lo he incorporado a esta edición con las modificaciones pertinentes.

Esta edición tiene una nueva característica que consiste en una especie de máquina de enseñanza autodidáctica en cada página. La experiencia que se ha tenido con el manual programado que acompaña a este texto, ha demostrado que una de sus principales ventajas es que el estudiante se cerciora realmente si ha comprendido o no el material recién estudiado, pues sólo una persona excepcionalmente juiciosa podría determinar con toda precisión lo que ha entendido o no. Debería instarse a los alumnos a responder las preguntas de la parte inferior de cada página, antes de consultar las respuestas.

Se ha hecho todo lo posible por actualizar esta nueva edición de acuerdo con el creciente avance exponencial de la ciencia. Debo confesar, que en los últimos seis años la Física ha progresado más rápido de lo que había previsto, y el ritmo de crecimiento parece aumentar con el tiempo. Por ejemplo, tómese el número de partículas elementales, las cuales cuando se terminó la primera edición eran menos de 30, pero en los últimos cinco años han aumentado de 30 a alrededor de 200 sin límite aparente. Por fortuna las partículas recién descubiertas han revelado nuevos patrones o simetrías que permiten comprender con más facilidad las 30 originales. Pero también recientemente se han descubierto violaciones a ciertas simetrías o leyes de conservación que se pensaba deberían cumplir las partículas elementales. Estos y otros nuevos desarrollos tales como los cuasars y lasers se han incorporado en las partes más apropiadas de este libro, y aun la

física clásica es "moderna". Toda la Física se pone en el contexto de 1966 y no en 1900 como ocurre en la mayoría de los libros, o en 1925 como en algunos de los llamados libros de física moderna.

Quedo agradecido a los estudiantes, asistentes de cátedra y profesorado de la Universidad de Cornell por la gran cantidad aportada de material nuevo. Quiero agradecer en particular a los profesores Alan Bearden, Robert Sproull, Phil Morrison y R. Rajaraman. También deseo reconocer las discusiones estimulantes sostenidas con el profesor Matt Sands relativas al nuevo curso de Cal Tech desarrollado por Feynman, Leighton y Sands que no ayudan sino ejercen una gran influencia sobre los futuros autores de libros de Física.

Jay Orear

Septiembre de 1966

Prólogo a la primera edición

¿Qué es en realidad la Física? ¿Qué impulsa al Universo? ¿Cuáles son los secretos de la Naturaleza? Estas preguntas son un ejemplo del espíritu y motivación de este libro, que está escrito como texto de un curso de un año a nivel universitario para estudiantes que carezcan de un entrenamiento previo completo en matemáticas y ciencias, pero que debería ser también útil a los estudiantes de ciencias que estudian Física por primera vez.

En este libro se ha dado mayor importancia a los principios o leyes fundamentales de la Naturaleza, sobre los cuales se basa la Ciencia. Abarca una parte amplia de una colección de temas que se llama Física. Por tanto, es otro texto de Física más, pero estudia en forma somera los temas que esencialmente son sólo aplicaciones, pero que tradicionalmente se incluyen en la Física. Por ejemplo, se dirá muy poco acerca de las máquinas, la dinámica de las rotaciones, la fotometría, los instrumentos ópticos, la teoría de corriente alterna, la calorimetría, la elasticidad, la acústica, etc. Al restringir el libro a la "Física fundamental", en contraposición a la "Física aplicada", estudiaremos una cantidad menor de temas, pero ganaremos profundidad en el estudio de los que tratemos. La principal excepción a esta regla es el capítulo 9, en el cual se estudia la electrónica con detalles suficientes para que sea posible explicar los principios básicos de la radio y la televisión, con la intención de dar a conocer las inmensas posibilidades tecnológicas que ofrece nuestra comprensión de las leyes de la Naturaleza. Aquellos a quienes desagrade enseñar Ingeniería en un curso de Física pueden omitir este capítulo.

Debido a su propia naturaleza, la Física fundamental es profundamente filosófica. Es la lucha continua de la mente del Hombre contra la Naturaleza, contra una Naturaleza llena de sorpresas desagradables, a las cuales se debe adaptar. Es tentador presentar esta batalla de la mente del Hombre contra la Naturaleza al estudiante de artes liberales empleando un enfoque filosófico-histórico. Al emplearlo, es frecuente enseñar algo acerca de la Ciencia en lugar de enseñar la Ciencia misma sin darle al estudiante una comprensión real del mundo físico en el que vive. El "hombre culto" debe estar expuesto a ambos enfoques. Idealmente debería estudiar a la Ciencia y sus relaciones con otras disciplinas en los cursos de Filosofía. Por otra parte, no resulta perjudicial adoptar este "enfoque humanista" en los cursos de introducción a la Física, siempre y cuando se le dé primordial importancia a la enseñanza de la Ciencia mis-

ma. En consecuencia, este libro está parcialmente dedicado a la influencia de la Ciencia en nuestra cultura. Se discuten los métodos de la Ciencia, el "arte" del descubrimiento científico, la responsabilidad social de los científicos, junto con las relaciones filosóficas, sociales y políticas de la Ciencia con nuestra cultura, pero estas discusiones tienen un papel secundario en la presentación del tema, que es la Ciencia misma. Se emplea lo emocionante, así como el valor cultural de la historia de la Física cuando esto resulta apropiado a los fines que nos hemos propuesto. La prueba definitiva que nos muestra si un estudiante ha comprendido a la Ciencia en sí, es la resolución de problemas que requieran cierta reflexión. Mi experiencia con la mayor parte del material y los problemas de este libro en las Universidades de Columbia y Cornell indica que es posible que los estudiantes de artes liberales no científicas dominen los principios fundamentales y lo demuestren aplicándolos a la resolución de problemas.

El orden de la presentación ha quedado determinado por mis preferencias pedagógicas. Estas preferencias tienden hacia un desarrollo de secuencias lógicas. A veces, la "Física moderna" logra ser presentada antes de las versiones "clásicas y preclásicas". Usualmente he tratado de evitar la secuencia: enséñese al estudiante el tema de acuerdo con la "Física antigua", dígase al estudiante que esta versión está equivocada, y trátese que el alumno lo olvide y lo vuelva a aprender en la nueva versión. Cuando se presenta algún tema nuevo, se estudia inicialmente la versión final. Entonces, desde este punto de vista, el estudiante puede observar y comprender más profundamente las diversas ideas "antiguas". La secuencia de los temas no quedó determinada por tradición, sino por los requerimientos de un desarrollo lógico bastante riguroso. Por ejemplo, el fenómeno general de la penetración de barreras se introduce en una discusión de la emisión de campo de electrones de un metal. Esta discusión depende de las presentaciones anteriores de la energía de Fermi, de la unión metálica y de los diagramas de potencial, que dependen a su vez de la presentación de las ondas electrónicas en una caja, las nubes electrónicas atómicas y del potencial eléctrico. Siguiendo inversamente la cadena lógica de desarrollo tenemos la dualidad onda-partícula, la interferencia de ondas, la electricidad, la energía, la mecánica, etc. Por consiguiente, la mayor parte de las páginas de este libro están unidas formando la cadena central de un desarrollo lógico. Debido a la estructura teórica

compacta y unificada, de la Física, los capítulos no corresponden a la serie de viejos y clasificados temas "independientes" que se encuentran en los textos tradicionales. Me ha sido imposible formar con los capítulos paquetes cerrados, autosuficientes y herméticos. El presentar la Física clásica de esa manera puede ser más sencillo y más satisfactorio para algunos, pero sucede que la Naturaleza no es así. He tratado de presentar el verdadero producto, admitiendo abiertamente las imperfecciones y limitaciones de la Física actual.

También he tratado de hacer frente a que nuestra descripción actual de los fenómenos físicos requiere de la teoría cuántica. Al desarrollarse recientemente la electrodinámica cuántica, nuestra comprensión del mundo físico y de la estructura de la materia han sufrido un enorme desarrollo. Si fuera posible, a los estudiantes universitarios debería dárseles una visión de nuestra comprensión actual de tales temas. Algunos profesores de Física pueden pensar que los temas tales como las nubes electrónicas, la teoría cuántica de las uniones químicas, la energía de Fermi, la dilatación del tiempo, la estructura nuclear, la cosmología, y la conservación de la paridad son demasiado abstractos para el estudiante de los primeros años en las universidades. Sin embargo, mi experiencia en la enseñanza de este curso durante los últimos seis años me demuestra que a los estudiantes de artes liberales les es más difícil entender la tercera ley de Newton que la energía de Fermi o la invariancia de la conjugación de carga. No solamente terminan el curso habiendo adquirido una sensación física de la Física moderna, sino que también manifiestan una marcada predilección de la Física moderna por encima de la Física clásica.

Para concluir deseo expresar mi agradecimiento a mis colegas de Cornell por su aliento, y particularmente a los profesores Robert Sproull, Phillip Morrison, John De Wire y Richard Feynman por sus múltiples y muy útiles sugerencias. Muchas personas contribuyeron amablemente a la reunión del material visual de este libro, tarea que me hubiera sido imposible sin su colaboración. He empleado el material visual del Comité de Estudio de las Ciencias Físicas de Servicios Educativos Inc. (Physical Science Study Committee of Educational Services Inc.) y les estoy muy agradecido, así como al profesor Francis Friedman por su ayuda y cooperación. El señor Kim Choy, de Cornell, me ayudó mucho en los cálculos de las nubes de electrones del hidrógeno y del deuterio. Agradezco la valiosa ayuda del señor Francis Schrag y de los muchos estudiantes que

contribuyeron en gran parte a la edición preliminar de este libro, que se usó en Cornell durante los dos últimos años.

Mi mayor deuda es a Enrico Fermi, que no solamente me enseñó una gran parte de la Física que sé, sino que también me enseñó cómo enfocarla. Como maestro, Fermi fue famoso debido a su habilidad para convertir los temas más difíciles en algo bellamente simple, en una forma clara y directa, sin emplear mucho las matemáticas, pero con una gran visión física. La meta que he tratado de alcanzar ha sido presentar el espíritu y las emociones de la Física en la forma que Fermi lo hubiera hecho.

Jay Orear

Septiembre de 1960

Contenido

Capítulo 1 Introducción

1-1 ¿Qué es la Física? *22*
1-2 Unidades *25*
*1-3 Las Matemáticas de la Física *28*
*1-4 Representaciones gráficas *35*
*1-5 Ciencia y sociedad *36*

Capítulo 2 Cinemática

2-1 Velocidad *42*
2-2 Aceleración *46*
2-3 Movimiento compuesto *52*
2-4 Vectores *53*
*2-5 Movimiento de proyectiles *56*
2-6 Aceleración centrípeta *59*
2-7 Satélites de la Tierra *61*
*2-8 Revisión de unidades *63*

Capítulo 3 Dinámica

3-1 Las leyes del movimiento de Newton *70*
3-2 La conservación del impulso *72*
3-3 Fuerza *78*
3-4 El plano inclinado *82*
3-5 Máquina de Atwood *83*
3-6 El péndulo simple y el movimiento armónico simple *84*

Capítulo 4 Gravitación

4-1 La ley de gravitación universal de Newton *92*
4-2 Leyes de Kepler *94*
4-3 Derivación de las leyes de Kepler *97*
4-4 Peso y ausencia de peso *102*
4-5 Masa gravitacional *106*

Capítulo 5 Impulso angular y energía

5-1 Conservación del impulso angular *114*
5-2 Centro de masas *116*
5-3 Estática *118*
5-4 Energía *120*
5-5 Energía potencial *122*
5-6 Conservación de la energía *123*
5-7 Diagramas de energía potencial *126*
5-8 Energía potencial gravitacional *127*
5-9 Velocidad de escape *129*
5-10 Fricción y calor *131*
5-11 Equivalencia entre la masa y la energía *134*
5-12 Conservación de partículas pesadas *136*

* Se puede omitir en cursos rápidos o más cortos

Capítulo 6
La teoría cinética

6-1 Densidad *142*
6-2 Presión *142*
*6-3 Hidrostática *143*
6-4 Atomos y moléculas *146*
6-5 La ley de los gases ideales *147*
6-6 Temperatura *151*
6-7 Ley de Avogadro *155*
6-8 La teoría cinética del calor *157*
*6-9 Cambios de estado *159*
*6-10 La cámara de burbujas *161*
6-11 Mecánica estadística *162*

Capítulo 7
Electrostática

7-1 La estructura electrónica de la materia *170*
7-2 Concepto de carga *171*
7-3 Ley de Coulomb *174*
7-4 Inducción electrostática *177*
7-5 Campo eléctrico *178*
7-6 Líneas de fuerza *180*
7-7 Distribuciones de carga *183*
7-8 Energía potencial eléctrica *189*
7-9 Potencial eléctrico *193*

Capítulo 8
Electromagnetismo

8-1 Corriente eléctrica *204*
8-2 La fuerza magnética *207*
8-3 El campo magnético *210*
8-4 Fuerza sobre una corriente *214*
8-5 Ley de Ampère *217*
*8-6 Teoría del magnetismo *222*
*8-7 Ley de inducción de Faraday *226*
*8-8 Ecuaciones de Maxwell *229*
*8-9 Radiación electromagnética *230*

Capítulo 9
Aplicaciones eléctricas

9-1 Unidades prácticas *240*
*9-2 La ley de Ohm *240*
*9-3 Teoría de circuitos *242*
*9-4 Radio y televisión *246*
9-5 El electrón-volt *247*
9-6 El ciclotrón *249*
9-7 Aceleradores de alta energía *250*

Capítulo 10
Movimiento ondulatorio y luz

10-1 Ondas electromagnéticas *260*
10-2 El espectro electromagnético *261*
10-3 Interferencia *263*
10-4 Interferencia con una doble rendija *270*
10-5 La rejilla de difracción *273*
10-6 Optica geométrica *276*

Capítulo 11
Relatividad

11-1 El principio de relatividad *286*
11-2 El problema del éter *288*
11-3 La contracción de Lorentz *293*
11-4 Dilatación del tiempo *294*
11-5 La paradoja de los gemelos *297*
11-6 Adición de velocidades de Einstein *298*
11-7 Simultaneidad *300*
11-8 Mecánica relativista *301*
*11-9 Relatividad general *307*
*11-10 Principio de Mach *309*
*11-11 Cosmología *311*

Capítulo 12
Teoría cuántica

12-1 Resumen de la Física clásica *322*
12-2 El efecto fotoeléctrico *325*
12-3 Dualidad onda-partícula *328*
12-4 Difracción de electrones *333*
12-5 El principio de incertidumbre *335*

Capítulo 13
Teoría atómica

13-1 Ondas asociadas a los electrones en una caja *344*
13-2 El átomo de hidrógeno *346*
13-3 El espectro del hidrógeno *356*
13-4 El modelo de Bohr *358*
13-5 Estructura atómica *362*
13-6 La tabla periódica de los elementos *365*
*13-7 Rayos X *372*

Capítulo 14
La estructura de la materia

14-1 Teoría molecular *382*
14-2 Sólidos cristalinos *385*
14-3 Gas de electrones, de Fermi *387*
14-4 Conductividad eléctrica *389*
14-5 Semiconductores *391*
*14-6 Superfluidez *395*
*14-7 Lasers *396*
14-8 Penetración de barrera *397*

Capítulo 15
Física nuclear

15-1 Propiedades de los núcleos *408*
15-2 Decaimiento radiactivo *413*
15-3 Radioisótopos *416*
*15-4 Efectos biológicos de la radiación *418*
15-5 Difracción por dispersión *422*
15-6 La fuerza nucleón-nucleón *424*
15-7 Estructura del núcleo *425*
15-8 Fisión nuclear *430*
15-9 Fusión nuclear *432*
*15-10 Rayos cósmicos *434*
*15-11 Responsabilidad social de los científicos *437*

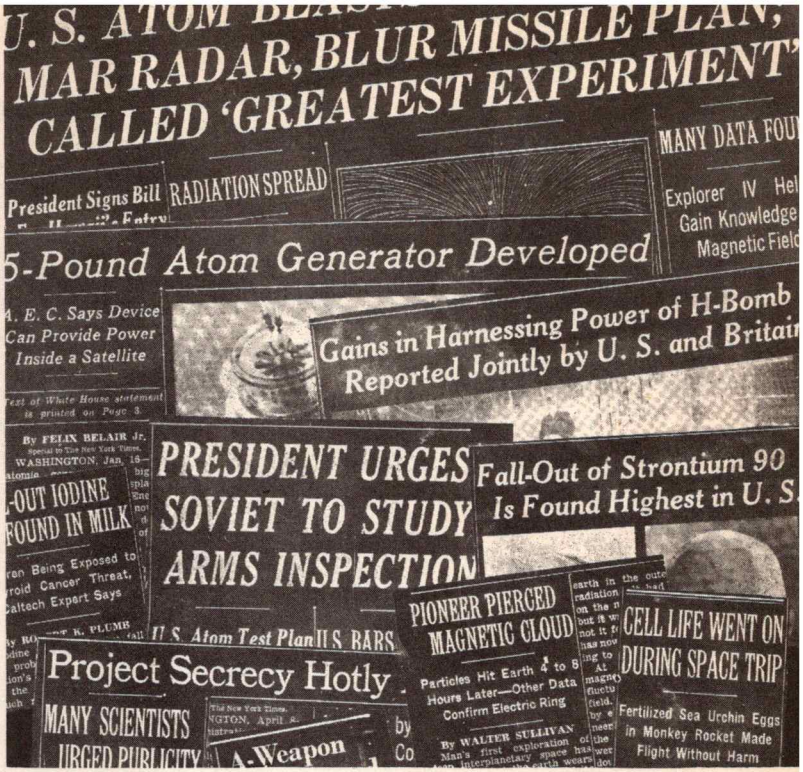
Capítulo 16
16-1 Introducción

16-1 Introducción *446*
16-2 Desintegración Beta y la interacción débil *447*
16-3 Antimateria *452*
16-4 Simetría de las antipartículas *456*
16-5 Conservación de leptones *456*
16-6 Los hadrones *458*
16-7 No conservación de la paridad *468*
16-8 Resumen de las leyes de conservación *472*
16-9 Problemas para el futuro *474*

Apéndices

Tablas *479*
Respuestas a los problemas pares *483*

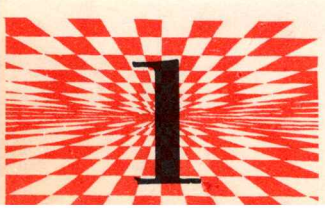
Indice *489*



Introducción

1

Introducción



1-1 ¿Qué es la Física?

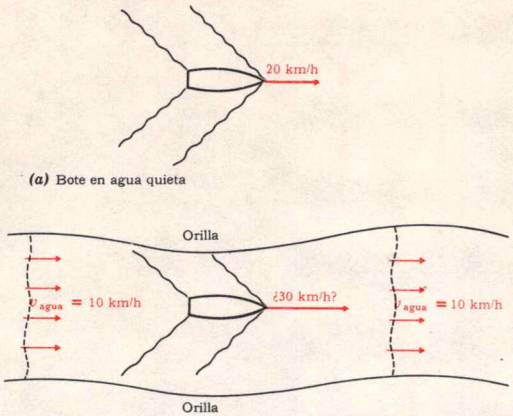
La Física es la actividad que realizan los físicos hasta altas horas de la noche.

No existe una definición concreta de lo que es la Física ni de cuáles temas pertenecen a su campo y cuáles no. El examen del contenido de este libro da una idea de los tópicos que el autor considera que pertenecen al campo de la Física.

Uno de los objetivos que persiguen los físicos es el de encontrar las "reglas" que rigen el comportamiento del universo en que vivimos. Algunas de estas reglas han resultado sorprendentes tanto a los científicos como a los filósofos. De hecho, algunos de estos descubrimientos fueron tan sorprendentes y tan contrarios al sentido común, que tardaron en ser aceptados aun por científicos que habían ganado el premio Nóbel. Por ejemplo, Einstein presentó en 1905 sus teorías de la relatividad y del efecto fotoeléctrico; sin embargo, no fue sino hasta 1921 que recibió el premio Nóbel por esta última. Él nunca recibió un premio Nóbel por sus trabajos en relatividad. Aparentemente algunos de los antiguos ganadores del premio (que ayudan a seleccionar a los futuros ganadores) encontraron muy radical esta teoría.

Los físicos desconfían actualmente del sentido común y de lo que parece obvio. El sentido común es producto de la mente humana y no existen razones para que la madre naturaleza esté obligada a actuar conforme a aquélla. Por ejemplo, se debe desconfiar aun de que $2 + 2 = 4$ cuando se quiera aplicar esta regla al mundo físico. De hecho hemos aprendido que 200 millones de metros por segundo más 200 millones de metros por segundo no son 400 millones de metros por segundo sino *¡273 millones de metros por segundo!* Ahora se sabe que las velocidades se deben sumar de una manera que parece peculiar al sentido común. La velocidad resultante siempre es menor que la suma de sus componentes. Si las velocidades son pequeñas comparadas con la velocidad de la luz, este efecto es muy notable, pero existe. Considérese, como un ejemplo, un bote en un río que se mueve con una velocidad de 20 km/h con respecto al agua del río, en la dirección de la corriente que tiene una velocidad de 10 km/h. La velocidad resultante con respecto a la orilla debería ser exactamente la suma de estas dos velocidades; es decir 30 km/h. Sin embargo, de acuerdo con las leyes de la Física, la velocidad del bote será ligeramente menor a la suma de las

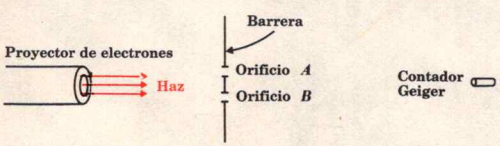
Fig. 1-1. Un bote navegando en dirección de la corriente. En (*a*) el bote es observado por una persona que está flotando en el agua. En (*b*) el bote es observado desde la orilla.



(a) Bote en agua quieta

(b) El mismo bote en una corriente de 10 km/h

Fig. 1-2. Cañón electrónico que dispara un haz de electrones a través de los orificios *A* y *B*.



dos velocidades. La respuesta correcta será entonces $v_{bote} = 29.9999999999999866$ km/h. De aquí se ve el porqué tardó tanto en descubrirse este efecto. En el capítulo 11 se estudiarán las leyes de la Física que se han usado para obtener este resultado. Es la ley de adición de velocidades de Einstein:

$$v_{resultante} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

donde $c = 300{,}000$ km/seg es la velocidad de la luz. En el ejemplo anterior $v_1 = 10$ km/h y $v_2 = 20$ km/h. Es claro que para problemas de la vida diaria $v_1 v_2 / c^2$, es tan pequeño que la vieja ley clásica

$$v_{resultante} = v_1 + v_2$$

es bastante adecuada.

Ahora se considerará otro ejemplo que va en contra del sentido común. En este ejemplo, 2 + 2 puede ser cero, o si se prefiere, se puede hacer que 2 + 2 = 8. Se dispara un haz de electrones sobre una barrera opaca que tiene dos orificios (*A* y *B*). A continuación se coloca un pequeño contador geiger detrás de la barrera y se tapa el orificio *B*. El contador registra dos electrones por segundo. Ahora se destapa el orificio *B* y se tapa el *A* y el contador vuelve a registrar dos cuentas por segundo. En seguida se destapan ambos orificios y el contador ¡no registra nada! No sólo el todo es menor que las partes, como en la adición de velocidades de Einstein, sino que es aún menor que cualquiera de ellas. Si se prefiere contar 8 electrones por segundo, sólo se tiene que mover el contador geiger ligeramente en la dirección vertical y se encontrará un lugar en donde el todo es dos veces la suma de sus partes. A primera vista esto puede ser difícil de aceptar, pero es la verdad. De hecho, tales fenómenos se han observado en el laboratorio (ver Fig. 12-8 del capítulo 12). Este fenómeno particular es debido a la naturaleza ondulatoria de la materia. En el capítulo 12 se aprenderá que todas las partículas tienen ciertas propiedades ondulatorias y que entonces tales fenómenos resultan de una manera natural. La Fig. 1-3 muestra cómo se verían las ondas asociadas con los electrones cuando pasan a través de los orificios *A* y *B*.

Los ejemplos anteriores ilustran respectivamente aplicaciones de las teorías de la relatividad y cuántica. Muchos

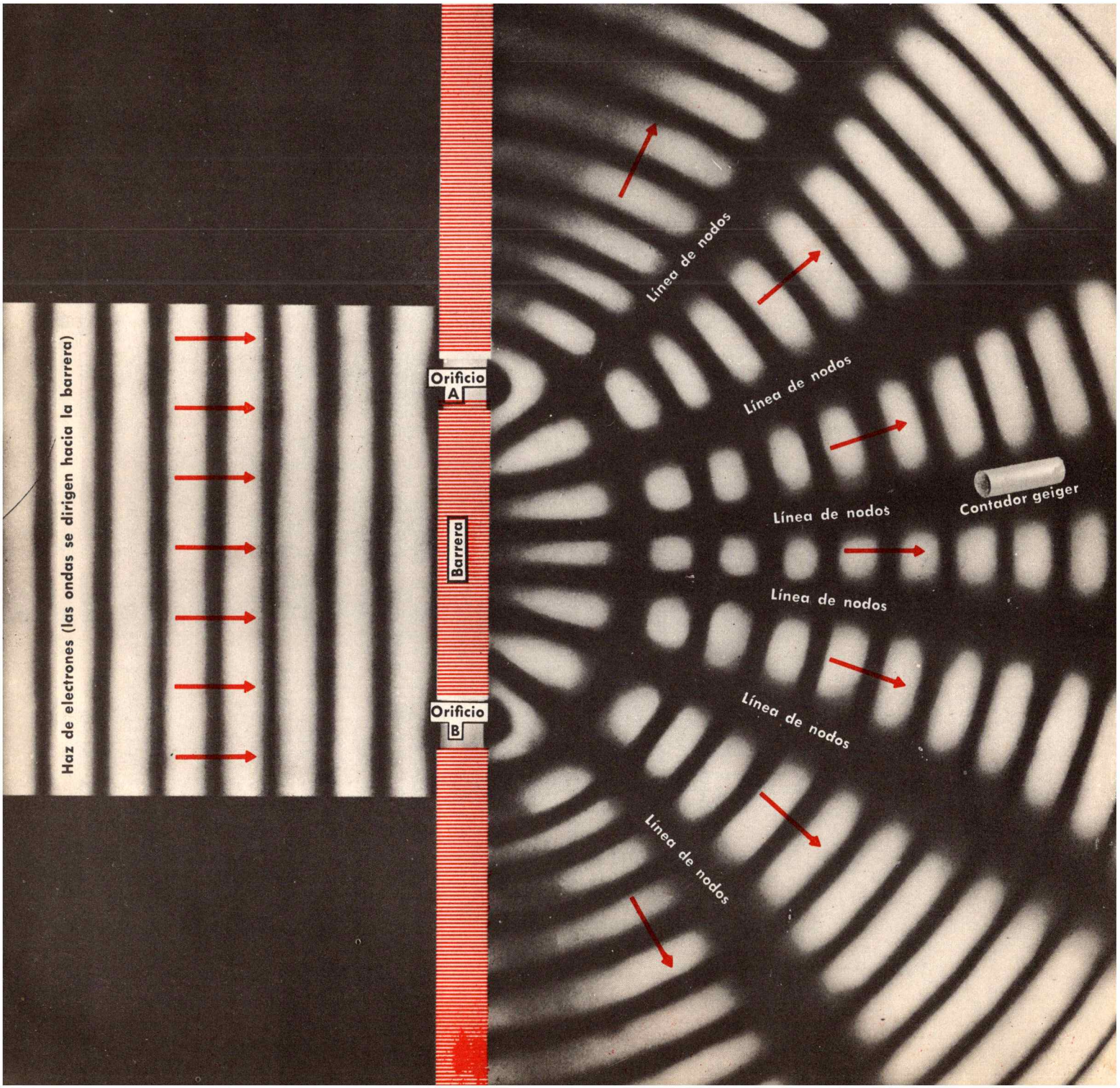

Haz de electrones (las ondas se dirigen hacia la barrera)
Orificio A
Barrera
Orificio B
Línea de nodos
Línea de nodos
Línea de nodos
Contador geiger
Línea de nodos
Línea de nodos
Línea de nodos
Línea de nodos

TABLA 1-1

Cantidad física	Unidades
Área	L^2
Volumen	L^3
Velocidad	L/T
Aceleración	L/T^2
Densidad	M/L^3
Impulso	ML/T
Fuerza	ML/T^2
Energía	ML^2/T^2

de los fenómenos físicos básicos son aplicaciones de estas teorías; consecuentemente, una parte significativa de este libro estará dedicado a ellas.

1-2 Unidades

L, T y M

Una buena parte de la Física tiene que ver con la medida de cantidades físicas tales como longitud, tiempo, frecuencia, velocidad, área, volumen, masa, densidad, carga, temperatura y energía. Muchas de estas cantidades están relacionadas entre sí. Por ejemplo la velocidad es longitud dividida entre tiempo; la densidad es masa dividida entre volumen, y volumen es el producto de tres longitudes. La mayoría de las cantidades físicas están relacionadas con la longitud, el tiempo y la masa. Algunas de estas relaciones se muestran en la tabla 1-1. Se estudiarán estas cantidades físicas conforme se vayan presentando en el libro.

Longitud

La geometría euclidiana establece las definiciones de longitud, área y volumen. Actualmente se encuentran en uso varias unidades patrones para la longitud, tales como el metro, la pulgada, el pie, la milla y el centímetro. Excepto en los Estados Unidos y algunas partes de la Comunidad Británica, casi todas las naciones del mundo usan el sistema métrico. Aun en Inglaterra se está tratando de adoptar el sistema métrico. Aunque el sistema de unidades inglés es el sistema oficial en los Estados Unidos, los científicos americanos usan casi exclusivamente el sistema métrico. En este libro se procurará emplear sólo este sistema, aunque en ocasiones aparezcan unidades del primero.

El metro se definió originalmente en términos de la distancia del polo norte al ecuador. Esta distancia es aproximadamente 10,000 km o 10^7 metros. Metro patrón es la distancia entre 2 marcas que se encuentran sobre una barra de una aleación de platino y que se guarda en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas, en Francia. Sin embargo, la naturaleza provee una unidad de longitud mucho más exacta que la distancia entre dos marcas en un pedazo de metal, y ésta es la longitud de onda de la luz de cualquier línea espectral bien definida. El metro patrón en Francia se ha calibrado en término de un cierto número de longitudes de onda de la luz de cierta línea

Fig. 1-3. Un haz de ondas luminosas que pasa a través de dos orificios. Así se vería la intensidad luminosa en un instante dado de tiempo. Las zonas negras corresponden a intensidad cero. De acuerdo con la moderna teoría ondulatoria de la materia, las ondas electrónicas se deben comportar de una manera similar.

TABLA 1-2
ÓRDENES DE MAGNITUD DE DISTANCIAS

Distancias en centímetros	
	Distancia a la más alejada de las galaxias fotografiadas
10^{25}	
	Distancia a la nebulosa de Andrómeda (galaxia más cercana) Radio de nuestra galaxia
10^{20}	
	Un año luz (distancia que la luz viaja en un año)
	Tamaño del sistema solar
10^{15}	
	Distancia de la Tierra al Sol Radio del Sol
10^{10}	
	Radio de la Tierra
10^{5}	Altura del Monte Everest Un km o 6/10 de milla
10^{0}	Un metro o una yarda
	Un centímetro o 4/10 de pulgada
10^{-5}	Un milímetro Diámetro de un cabello Diámetro de un glóbulo rojo Longitud de onda de la luz
10^{-10}	
	Tamaño de una molécula orgánica Diámetro del átomo de hidrógeno
	Diámetro del núcleo de uranio
10^{-15}	Diámetro de una partícula elemental

espectral. En los Estados Unidos la pulgada esta definida en términos del metro patrón internacional, de tal manera que una pulgada es exactamente igual a 2.54 centímetros (100 centímetros = 1 metro).

En el apéndice, al final del libro, se encuentran otras conversiones. Para resolver problemas comunes será necesario convertir unidades inglesas en unidades del sistema métrico*. La tabla 1-2 muestra algunas de las distancias más pequeñas (diámetro de una partícula elemental) y más grandes (distancia a la más alejada de las galaxias observadas) que se han encontrado en la Física.

Tiempo

Como el tiempo es un concepto físico, su definición está relacionada con ciertas leyes de la Física. Por ejemplo, las leyes de la Física establecen que, con gran precisión, el período de rotación de la Tierra es contante. Este hecho puede emplearse para definir una unidad básica para el tiempo: el día solar medio. Las leyes de la Física establecen también que el período de oscilación de un cristal vibrando debe permanecer constante, si la temperatura y otras condiciones externas permanecen constantes. Así un oscilador cristalino electrónico puede convertirse en un reloj muy preciso. Lo anterior también es cierto para la frecuencia de vibración de los átomos en una molécula. De hecho los relojes atómicos que cuentan estas vibraciones son los más precisos. La unidad básica de tiempo que se emplea en el sistema inglés y en el métrico es:

$$\frac{1}{60} \times \frac{1}{60} \times \frac{1}{24} = \frac{1}{86{,}400}$$

del día solar medio. (Se usará la abreviación seg para el segundo). La tabla 1-3 muestra varios de los intervalos de tiempo que se encuentran en la Física: desde el tiempo que le toma a la luz recorrer el tamaño de una partícula elemental, hasta la edad de la Tierra.

Cuando un concepto, tal como el tiempo, está basado en las leyes de la Física, no se puede tener la seguridad de que estas leyes son absolutamente correctas. Por ejemplo, supóngase que la velocidad de la luz aumenta lentamente en el tiempo. Esto causaría algunos cambios en los patrones de longitud y de tiempo. Hasta ahora no existe evidencia experimental de que alguna de las constantes universales de la Física esté

* Se usarán las siguientes abreviaciones: cm para centímetro, m para metro, km para kilómetro.

TABLA 1-3
ÓRDENES DE MAGNITUD DE TIEMPOS

Intervalo de tiempo en segundos	
	Vida media del U^{238}; edad de la Tierra
10^{15}	Tiempo transcurrido desde la aparición de vida en la Tierra
	Edad de la raza humana Vida media del plutonio
10^{10}	
	Duración de la vida humana Un año
10^{5}	Un día Vida media del neutrón libre
10^{0}	Un segundo; tiempo entre los latidos del corazón
10^{-5}	Tiempo para que una cuerda de banjo realice una vibración
	Vida media del muón
10^{-10}	Tiempo promedio de duración de un átomo en estado excitado, antes de producirse una emisión luminosa
10^{-15}	Tiempo de revolución de un electrón en torno a un protón en el átomo de hidrógeno
10^{-20}	Tiempo de revolución de un protón o un neutrón en el interior de un núcleo Tiempo que tarda la luz en recorrer el tamaño de una partícula elemental

cambiando en el tiempo, pero esto no es una regla que impida la posibilidad de cambios muy lentos que se encuentran fuera del rango de precisión de las medidas actuales. En el transcurso de este libro se verá que es común que una ley "sagrada" de la Física deje de tener validez en base a nuevos datos experimentales. Se debe tener un criterio amplio al tratar con las leyes de la Física existentes y se debe estar preparado para modificarlas si en algún momento aparece evidencia experimental que las contradiga.

Cuando se hacen preguntas más profundas en relación a la naturaleza del tiempo, se descubre que tanto los físicos como los filósofos no entienden del todo este concepto. El entendimiento actual del mundo físico es profundo, pero no lo suficientemente profundo como se quisiera. El que en algún momento se pueda alcanzar la verdad última es una pregunta muy antigua. Desgraciadamente, la Física no se encuentra en posición de resolver esta pregunta clásica.

Masa

La masa también es un concepto físico y debe definirse en términos de ciertas leyes de la Física. En el capítulo 3 se da una definición moderna de la masa en términos de la ley de la conservación del impulso lineal. La unidad de masa en el sistema métrico se definió originalmente como la cantidad de masa contenida en 1 cc (centímetro cúbico) de agua, a una temperatura y presión determinadas. Esta cantidad de masa se llama gramo. Así, la densidad del agua es convencionalmente un gramo por centímetro cúbico. La unidad de masa en el sistema inglés es la libra. Un kilogramo (10^3 gramos) = 2.204 libras de masa*. La tabla 1-4 muestra algunas de las masas que se encuentran en Física.

En Física, es usual medir cantidades tales como la fuerza o la energía en términos de metros, kilogramos y segundos, o de centímetros, gramos y segundos. Cuando se procede de la primera forma, se establece el llamado sistema de unidades MKS, y si se procede de la segunda manera, el sistema de unidades CGS. En este libro se hace mención a ambos sistemas métricos y cuando se resuelvan problemas es muy importante convertir las unidades a los sistemas MKS o CGS. *Nunca* se deben mezclar las unidades.

* Se usarán las abreviaciones gr para gramo, y kg para kilogramo.

TABLA 1-4
ÓRDENES DE MAGNITUD DE MASAS.

10^{30}	El Sol
	La Tierra
	La Luna
10^{20}	
10^{10}	Un transatlántico
	Una tonelada
	Una libra
10^{0}	Un gramo
	Una ala de mosca
	Un trazo de un lápiz
10^{-10}	Gota de aceite formada por un atomizador
	Molécula de ADN (principal constituyente de los cromosomas)
10^{-20}	
	Átomo de uranio
	Protón
	Electrón
10^{-30}	

1-3 Las Matemáticas en la Física

$$10^a \times 10^b = 10^{a+b}$$

En la Física, las cantidades se pueden calcular y medir con gran precisión. Un enfoque cuantitativo requiere cierta familiaridad con las matemáticas. Afortunadamente muchos de los principios y conceptos fundamentales de la Física pueden entenderse usando sólo geometría y álgebra elementales. Esto es a consecuencia de algo que parece ser una propiedad general de las leyes básicas de la naturaleza: a medida que se aproximan a la verdad, las leyes básicas tienden a adquirir formas más simples. Esto es un principio que los filósofos llaman la navaja de Ockam. Las matemáticas más complicadas aparecen usualmente cuando se trata de calcular algo que no es básico, tal como el llamado problema de los tres cuerpos (movimiento de tres cuerpos interaccionando entre sí). El problema de los tres cuerpos no es un problema básico debido a que, en realidad, es la superposición de tres problemas de dos cuerpos correlacionados. Isaac Newton resolvió hace varios cientos de años el verdadero problema básico: la determinación de las órbitas que siguen dos cuerpos que interaccionan a través de una fuerza que varía inversamente con el cuadrado de la distancia. El problema de dos cuerpos en astronomía puede resolverse usando matemáticas elementales (ver capítulo No. 4), pero para hacer un cálculo exacto en el problema de los tres cuerpos sería necesaria una enorme computadora electrónica. Una computadora electrónica puede hacer en un segundo, una cantidad de cálculo que a un hombre le tomaría varias semanas realizar. Aunque la tecnología de las computadoras electrónicas se encuentra en sus primeras etapas, éstas son ampliamente utilizadas por los físicos, en otras formas de investigación básica y en la industria.

Para comprender este libro no son necesarios conocimientos de trigonometría, cálculo u otras formas más elevadas de las matemáticas. Por otra parte, sí son necesarios buenos conocimientos de ciertos aspectos del álgebra elemental. Es probable que algunos alumnos que ahora toman Física no hayan trabajado con álgebra por varios años; también es probable que parte del álgebra que se requiere en este libro no se enfatice en muchas escuelas de enseñanza media. Por lo tanto, el lector que no esté bien preparado matemáticamente deberá utilizar parte de su tiempo en repasar las matemáticas, antes de continuar con la lectura del libro. Con este propósito se

enlistan algunos problemas matemáticos al final del capítulo y en esta sección se hace un resumen de las matemáticas que se necesitan en este libro.

La siguiente lista de comprobación se establece para aquellos lectores que no están seguros de si necesitan o no un repaso de matemáticas.

De los siguientes enunciados marque aquellos que no son ciertos.

1. Si $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$, entonces $R = R_1 + R_2$

2. $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

3. Si el diámetro de un círculo es 10^{-8} cm, entonces su radio es 10^{-4} cm.

4. El radio del círculo anterior es 5^{-8} cm.

5. $\dfrac{A}{B} + \dfrac{X}{Y} = \dfrac{A + X}{B + Y}$

6. Si el lado corto de un triángulo recto de 60° es 1 cm, entonces la hipotenusa es $\sqrt{3}$ cm.

7. 4 dividido entre 1/2 es 2.

8. $\sqrt{16ab} = 4\,ab$

9. $\sqrt{10^3 = 5^3}$

10. $\dfrac{1}{a + b} = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}$

11. Suponga que a y b son números negativos y que b/a es mayor que 1, entonces $(a - b)$ es negativo.

12. $\dfrac{10^{-10}}{10^{-5}} = 10^{-15}$

La persona que falle a más de uno de estos problemas debe considerarse demasiado "empolvado" para continuar su estudio sin haber repasado y resuelto los problemas al final de este capítulo. La solución correcta de los problemas anteriores es que todos ellos son falsos. Ahora debe proceder a calcular las respuestas correctas. Estas se encuentran al final del capítulo.

Potencias de diez

Muchas de las cantidades con las que se trabaja en la Física son, o mucho más grandes, o mucho más pequeñas que uno. Se acostumbra, por conveniencia, escribir cualquier cantidad sin importar qué tan grande o tan pequeña sea, como un número que se encuentre entre 1 y 10 multiplicado por la potencia de 10 apropiada. Un físico escribiría la deuda nacional de los Estados Unidos como 3.3×10^{11} dólares, o como

Pregunta 1. (*Esta es la primera de una serie de preguntas simples que el lector debe contestar antes de continuar con su estudio. Las respuestas se encuentran siempre en la siguiente página*).

¿Cuál es la relación entre la más grande y la más pequeña de las distancias de la tabla 1-2?

3.3×10^5 megadólares. El exponente de diez indica el número de lugares que hay que recorrer el punto decimal hacia la derecha. Si se tiene que escribir la deuda nacional sin usar potencias de diez, entonces el punto decimal debe moverse 11 lugares hacia la derecha resultando en 330,000,000,000 de dólares. Si el exponente es negativo el punto decimal debe entonces recorrerse el mismo número de lugares hacia la izquierda. Por ejemplo, el radio del átomo de hidrógeno es 5×10^{-9} cm. Cuando el punto decimal se recorre 9 lugares hacia la izquierda resulta en 0.000000005 cm.

Al multiplicar o dividir números expresados de esta manera, se hace uso de la relación $10^a \times 10^b = 10^{a+b}$, y de $\frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$.

Ejemplo 1

Un reactor nuclear convierte en energía 1 gr de uranio por día. ¿Cuál es su potencia de salida, expresada en watts?

La potencia es energía por unidad de tiempo y si se trabaja en el sistema MKS la respuesta estará expresada en watts. La energía se puede calcular utilizando la famosa relación entre la masa y la energía de Einstein: $W = Mc^2$, en donde c es la velocidad de la luz y tiene el valor de 3×10^8 m/seg. La equivalencia entre masa y energía se estudiará en los capítulos 5 y 11.

Así que potencia $= \dfrac{Mc^2}{t}$

donde $M = 10^{-3}$ kg y $t = 60 \times 60 \times 24$ seg $= 8.64 \times 10^4$ seg. Substituyendo estos valores se obtiene:

$$\text{potencia} = \frac{10^{-3} \times (3 \times 10^8)^2}{8.64 \times 10^4} \text{ watts}$$

$$\text{potencia} = \frac{10^{-3} \times (9 \times 10^{16})}{8.64 \times 10^4} \text{ watts}$$

La potencia de 10 en la respuesta será entonces la suma de los exponentes en el numerador, menos la suma de los exponentes en el denominador. El exponente final es $(-3 + 16) - 4$, o sea 9,

$$\text{potencia} = \frac{9}{8.64} \times 10^9 \text{ watts}$$

$$\text{potencia} = 1.04 \times 10^9 \text{ watts}$$

o sea, alrededor de un millón de kilowatts. Esta es la cantidad de potencia promedio que se consume en un Estado de los Estados Unidos.

Ahora que se han repasado las reglas para usar las potencias de diez se puede ver por qué 1/2 de 10^{-8} no es ni 10^{-4} ni 5^{-8}. El número 10^{-4} se puede escribir como

$$10^{-4} = 10^4 \times 10^{-8}$$

Respuesta 1. La distancia a la galaxia visible más alejada es de alrededor de 10^{27} cm y el diámetro de una partícula elemental es de aproximadamente 10^{-13} cm. La relación es entonces
$10^{27}/10^{-13} = 10^{27+13} = 10^{40}$

por lo tanto la respuesta 10^{-4} difiere por un factor de 20,000. La otra respuesta común que suelen dar los estudiantes es 5^{-8}, que puede escribirse como

$$5^{-8} = \left(\frac{10}{2}\right)^{-8} = \frac{10^{-8}}{2^{-8}} = 2^8 \times 10^{-8} = 256 \times 10^{-8}$$

Esta respuesta es mayor por un factor de 512. La respuesta correcta es

$$1/2 \text{ de } 10^{-8} = \tfrac{1}{2} \times 10^{-8} = 0.5 \times 10^{-8}$$

que también es igual a 5×10^{-9}.

Ecuaciones simultáneas

Se deben poder resolver dos o más ecuaciones simultáneas. Como un ejemplo, considérense las tres ecuaciones que aparecen en el capítulo 2 (en este momento es necesario entender el Álgebra, no la Física).

1. La fórmula para la aceleración centrípeta es:

$$a_c = \frac{v^2}{R} \tag{1-1}$$

2. La relación entre la velocidad v y el período T es:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \tag{1-2}$$

3. La relación entre el período T y la frecuencia f es:

$$f = \frac{1}{T} \tag{1-3}$$

En este ejemplo, el problema consiste en encontrar una fórmula para la aceleración centrípeta que contenga sólo a f y R. Partiendo de la ecuación 1-1 se desea eliminar la v que aparece en el segundo miembro; esto se hace substituyendo la expresión $\frac{2\pi R}{T}$ por v en la ecuación 1-1:

$$a_c = \frac{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2}{R}$$

$$= \frac{4\pi^2 R}{T^2} \tag{1-4}$$

Pregunta 2. ¿Cuánto es 10^{-2} dividido entre 10^{-5}? (Encuentre la respuesta a esta pregunta sin mirar el resultado. Si la respuesta es incorrecta no continúe la lectura sin un repaso).

Ahora se desea eliminar la T. Esto se hace resolviendo la ecuación 1-3 y substituyéndola en la ecuación 1-4. La ecuación 1-3 resulta en $T = 1/f$. Substituyendo en 1-4:

$$a_c = \frac{4\pi^2 R}{(1/f)^2} = 4\pi^2 f^2 R$$

Exponentes fraccionarios

La regla general para multiplicar N a la potencia a, por N a la potencia b es

$N^a \times N^b = N^{a+b}$

Si se hacen a y b iguales a $1/2$ se tiene

$$N^{1/2} \times N^{1/2} = N$$

por lo tanto $N^{n/2} = \sqrt{N}$

De la misma manera $N^{1/3}$ es la raíz cúbica de N. La cantidad $N^{2/3}$ es $(N^{1/3})^2$, o sea el cuadrado de la raíz cúbica de N. También es $(N^2)^{1/3}$, o la raíz cúbica del cuadrado de N.

Cifras significativas

Suponga que en un experimento para medir velocidad, se observa que un objeto se mueve exactamente 10 cm en 3 seg.

Entonces $v = \dfrac{10 \text{ cm}}{3 \text{ seg}} = 3.33333 \text{ cm/seg}$

Existe un problema para decidir cuántas cifras decimales se deben emplear al escribir 10/3 como decimal. La convención es emplear una cifra decimal más que la certidumbre en el resultado. Por lo tanto, si los 10 cm hubieran sido medidos con precisión de 1%, el resultado podría expresarse como $v = 3.33 \pm 0.03$ cm/seg. Ya que el verdadero valor de v se encuentra entre 3.30 y 3.36 cm/seg, los dos primeros 3 que aparecen son cifras significativas y la última cifra decimal es incierta. No es conveniente escribir el resultado como $v = 3$ cm/seg o como $v = 3.333$ cm/seg. Siempre es preferible la forma $v = 3.33$ cm/seg. El usar más cifras decimales sería no sólo superfluo, sino engañoso. Se estaría pretendiendo que el resultado es mejor que lo que en realidad fue.

Suponga que la velocidad $v = 3.33$ cm/seg debe sumarse a la velocidad $v' = 4.51 \times 10^2$ cm/seg y que esta última también se conoce con una precisión de 1%.

Respuesta 2. $10^{-2} \div 10^{-5} = \dfrac{10^{-2}}{10^{-5}} = 10^{-2+5} = 10^3$

$$
\begin{array}{r}
v = \quad 3.33 \text{ cm/seg} \\
v' = 451.00 \text{ cm/seg} \\
\hline
v + v' = 454.33 \text{ cm/seg}
\end{array}
$$

Nótese que el escribir la respuesta como 4.5433×10^2 cm/seg implica que la precisión del resultado es mayor que una parte en 10^4. Como la precisión de la suma no puede tener mayor precisión que cualquiera de las partes, el resultado debe escribirse como 454 ± 5 cm/seg, o como 4.54×10^2 cm/seg.

Al efectuar una multiplicación o división, la precisión *porcentual* del resultado no puede exceder a la de cualquiera de las partes. Si una cantidad tiene precisión de 1%, y la otra tiene precisión de 1 décimo de 1%, el resultado tendrá una precisión de 1%. A menos que se indique lo contrario, las cantidades que aparezcan en este libro estarán escritas con precisión de 1%. Los problemas deben hacerse a la misma precisión y esto puede hacerse usando una regla de cálculo barata. Sin embargo se hará una excepción a esta regla para el caso de la velocidad de la luz. Esta tiene el valor $c = 2.9979 \times 10^8$m/seg. Ocurrirá con tanta frecuencia que se escribirá simplemente como

3×10^8 m/seg ó 3×10^{10} cm/seg

que tiene una precisión mayor a una parte en 10^3.

Conversión de unidades

Muchos de los cálculos en Física requieren conversión de unidades. Como un ejemplo se convertirá una velocidad de 60 mi/h a metros por segundo.

$60 \text{ mi/h} = 60 \times 1 \text{ mi}/1 \text{ h}$

Ahora, en el lugar de la cantidad (1 mi), se substituye su equivalente: 1.61 km.

$$
\begin{aligned}
60 \text{ mi/h} &= 60 \times (1.61 \text{ km})/1 \text{ h} \\
&= 60 \times 1.61 \times 1 \text{ km}/1 \text{ h}
\end{aligned}
$$

En lugar de (1 km) substitúyase 10^3 m y en lugar de (1 h) substitúyase (60 min).

$60 \text{ mi/h} = 60 \times 1.61 \times (10^3 \text{ m})/(60 \text{ min})$

Pregunta 3. Si $A = 112$ y $B = 102$ se conocen con 1% de precisión. ¿Cuál es la precisión de $(A - B)$?

Ahora en lugar de (1 min) substitúyase (60 seg).

$$60\ \text{mi/h} = \frac{60 \times 1.61 \times 10^3}{60}\ \frac{\text{m}}{(60\ \text{seg})}$$

$$= 26.8\ \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

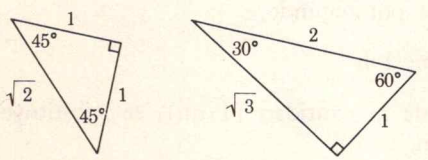
Se ve que las unidades pueden convertirse mediante la substitución de cantidades equivalentes. Como toda unidad tiene un valor numérico, es importante escribir las unidades explícitamente como en el ejemplo anterior. Una respuesta numérica a un problema de Física nunca debe darse sin escribir explícitamente las unidades del resultado.

Geometría

Se debe poder calcular las áreas y volúmenes de figuras simples tales como triángulos, rectángulos, círculos, cubos, cilindros y esferas. También se debe estar familiarizado con las llamadas "leyes de escala". Como un ejemplo considérense latas de jugo de naranja de diferentes tamaños, en las cuales la altura siempre es igual al diámetro. En el lenguaje de la Geometría estas latas son figuras similares. Supóngase que una lata pequeña cuesta 10 centavos y una lata grande (con doble altura) se vende en 50 centavos. Muchas, si no es que la mayoría, de las amas de casa piensan que 5 de las latas pequeñas contienen más que la lata grande. Esta ama de casa perdería 30 centavos cada vez que comprara 8 latas pequeñas. La ley de escala establece que los volúmenes de figuras similares varían conforme al cubo de sus dimensiones lineales. El cubo de 2 es 8, así que la lata grande contiene 8 veces más que la chica. Como las áreas varían con el cuadrado de las dimensiones lineales, la lata grande tiene 4 veces más superficie que la pequeña. Uno ahorraría al comprar una pieza de doble diámetro, siempre y cuando ésta costara menos que 4 piezas pequeñas.

También es necesario estar familiarizado con el teorema de Pitágoras y con los 2 tipos de triángulos mostrados en la figura 1-4. Estos son los famosos triángulos rectos de 45° y de 30° − 60°. El teorema de Pitágoras establece que el cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros lados. También se debe poder distinguir cuándo dos triángulos son similares y saber que en estos triángulos, los ángulos correspondientes

Fig. 1-4. Dos triángulos rectángulos comunes.



(a) El triángulo rectángulo de 45°. *(b)* El triángulo rectángulo de 30°–60°.

Respuesta 3. $(A - B) = (112 - 102) = 10 \pm 1$. Tanto A y B tienen una incerteza de aproximadamente ± 1. La incerteza de este resultado es de aproximadamente una parte en 10 o sea, una precisión de 10%.

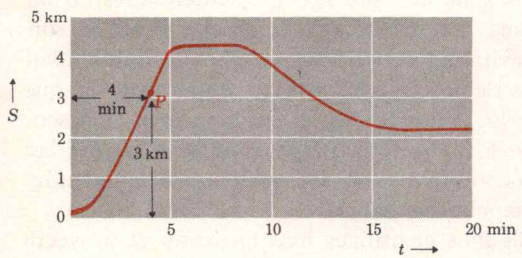
son iguales y los lados correspondientes son proporcionales. Un teorema de la Geometría que será utilizado ocasionalmente establece que si dos ángulos tienen sus lados correspondientes perpendiculares, estos dos ángulos son iguales.

1-4 Representaciones gráficas

Un retrato en 10^4 *palabras*

Se debe saber cómo interpretar y dibujar gráficas. Habrá ocasiones en que la única forma de proporcionar información sea haciendo una gráfica. En muchas ocasiones es más fácil visualizar lo que ocurre mediante el examen de una gráfica, que mediante el examen de una ecuación. La figura 1-5 es una gráfica que se empleará para practicar. Representa la historia, durante 20 minutos, de un viaje en automóvil a lo largo de una carretera recta, donde s es la distancia medida desde la casa del conductor, y t es el tiempo transcurrido desde que sale de ésta. Veamos qué tanta información puede obtenerse de la gráfica.

Fig. 1-5.



Pregunta 4. En la gráfica anterior, ¿en dónde se encuentra el carro al tiempo $t = 10$ min y cuál es su velocidad en ese momento?

Cualquier punto de la curva indica el valor de s para un valor particular de t. Por ejemplo, el punto P está a una "altura" de 3 km en la escala s y a 4 min en la escala t. Así que el punto P, indica que el carro alcanza el punto de los 3 km, 4 min después de haber salido de la casa. Observando lo que ocurre desde el principio ($t = 0$), se ve que el carro viajó alrededor de 1/4 de km en el primer minuto y viajó 1 km, en los primeros 2 min. Como 1 km/min es igual a 60 km/h la rapidez promedio en los primeros 2 min es la mitad de este valor, o sea 30 km/h. De esto se ve que el conductor no trató de hacer una partida muy rápida (un automóvil puede acelerar hasta alcanzar una velocidad de 96.6 km/h en 12 seg). Después del segundo minuto, el conductor continúa con una velocidad de 1 km/min, que es una rapidez constante de 60 km/h. Al llegar a $t = 5$ min el conductor hace una enfrenada rápida en aproximadamente 1/5 de min, o sea 12 seg. Esto requiere necesariamente la aplicación de los frenos (lo más rápido que puede parar un automóvil viajando a 96.6 km/h es aproximadamente 4 seg). A continuación el automóvil permaneció en reposo alrededor de 3 min, a una distancia de aproximadamente 4 km de su casa. A los 8 min empezó a viajar hacia su casa con menos prisa (menor aceleración) que en el viaje de ida. Sin embargo, 2 min más tarde empieza a disminuir lenta-

mente su velocidad hasta que, después de 16 min, llega al reposo. Le tomó alrededor de un minuto perder esta velocidad. Se puede concluir que perdió potencia (probablemente se le acabó el combustible).

Es claro que la gráfica dice prácticamente todo, excepto el porqué el conductor aplicó los frenos cuando se encontraba a 4 km de su casa y por qué decidió regresar. Aun para esto se puede hacer una buena suposición; se puede pensar que fue debido a que de pronto se dio cuenta de que prácticamente no tenía combustible. Nótese que se ha encontrado la rapidez del auto a partir de la inclinación de la curva. La rapidez es proporcional a la inclinación, o pendiente, de la curva. Cuando la curva es plana la velocidad es cero.

1-5 Ciencia y sociedad

La meta principal

Prácticamente todo avance del entendimiento del mundo físico tiene finalmente algún tipo de aplicación práctica. Sin embargo, los físicos generalmente no están interesados en las aplicaciones prácticas de su trabajo. A mucha gente le sorprende que los inevitables beneficios que para la humanidad tienen los trabajos de los físicos, no sean usualmente lo que los motiva a hacerlo. A los físicos les interesa más el descubrir los secretos de la naturaleza y aproximarse a la realidad física. El que esto conduzca o no a ciertas aplicaciones prácticas es de importancia secundaria.

Por ejemplo algunos científicos han criticado el proyecto Apolo (proyecto para poner un hombre en la Luna), porque su contribución a la ciencia básica es pequeña. Para el autor, el enviar a un hombre a la Luna tiene más de exploración pura que de ciencia pura. Sin embargo, probablemente sea la proeza más grande y con más imaginación en la historia de la humanidad. Los hombres han soñado con esto por siglos. Ahora que se dispone de los recursos y capacidad tecnológica necesarios, es posible alcanzar este pináculo de la historia de la humanidad. Los Estados Unidos son lo suficientemente ricos como para resolver si así lo desean, sus problemas sociales y simultáneamente impulsar la exploración espacial. Si el gasto para ello parece muy grande, se puede pensar que un método de ahorrar dinero sería el disminuir el ritmo del programa y adoptar un enfoque más liberal en los programas de seguridad. Al respecto se podría hacer la siguiente

Respuesta 4. En $t = 10$ min el carro se encuentra a $s = 3.7$ km de su casa y el conductor regresa con una rapidez de 1 km en 3 min, o 20 km/h.

pregunta: ¿Importaría mucho si la exploración espacial se llegara a volver tan peligrosa como el escalar al monte Everest?

Para los físicos, el entendimiento del mundo que nos rodea es una meta por sí sola. El hombre es el único animal capaz de tal entendimiento. Aquéllos que se gradúan en la universidad y que continúan ignorando la ciencia son, en este sentido, parte hombre y parte animal. El entendimiento científico es la parte central de la cultura y la civilización modernas. Aquéllos que se encuentran intelectualmente vivos, no pueden sino luchar para obtener este entendimiento científico.

Una segunda razón, comúnmente expresada, para estudiar Física es que la utilidad y el entendimiento de la ciencia mantiene a una persona viviendo en esta moderna era de la tecnología —la era de la automatización, radiación, potencia nuclear, viajes espaciales, proyectiles intercontinentales y bombas atómicas—. Casí todas las ediciones de los periódicos contienen artículos que no pueden ser plenamente entendidos sin un conocimiento de Física. Como una muestra al azar de tales artículos véase la página con que empieza este capítulo. Algunos de ellos son materia de vital importancia. Uno se pregunta si una persona que tiene muy poco conocimiento de las ciencias es capaz de tomar decisiones políticas adecuadas sobre tópicos tan vitales. Y sin embargo, en este tipo de decisiones descansa la sobrevivencia de la civilización tal como la conocemos.

Respuestas a las preguntas de la página 29.

1. $R = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

2. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

3 y **4.** El radio es 5×10^{-9} cm

5. $\dfrac{A}{B} + \dfrac{X}{Y} = \dfrac{AY + BX}{BY}$

6. La hipotenusa es 2 cm.

7. $\dfrac{4}{\frac{1}{2}} = 8$

8. $\sqrt{16\,ab} = 4\sqrt{ab}$

9. $\sqrt{10^3} = 10\sqrt{10}$

10. $\dfrac{1}{a + b} = (a + b)^{-1}$

11. $(a - b)$ será positivo.

12. $\dfrac{10^{-10}}{10^{-5}} = 10^{-5}$

Problemas

1. Encuentre la raíz cúbica de 6^6.

2. Exprese el recíproco de $\left(\dfrac{1}{A} + \dfrac{1}{B}\right)$ como una fracción que no contenga fracciones ni en el numerador ni en el denominador.

3. ¿Cuánto son 60 km/h en cm/seg?

4. La longitud de onda de la luz de cierta línea espectral es 5.981×10^{-5} cm. ¿Cuántas longitudes de onda de esta luz caben en un metro?

5. Si el diámetro del protón es 10^{-13} cm y su masa es de 1.6×10^{-24} gr, ¿cuál es su densidad en gr/cm^3?

6. Resuelva la siguiente ecuación para x: $a = \dfrac{x - 1}{x + 1}$

7. Resuelva la siguiente ecuación para β: $\dfrac{1}{1 - \beta^2} = 1.25$

8. ¿Cuánto vale un quinto de 10^{-10}? ¿Cuánto vale 10^{-10} dividido entre un quinto?

9. ¿Cuánto es $16^{3/4}$?

10. Si existen $N_0 = 6.02 \times 10^{23}$ átomos en 4 gr de helio, ¿cuál es la masa de un átomo de helio?

11. Cierto tipo de jabón viene en dos tamaños, ambos de la misma forma (son figuras similares). El jabón grande es 50% más largo que el pequeño. ¿Qué tanto más jabón contendrá la barra grande?

12. Despeje a en $v = \sqrt{2as}$.

13. El período de oscilación, o tiempo que tarda en efectuarse una vibración, de un cristal en un oscilador cristalino es de 2.5×10^{-6} seg. ¿Cuál es la frecuencia de oscilación en vibraciones por segundo?

14. Dos gramos de gas de H_2 contienen $N_0 = 6.02 \times 10^{23}$ moléculas. ¿Cuál es la masa del átomo de hidrógeno? (Cada molécula de H_2 contiene 2 átomos de hidrógeno).

15. Con la siguiente información, despeje W en términos de e y R.

$$W = \tfrac{1}{2}mv^2 + U$$

$$U = -\frac{e^2}{R}$$

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{e^2}{R^2}$$

16. Simplifique las siguientes expresiones:

$$\frac{x^3 \times (4x)^2}{(2x)^4}, \quad \frac{(N^{2a})^3}{(N^5)^a}$$

17. Reduzca las siguientes fracciones:

$$\frac{a^2 - b^2}{b - a}, \frac{x^{2a} - x^a}{x^a + x^{2a}}$$

18. Despeje v de la siguiente ecuación.

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

19. Encuentre los valores de x e y. $\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 8 \end{cases}$

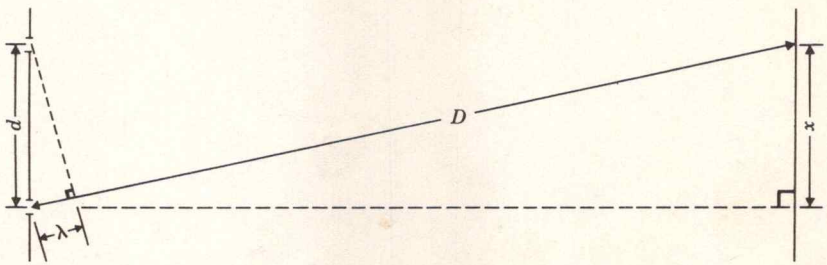
20. Reste $(-U_0)$ de $(-W_0)$. Dé una forma algebraica a la respuesta y calcúlela para los valores $W_0 = +2$ y $U_0 = +7$.

21. La altura de un triángulo equilátero es de 5 cm. ¿Cuánto mide su lado?

22. En un cierto tipo de unidades la masa del neutrón es 939.506 y la del protón es 938.213. En estas mismas unidades, ¿cuánto vale la diferencia entre las masas del neutrón y del protón y cuántas cifras significativas contiene el resultado?

Probl. 23

23. Encuentre x en la siguiente figura. $D = 1$ m, $d = 0.1$ mm, $\lambda = 5 \times 10^{-5}$ cm.



24. Un objeto que se encuentra a 100 metros subtiende un ángulo de 1°. ¿Cuál es su altura? (*Sugerencia*: 1° es = a 1/360 de una circunferencia. Por lo tanto el objeto es 1/360 de una circunferencia cuyo radio es 100 m).

25. Una carretera se eleva tres metros por cada 100. ¿Cuál es el ángulo que forma la carretera con respecto a la horizontal?

26. Encuentre la ecuación que contenga a x e y, pero no a t en

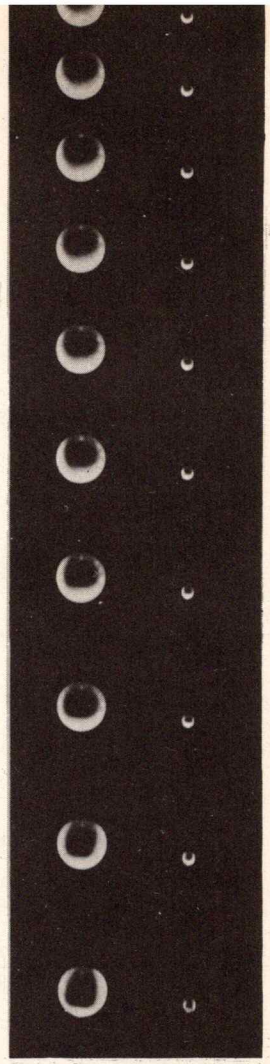
$$\begin{cases} x = v_x t \\ y = v_y t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

27. La velocidad del sonido es de 335 m/seg. ¿Cuál es la longitud de onda que corresponde a una frecuencia de 60 ciclos/seg? (¿Qué tanto viaja el sonido en 1/60 seg?).

28. En el siguiente par de ecuaciones simultáneas x' y t' están expresadas en términos de x y t. Se desea expresar x y t en términos de x' y t'. Así que se debe encontrar una expresión

para x que no contenga t y una expresión para t que no contenga x.

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x + \beta ct}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ ct' = \dfrac{ct + \beta x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{cases}$$



Cinemática

Capítulo 2

Cinemática

2-1 Velocidad

Lectura del velocímetro

La cinemática es el estudio del movimiento. En cinemática se estudian la posición, la velocidad y la aceleración. No se especifica la naturaleza de la partícula u objeto cuyo movimiento se estudia, ni tampoco se estudian las fuerzas que causan la aceleración. No obstante esta restricción es posible resolver diversos problemas prácticos.

Esta es la era del automóvil, y la velocidad es un concepto que se adquiere desde la infancia. El velocímetro mide la velocidad instantánea en mph (millas por hora) o en km/h (kilómetros por hora).

Velocidad constante

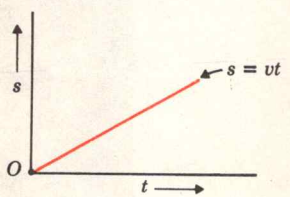
Si un carro se mueve con velocidad constante, la distancia recorrida es directamente proporcional al tiempo. Para la velocidad constante v,

$$s = vt$$

donde s es la distancia recorrida en el tiempo t. La Fig. 2-1 es la gráfica de s contra t para un objeto que se mueve con velocidad uniforme. Dividiendo entre t ambos miembros de la ecuación se obtiene

$$v = \frac{s}{t} \quad \text{si } v \text{ es constante} \tag{2-1}$$

Fig. 2-1. Gráfica de la distancia s contra el tiempo t de un objeto que se mueve con velocidad constante.



Velocidad instantánea

Se procederá ahora a un caso más general, aquél en el cual la velocidad cambia con el tiempo. Hasta llegar a la sección 2-3 la discusión se restringirá a las situaciones en que sólo cambia la magnitud de la velocidad pero no su dirección. A este tipo de movimiento en una dirección fija o a lo largo de una recta se le denomina movimiento en una dimensión. Sin embargo, se permitirá una inversión en la dirección. Entonces v será negativa y esto significará que s está disminuyendo. En forma precisa, se usará la palabra "rapidez" para referirse a la magnitud de la velocidad. En el presente tratamiento del movimiento en una dimensión la inversión de la dirección se indica por el uso de velocidades negativas.

Supóngase que un carro se acelera (aumentando o disminuyendo su rapidez). Entonces, la Ec. 2-1 dará una respuesta contradictoria con la lectura del velocímetro, a no ser que se usen valores muy pequeños para s. El símbolo Δs se usa para denotar distancias pequeñas y Δt para el tiempo empleado en recorrer la distancia Δs*. La velocidad instantánea se define por

velocidad instantánea

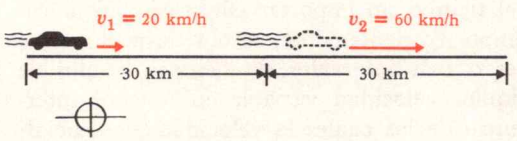
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{2-2}$$

Más correctamente

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{\Delta s}{\Delta t} \right]$$

Esta ecuación significa que v es el límite de la razón $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ cuando Δt tiende a cero. Esta es la definición matemática rigurosa de velocidad instantánea.†

Fig. 2-2. Vehículo que viaja con velocidad v_1 la primera mitad del viaje y con velocidad v_2 la segunda mitad.



Velocidad promedio

Supóngase que un carro realiza un viaje de 60 km viajando a razón de 20 km/h los primeros 30 km. y a 60 km/h los últimos 30 km. Surge la idea de decir que la velocidad promedio será $\frac{20 + 60}{2} = 40$ km/h. Sin embargo, esto no sería ortodoxo ya que la convención es definir velocidad promedio con respecto al tiempo y no con respecto a la distancia. Si t_1 es el tiempo necesario para la primera parte del viaje (con una velocidad v_1) y t_2 la cantidad del tiempo para la segunda parte, entonces, de acuerdo con la definición de velocidad promedio con respecto al tiempo

$$\bar{v} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} \tag{2-3}$$

Lo anterior es un ejemplo de lo que comúnmente se llama promedio pesado. En la Ec. 2-3, t_1 y t_2 son los factores de peso. Es posible calcular la velocidad del carro determinando

Pregunta 1. Supóngase que en un día de verano la temperatura es de 95°F durante 16 h y 75°F durante 8 h. ¿Cuál es la temperatura media para este día?

* Aquí el símbolo Δ no es una cantidad algebraica que multiplica a s. Es simplemente una forma taquigráfica de una diferencia; digamos, $\Delta s = (s_2 - s_1)$ donde s_1 es la distancia del carro al tiempo t_1 y s_2 es la distancia al tiempo t_2. De forma similar $\Delta t = (t_2 - t_1)$.

† Aquellos que tengan conocimientos de cálculo reconocerán esta expresión para la velocidad instantánea como la definición de la derivada de s con respecto a t.

t_t y t_2 a partir de la relación $t = s/v$ que se obtiene de la Eq. 2-1. El resultado es entonces $t_1 = 30$ km/20 km/h = 1.5 h y $t_2 = 30$ km/60 km/h = 0.5h. Si se substituyen estos valores en la Ec. 2-3 se obtiene

$$\bar{v} = \frac{20 \times 1.5 + 60 \times 0.5}{1.5 + 0.5} \text{ km/h} = 30 \text{ km/h}.$$

Donde se ve que la velocidad promedio para este viaje es de 30 km/h en vez de 40 km/h.

Mediante la Ec. 2-3 es posible derivar una expresión simple para la velocidad promedio. La distancia recorrida cuando la velocidad es v_1 durante el tiempo t_1 es $v_1t_1 = s_1$. Similarmente $v_2t_2 = s_2$. Substitúyase en la Ec. 2-3 s_1 y s_2:

$$\bar{v} = \frac{(v_1t_1) + (v_2t_2)}{t_1 + t_2} = \frac{(s_1) + (s_2)}{t_1 + t_2}$$

velocidad promedio

$$\bar{v} = \frac{s}{t} \tag{2-4}$$

donde s es la distancia total y t es el tiempo necesario para cubrir esta distancia. Esta fórmula, automáticamente incluye todos los factores de peso y consecuentemente da los promedios correctos en el tiempo sin importar cómo cambia la velocidad con el tiempo. Evidentemente, se obtendrá el mismo resultado para tres o más intervalos de tiempo. Es posible descomponer cualquier velocidad variable en muchos intervalos pequeños dentro de los cuales la velocidad es esencialmente constante. En consecuencia la Ec. 2-4 es completamente útil para todos los casos de movimiento en una dimensión.

Ejemplo 1

Suponga que un carro viaja a 60 km/h y es posible detenerlo 4 seg después de haber aplicado los frenos. Supóngase que en esos 4 seg la velocidad decrece uniformemente en el tiempo desde 60 hasta 0 km/h. Entonces, la velocidad promedio será de 30 km/h durante el tiempo que actúan los frenos. ¿Cuánto viajará el carro desde el momento en que se aplican los frenos hasta que se para?

Resolviendo la Ec. 2-4 para s, se tiene

$$s = \bar{v}t$$

La velocidad promedio $\bar{v}$ es 30 km/h o sea 8.3 m/seg, y entonces

$$s = 8.3 \text{ m/seg} \times 4 \text{ seg}$$

ó

$$s = 33.2 \text{ m}.$$

Respuesta 1. El factor de peso para 95° es el doble que para 75°; entonces

$$\bar{T} = \frac{95 \times 2 + 75 \times 1}{2 + 1} = 88.3°\text{F}$$

¿Es conveniente mantener una separación de 31 m entre coches cuando se viaja a 60 km/h? Las gentes serían mejores choferes si aplicaran sus conocimientos de física cuando manejan.

Ejemplo 2

Un ciclista viaja en una región montañosa. Su rapidez de subida (magnitud de la velocidad) es siempre de 5 km/h y su rapidez de bajada es de 20 km/h. ¿Cuál es su rapidez promedio si los caminos de subida son de la misma longitud que los de bajada?

Sea D la longitud del camino de subida. Entonces, la distancia total recorrida es $s = 2D$ y de acuerdo con la Ec. 2-4 la rapidez promedio es

$$v = \frac{2D}{t} \tag{2-5}$$

Para la solución es necesario determinar el tiempo para el viaje.

$$t = t_1 + t_2$$

donde t_1 es el tiempo invertido en la subida y t_2 el tiempo invertido en la bajada. De acuerdo con la Ec. 2-1

$$t_2 = \frac{D}{v_1} \quad \text{y} \quad t_2 = \frac{D}{v_2}$$

Entonces

$$t = \frac{D}{v_1} + \frac{D}{v_2}$$

Substituyendo esta expresión para t en la Ec. 2-5, se tiene

$$\bar{v} = \frac{2D}{D\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)}$$

o

$$\bar{v} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$$

Substituyendo los valores numéricos $v_1 = 5$ km/h y $v_2 = 20$ km/h

$$v = \frac{2 \times 5 \times 20}{5 + 20} \text{ km/h} = 8 \text{ km/h}.$$

Nótese que en la solución del problema anterior los símbolos algebraicos se han usado hasta el final. Generalmente es una buena medida el substituir los valores numéricos hasta el final. Este procedimiento general de resolver primero un problema algebraicamente y después substituir los valores numéricos evita una gran cantidad de operaciones aritméticas y reduce la posibilidad de equivocaciones.

Pregunta 2. Un carro está en la posición s_1 al tiempo t_1 y en la posición s_2 al tiempo t_2. ¿Cuál es su velocidad promedio cuando va de s_1 a s_2?

2-2 Aceleración

Aumentando o disminuyendo la rapidez

Por definición, un objeto se mueve con aceleración uniforme si su velocidad aumenta uniformemente en el tiempo.

$$v - v_0 = at$$

aceleración uniforme

o

$$a = \frac{v - v_0}{t} \tag{2-6}$$

donde $(v - v_0)$ es el incremento en velocidad durante un tiempo t. La velocidad inicial al empezar el intervalo t es v_0. La constante a se define como la aceleración y tiene unidades de longitud dividida entre el cuadrado del tiempo. En el sistema MKS las unidades de la aceleración son m/seg/seg = m/seg^2. Se puede expresar también en cm/seg^2 ó ft/seg^2. Si la aceleración no es uniforme, entonces.

aceleración instantánea

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

es la aceleración instantánea en el límite de Δt pequeña. En este capítulo se discutirán tan sólo ejemplos de aceleración uniforme.

Ejemplo 3

Un objeto parte del reposo acelerándose uniformemente a razón de 9.80 m/seg^2. ¿Qué tiempo tardaría en alcanzar la velocidad de la luz que es de 3.00×10^8 m/seg?

Resolviendo la Ec. 2-6 para t, se tiene

$$t = \frac{v}{a}$$

$$t = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/seg}}{9.80 \text{ m/seg}^2} = 3.06 \times 10^7 \text{ seg}$$

aproximadamente un año.

El ejemplo anterior pone de manifiesto la posibilidad de que la Ec. 2-6 no sea correcta ya que como es sabido ningún objeto puede viajar con rapidez mayor que la luz y la Ec. 2-6 no pone límite a la magnitud de v. Las ecuaciones presentadas en las primeras cinco secciones de este capítulo fueron descubiertas por Galileo en los albores de 1600 y forman parte de la llamada mecánica clásica. Sin embargo, en

Respuesta 2. El carro viaja $s = (s_2 - s_1)$ en un tiempo $(t_2 - t_1)$; por lo tanto

$$v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}.$$

1905 Einstein propuso modificaciones que son importantes cuando se trata de velocidades cercanas a la velocidad de la luz. Su teoría, la teoría de la relatividad especial, se ha comprobado con muchos experimentos. En la moderna teoría de la relatividad la forma correcta de la Ec. 2-6 para un objeto que parte del reposo es

$$v = \frac{at}{\sqrt{1 + \left(\frac{at}{c}\right)^2}}$$

donde c es la velocidad de la luz y a es la aceleración uniforme medida por un observador que se mueve con el objeto. En esta ecuación se puede observar que cuando el término (at) es mucho mayor que c, el denominador tiende a $(at/c)^2$ y entonces $v = at/(at/c) = c$. Por otra parte, cuando la cantidad (at) es mucho menor que c, la raíz cuadrada que aparece en el denominador es muy aproximadamente igual a uno y entonces $v = at$ con gran precisión.

Ya que las modificaciones debidas a la relatividad son completamente insignificantes cuando intervienen velocidades "ordinarias", resulta razonable continuar el estudio de la mecánica clásica usando la Ec. 2-6. En el capítulo 11 se discutirán las modificaciones debidas a la relatividad.

Ejemplo 4

Un vehículo viaja a 60 km/h, y de repente se encuentra un camión estacionado a 20 m. El conductor aplica los frenos comunicándole al vehículo la máxima aceleración negativa posible que es de 5 m/seg² (un enfrenón demasiado brusco causaría que el vehículo patinara y tardaría aún más en detenerse). ¿Cuánto tiempo le llevará detenerse? ¿Chocará con el camión estacionado?

Resuélvase la Ec. 2-6 para t:

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

donde la velocidad inicial es $v_0 = 16.7$ m/seg y la velocidad final es $v = 0$. Ya que la aceleración es contraria a la dirección del movimiento $a = -5$ m/seg²

$$t = \frac{0 - 16.7 \text{ m/seg}}{-5 \text{ m/seg}^2} = 3.3 \text{ seg}$$

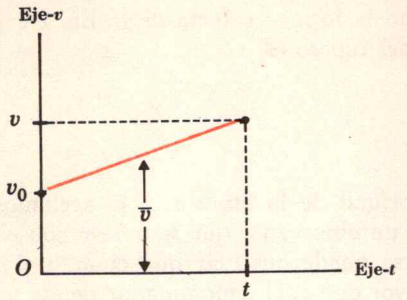
Durante este tiempo la velocidad promedio es $v = 1/2$ (16.7 m/seg) y $s = vt$

$= 8.4 \times 3.3 = 27.72$m

Por lo tanto, sí hay choque.

Pregunta 3. Un carro parte del reposo y alcanza una velocidad v_1 en un tiempo t_1. ¿Cuál es la aceleración promedio en términos de v_1 y t_1?

Fig. 2-3. Gráfica de la velocidad v contra el tiempo t para un objeto que se mueve con aceleración constante y velocidad inicial v_0.



Resolviendo para v la Ec. 2-6 se obtiene

$$v = v_0 + at \tag{2-7}$$

La gráfica correspondiente es la Fig. 2-3. En el instante t, la velocidad promedio será la altura media de la línea que va de la v_0 a v es decir $1/2\ (v_0 + v)$. Entonces

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}$$

Y puesto que, según la Ec. 2-4 $v = s/t$, se tiene

$$\frac{s}{t} = \frac{v_0 + v}{2}$$

o bien

$$s = \frac{v_0 t + v}{2} \tag{2-8}$$

Substituyendo el miembro derecho de la Ec. 2-7

$$s = \frac{v_0 t + (v_0 + at)t}{2}$$

$$s = v_0 t + \tfrac{1}{2} at^2 \tag{2-9}$$

Que es la distancia recorrida en el tiempo t por un objeto de aceleración uniforme a. Si parte del reposo $s = \frac{1}{2}at^2$.

La derivación de la Ec. 2-9 es debida a Galileo. En contraposición a la doctrina aceptada en su tiempo, él observó que despreciando la resistencia del aire, todos los cuerpos caen con la misma aceleración hacia el centro de la tierra (ver Fig. 2-4). El valor para esta aceleración es 9.8 m/seg² o 32ft/seg², y se denota usualmente por la letra g. Galileo realizó experimentos muy cuidadosos para comprobar que la distancia recorrida es proporcional al cuadrado del tiempo. El tiempo transcurrido lo midió recogiendo el agua que salía por un pequeño tubo situado en el fondo de un recipiente. Este era un dispositivo similar a los relojes de arena, excepto que en vez de arena se usaba agua. Observó que al hacer rodar una esfera por un plano inclinado recogía cierta cantidad de agua que se duplicaba si la longitud del plano se hacía cuatro veces la inicial. Estas observaciones están en perfecto acuerdo con la Ec. 2-9.

Ejemplo 5

Un mal turista deja caer una piedra desde el borde del Gran Cañón.* Despréciese la resistencia del aire. ¿Cuánto tarda la piedra

* Es un mal turista porque lanzó una piedra hacia el acantilado. Podría pegarle a alguien abajo.

Respuesta 3. Así como la velocidad promedio es $\bar{v} = s_1/t_1$ donde s_1 es la distancia recorrida en el tiempo t_1; la aceleración promedio es $\bar{a} = v_1/t_1$ donde v_1 es el incremento de velocidad durante el tiempo t_1.

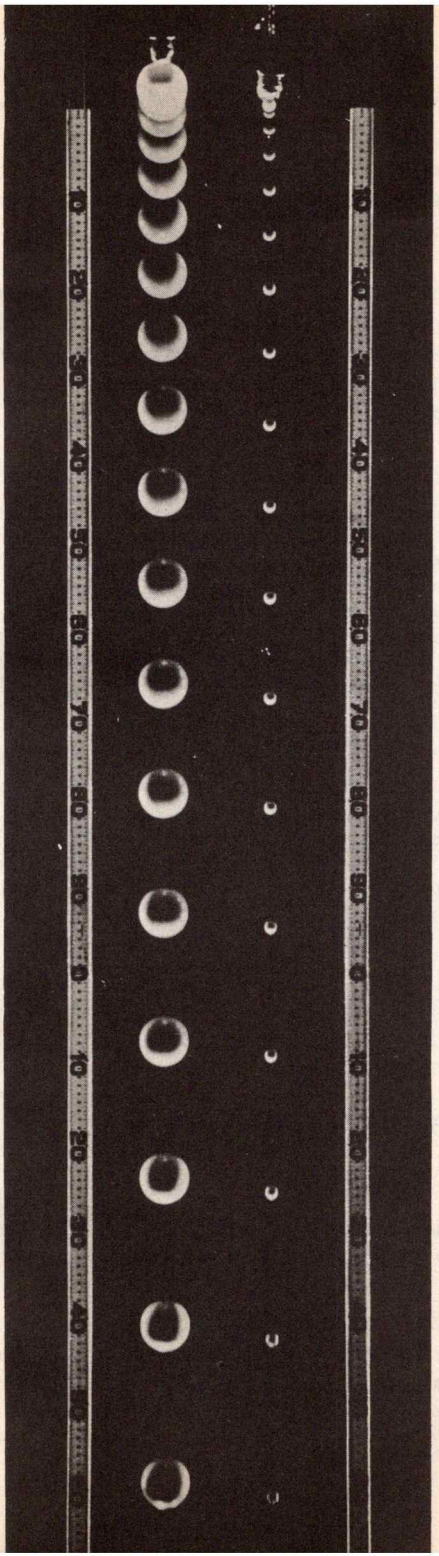


Fig. 2-4. Fotografía estroboscópica de la caída libre de dos esferas de masas distintas. Esta fotografía estroboscópica se logra manteniendo abierta la lente de la cámara e iluminando intermitentemente cada 30avo de segundo. Nótese que la masa pequeña llega al suelo al mismo tiempo que la masa más grande. Ambas esferas se soltaron simultáneamente. (Cortesía del Comité de Estudio de las Ciencias Físicas de los Servicios Educativos). (Physical Science Study Committee of Educational Services, Inc.)

en llegar al fondo del Cañón? La profundidad del cañón es de 1500 m.

En este problema se conocen s y a y se desea encontrar t. La Ec. 2-9 expresa la relación entre s, a y t que corresponde a esta situación de aceleración uniforme en línea recta. Con $v_0 = 0$ y $a = g$: se obtiene

$$s = \tfrac{1}{2}gt^2$$

de donde

$$t^2 = \frac{2s}{g}$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} \qquad (2\text{-}10)$$

Ahora que se conoce la solución algebraica para t, en términos de los datos del problema, se substituye $s = 1\,500$ m; $g = 9.8$ m/seg² para

$$t = \sqrt{\frac{10\,000}{32}} \text{ seg} = 17.6 \text{ seg.}$$

Ejemplo 6

Un muchacho lanza una pelota hacia arriba hasta que alcanza una altura de 20 m y la recibe cuando ésta cae. ¿Cuánto tiempo estuvo la pelota en el aire?

Este problema se puede simplificar si se observa que el tiempo invertido en la subida es el mismo que el de bajada; lo cual es debido a que el cambio en la velocidad, es decir la aceleración, es el mismo en ambos casos y la velocidad de la pelota es cero en el punto más alto. Entonces si se toma una película de una pelota que cae desde una altura de 20 m y se proyecta en sentido inverso se tendrá el movimiento de una pelota que es lanzada hacia arriba hasta una altura de 20 m. El tiempo en que cae la pelota desde los 20 m se obtiene directamente de la Ec. 2-10.

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{40}{9.8}} = 2 \text{ seg}$$

El tiempo total que está la pelota en el aire es el doble de esta cantidad, es decir 4 seg.

En el problema anterior, ¿cuál es la aceleración de la bola cuando está en el punto más alto? La reacción inmediata de muchas gentes es decir cero. Es cierto que en ese instante la velocidad es cero, pero esto no significa que la aceleración también sea nula. En efecto, la velocidad decrece continuamente. En el instante en que la velocidad es igual a cero, la velocidad está en proceso de cambiar de un valor positivo a un valor negativo y la razón de cambio es precisamente $a = -9.8$ m/seg^2.

Ejemplo 7

Un cierto tipo de cohete es capaz de alcanzar la velocidad de escape ($v = 11$ km/seg) después de 200 km de viaje. Como se verá en el capítulo 5, ésta es la velocidad necesaria para escapar de la influencia gravitacional terrestre. Supóngase que la aceleración es constante, ¿cuál será el valor numérico de esta aceleración?

En este problema se conocen v y s y se desea encontrar a. Entonces, es necesaria una fórmula que relacione s, v y a. Ya que no se dispone de tal fórmula, se puede, al menos, empezar por escribir la definición de a (Ec. 2-6).

$$a = \frac{v}{t}$$

Y ahora resulta que el miembro derecho contiene otra incógnita, t. Pero t puede determinarse mediante una ecuación que contenga t y las cantidades conocidas s y v. La expresión adecuada es la Ec. 2-4 ya que la velocidad promedio del cohete en el tiempo t es $v/2$ (véase Ec. 2-8). Entonces $v = s/t$

$$\frac{2}{1} v = \frac{s}{t}$$

o bien,

$$t = \frac{2s}{v} = \frac{400}{11} \text{ seg} = 36.4 \text{ seg}$$

Si se substituye este valor en la fórmula para a, se obtiene

$$a = \frac{v}{t} = \frac{11 \times 10^3}{36.4} \text{ m/seg}^2 = 302 \text{ m/seg}^2$$

Que es 31 veces la aceleración de la gravedad. Es decir $31g$. Esta aceleración es demasiado grande para que los astronautas la soporten durante el lanzamiento.

El ejemplo 7 presenta una mayor dificultad que los ejemplos anteriores ya que es necesario determinar una cantidad auxiliar t antes de evaluar la cantidad a. Dicho matemática-

mente es necesario resolver dos ecuaciones simultáneas con dos incógnitas, a y t. Muchos problemas en física son de tal naturaleza que las cantidades auxiliares deben encontrarse o eliminarse. El procedimiento para seleccionar las cantidades y las ecuaciones más apropiadas para trabajar es un procedimiento de prueba y error. En este aspecto, resolver problemas de física es análogo a resolver crucigramas.

Con objeto de ahorrar tiempo en la resolución de problemas se derivará una expresión que relacione las cantidades s, a y v. La velocidad promedio para un objeto sujeto a aceleración uniforme y con la velocidad inicial v_0 es

$$\frac{v_0 + v}{2} = \frac{s}{t}$$

También

$$v - v_0 = at$$

Si t no interesa, se elimina multiplicando miembro a miembro las dos expresiones anteriores:

$$\left(\frac{v + v_0}{2}\right) \times (v - v_0) = \frac{s}{t} \times at \qquad (2\text{-}11)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

Ejemplo 8

En el ejemplo 4, ¿con qué velocidad chocó el vehículo con el camión?

Como antes $v_0 = 16.7$ m/seg, $a = -5$ m/seg^2 y la distancia al camión es $s = 20$ m. Resolviendo la Ec. 2-11 para v y substituyendo estos valores $v = \sqrt{v_0^2 + 2as} = \sqrt{278.9 - 200} = \sqrt{78.9} = 8.4$ m/s $= 30.2$ km/h.

Se ve que los primeros 20 m de frenado no logran tanto como los 20 m siguientes.

Ejemplo 9

Considérese a un paracaidista que se lanza desde un aeroplano. Se acelerará en caída libre hasta que la resistencia del aire le obligue a alcanzar una velocidad terminal de alrededor de 220 km/h o 61 m/seg (a esta velocidad, la fuerza de la resistencia del aire sobre un cuerpo humano es suficiente para cancelar la fuerza debida a la gravedad). Supóngase que el paracaídas no se abra, pero el paracaidista tiene la suerte de caer sobre un banco de nieve blanda que le detiene con aceleración constante. Supóngase que el paracaidista sobrevive si la aceleración es menor que $30g$. ¿Qué profundidad debe tener la nieve?

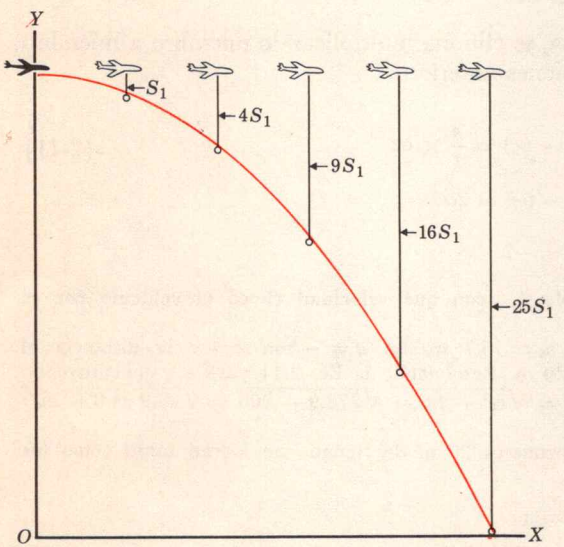
Pregunta 4. En el instante t_1 un auto en la posición s_1 y con velocidad v_1 se detiene con aceleración constante de magnitud a. ¿Cuál es su posición s_2 en el instante t_2?

En este problema $v_0 = 61$ m/seg, la velocidad final es $v = 0$ y la aceleración es $a = -30g = -294$ m/seg². Resolviendo la Ec. 2-11 para s y substituyendo los valores

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0^2(61)^2}{2(-294)} = \frac{3721}{588} = 6.3 \text{ m.}$$

Han existido casos de alpinistas que han caído libremente desde miles de metros y han sobrevivido gracias a la nieve. Tal vez con un traje apropiado, los paracaidistas puedan no necesitar paracaídas, pero deberán sumergirse en agua alrededor de 7 m o más.

Fig. 2-5. Posición de una esfera que cae desde un aeroplano a intervalos sucesivos de tiempo. En el primer intervalo la distancia recorrida es s_1.



Respuesta 4. De acuerdo con la Ec. 2-9 la distancia recorrida $(s_2 - s_1)$ en un tiempo $(t_2 - t_1)$ es $(s_2 - s_1) = v_1(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}(-a)(t_2 - t_1)^2$. Puesto que el auto está frenando, la aceleración $(-a)$.

2-3 Movimiento compuesto

Movimiento horizontal, movimiento vertical y movimiento combinado

Si un pasajero de un avión, deja caer un objeto dentro de éste, observa que la caída es vertical y con aceleración g hasta que el objeto llega al piso. Supóngase que hay un orificio en el piso. El pasajero vería que el objeto continúa cayendo en trayectoria vertical directamente debajo del avión (véase Fig. 2-5). (En realidad, el objeto quedará retrasado respecto al avión, debido a la resistencia del aire). ¿Qué vería un observador en la tierra? Si y_0 es la altura del avión e y la altura del objeto que cae, desde la tierra se ve que la distancia $(y_0 - y)$ aumenta proporcionalmente al cuadrado del tiempo. Esta cantidad substituye a s en la Ec. 2-9. Entonces

$$(y_0 - y) = \tfrac{1}{2}gt^2$$

ó

$$y = y_0 - \tfrac{1}{2}gt^2 \qquad (2\text{-}12)$$

Sea x la distancia horizontal del objeto, medida a partir de la línea que inicialmente une al avión con tierra. (En la Fig. 2-5 x se mide a partir de la línea OY). Despreciando la resistencia del aire, la distancia del avión, y en consecuencia del objeto, a la línea vertical será

$$x = v_0 t \qquad (2\text{-}13)$$

donde v_0 es la velocidad del avión o sea la velocidad inicial del objeto visto desde la tierra. Eliminando t de estas dos ecuaciones, se obtiene la ecuación para la trayectoria del cuerpo que cae visto desde la tierra.

$$t = \frac{x}{v_0}$$

$$y = y_0 - \tfrac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

$$y = y_0 - \frac{g}{2v_0^2}x^2$$

Quien esté familiarizado con la geometría analítica, reconocerá esta ecuación como la ecuación de una parábola. En la Fig. 2-6 aparece la trayectoria seguida por una pelota a la que se le comunicó una velocidad horizontal inicial.

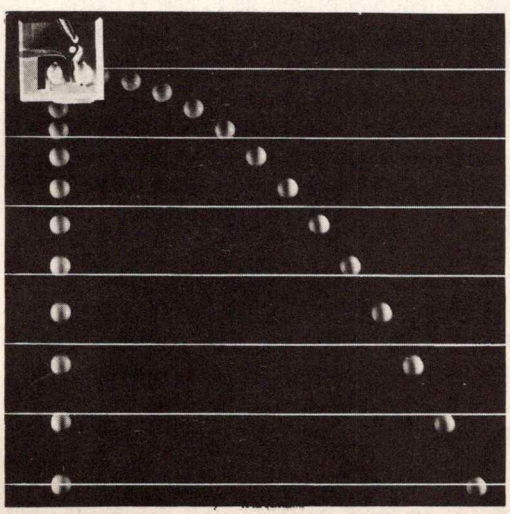
Galileo fue el primero en demostrar que las trayectorias seguidas por los proyectiles son parábolas (siempre que se desprecie la resistencia del aire). Observó que los movimientos horizontal y vertical pueden considerarse independientes. Puesto que en la dirección horizontal no hay aceleración, la distancia en esta dirección está dada por

$$x = (v_0)_x t$$

donde $(v_0)_x$ es la velocidad inicial en la dirección x. El desplazamiento vertical siempre está dado por la Ec. 2-12; o bien, si existe velocidad inicial en esta dirección $(v_0)_y$, la expresión será

$$y = y_0 + (v_0)_y t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

Fig. 2-6. Fotografía estroboscópica de dos pelotas de golf lanzadas simultáneamente. En el instante de lanzar la pelota del lado derecho se le comunicó una velocidad inicial mediante un resorte. (Cortesía del Comité de Estudios de las Ciencias Físicas). (Physical Science Study Committee).



Ejemplo 10

Un bombardero vuela a una altura de 10,000 m y a una velocidad de 700 km/h. Despreciando la resistencia del aire, ¿cuántos metros adelante del blanco deberá soltarse la bomba?

Una forma de resolver este problema sería calcular primero cuánto tiempo tarda la bomba en llegar al blanco. Se puede calcular t mediante la Ec. 2-10 donde $s = 10^4$ m.

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 10^4}{9.8}} = 44.7 \text{ seg}$$

La distancia horizontal recorrida es

$$x = v_0 t = 700 \times 10^3 \text{ m/s} \times 44.7 \text{ seg}$$

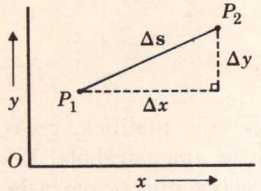
$$x = 3.1 \text{ km}$$

2-4 Vectores

Las matemáticas de las flechas

Ahora que se está discutiendo el movimiento en dos dimensiones, es importante hacer notar que la velocidad es lo que

Fig. 2-7. Un desplazamiento Δs y sus componentes x e y, Δx y Δy.



se llama vector. Los vectores tienen tanto magnitud como dirección. Una velocidad no está completamente definida a menos que se especifiquen tanto su magnitud como su dirección. Muchas veces es útil considerar la velocidad en sus componentes x e y. Las componentes x e y de la velocidad v_x y v_y están relacionadas con la velocidad total por

$$v_x^2 + v_y^2 = v^2$$

Lo cual se muestra en la Fig. 2-7 que representa a un objeto que se mueve desde p_1 a p_2 en un tiempo Δt. Los segmentos Δx y Δy son las componentes x e y del desplazamiento Δs. De acuerdo con el teorema de Pitágoras

$$(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 = (\Delta s)^2$$

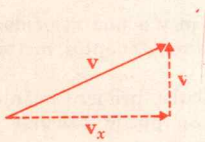
Dividiendo ambos miembros entre $(\Delta t)^2$, se obtiene

$$\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2 = \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)^2$$

ó

$$v_x^2 + v_y^2 = v^2$$

Fig. 2-8. Componentes x e y del vector $\mathbf{v}$.



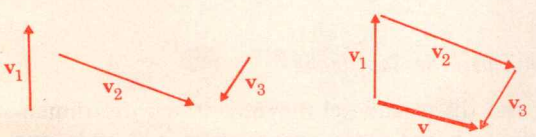
Suma de vectores

En la Fig. 2-7 se indica también una regla geométrica simple para encontrar la velocidad resultante. Colóquese el origen de v_y coincidiendo con el extremo de v_x. La velocidad resultante se obtiene uniendo el origen de v_x con el extremo v_y tal como se muestra en la Fig. 2-8. Como cualquier desplazamiento resultante es la suma de los desplazamientos separados, se puede generalizar esta regla geométrica para sumar velocidades con direcciones arbitrarias. A esta regla general para sumar vectores se le denomina regla del polígono. En la Fig. 2-9 se ha aplicado para obtener el vector suma

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3$$

Entonces el procedimiento general consiste en colocar sucesivamente el origen de cada vector en el extremo del anterior. El vector resultante será entonces aquél que va del origen del primero al extremo del último, como en la Fig. 2-9.

Fig. 2-9. Suma de tres vectores usando la regla del polígono. $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3$.



Diferencia de vectores

Supóngase que se desea encontrar el vector $\mathbf{v}' = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ donde $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$ son los vectores representados en la Fig. 2-9.

Fig. 2-10.

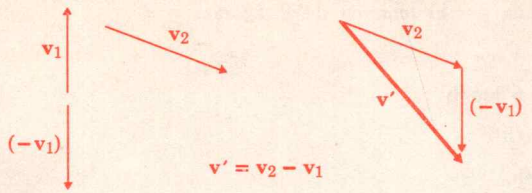
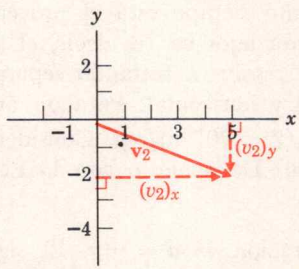


Fig. 2-11. Determinación de las componentes x e y del vector $\mathbf{v}_2$.



Es evidente que la respuesta, algebraicamente, equivale a la adición de una cantidad negativa; es decir,

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v}_2 + (-\mathbf{v}_1)$$

y el vector $(-\mathbf{v}_1)$ es justamente el vector $\mathbf{v}_1$ con sentido contrario (véase Fig. 2-10).

Componentes

Además de la regla del polígono para sumar vectores, existe un segundo método, a saber: la suma por componentes. Para usar este método es necesario disponer de las componentes de cada vector. Por ejemplo, las componentes x e y del vector $\mathbf{v}_2$ de la Fig. 2-9 se obtienen dibujando el vector con su origen coincidiendo con el origen de un sistema coordenado y trazando perpendiculares a cada uno de los ejes desde el extremo del vector; los segmentos comprendidos entre el origen de coordenadas y los puntos donde las perpendiculares cortan a los ejes respectivos, determinan las componentes. De acuerdo con lo anterior en la Fig. 2-11 se tiene que $(v_2)_x = 5$ unidades y $(v_2)_y = -2$ unidades.

La suma $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3$ se obtiene sumando primero todas las componentes x, resultando así la componente x del vector v.

$$v_x = (v_1)_x + (v_2)_x + (v_3)_x$$

En forma similar

$$v_y = (v_1)_y + (v_2)_y + (v_3)_y$$

El vector resultante se obtiene entonces sumando $\mathbf{v}_x$ y $\mathbf{v}_y$ como se hizo en la Fig. 2-8.

Muchas de las cantidades usadas en física son vectores y deben sumarse de esta manera. De las cantidades estudiadas hasta ahora, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración son vectores.

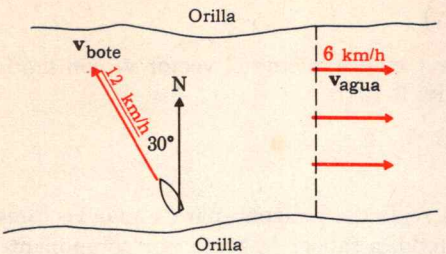
Ejemplo 11

En Fig. 2-12 se muestra un bote viajando en la dirección 30° al oeste del norte y con una rapidez de 12 km/h respecto al agua. La velocidad de la corriente es de 6 km/h hacia el este. Visto desde el muelle, ¿cuál es la dirección que sigue el bote y cuál es la rapidez?

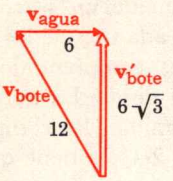
La cantidad que interesa es la suma vectorial

$$\mathbf{v}'_{\text{bote}} = \mathbf{v}_{\text{bote}} + \mathbf{v}_{\text{agua}}$$

Fig. 2-12. Bote cruzando un arroyo.



(*a*)



(*b*)

Esta suma está representada en la Fig. 2-12*b* y como puede observarse se ha formado un triángulo rectángulo con ángulos 30° —60°. La velocidad resultante (marcada en rojo) apunta al norte y su magnitud está dada por el teorema de Pitágoras:

$$v'^2_{bote} = v^2_{bote} - v^2_{agua}$$

$$v'_{bote} = \sqrt{12^2 - 6^2}\ \text{km/h}$$

$$= 6\sqrt{3}\ \text{km/h}$$

$$= 10.4\ \text{km/h}.$$

Resulta entonces que de acuerdo con la regla de suma de vectores $12 + 6$ puede ser igual a 10.4.

2-5 Movimiento de proyectiles*

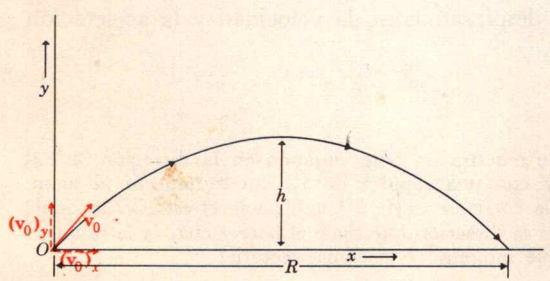
Aplicaciones militares

Primero se considerará el caso de un cañón que dispara a un ángulo de 45° con respecto a la horizontal (Fig. 2-13). Supóngase que la velocidad de la bala en la boca del cañón es de 1 km/seg y despréciese la resistencia del aire. Se desea determinar cuánto tiempo está el proyectil en el aire, qué tanto sube y cuán lejos va (es decir, el alcance del cañón). El problema se resolverá tratando separadamente los movimientos vertical y horizontal. Para un ángulo de 45° $(v_0)_x = (v_0)_y = v_0/\sqrt{2} = 707$ m/seg. Considérese primero el movimiento vertical. De acuerdo con la Ec. 2-7

$$v_y = (v_0)_y - gt$$

donde la aceleración es $a = -g$. El signo menos significa que la aceleración disminuye la velocidad en caso de que ésta sea positiva.

Fig. 2-13. Trayectoria de un proyectil lanzado a un ángulo de 45°. La velocidad inicial es v_0.



Resuélvase esta ecuación para t, notando que cuando el proyectil alcanza altura máxima, $v_y = 0$:

$$t_1 = \frac{(v_y)_y - v_y}{g} = \frac{707 - 0}{9.8}\ \text{seg}$$

$$t_1 = 72\ \text{seg}$$

donde t_1 es el tiempo necesario para alcanzar dicha altura. El tiempo total del viaje será el doble, esto es 144 seg. Sea h la altura máxima y R la distancia horizontal máxima. Puesto que la velocidad promedio vertical es la distancia h dividida entre 72 seg; esto es, $v_y = h/t$; y $vy = \frac{1}{2}(v_0)_y$ (véase Ec. 2-8), se tiene

* Si se desea puede omitirse esta sección.

$$\frac{h}{t_1} = \tfrac{1}{2}(v_0)_y$$

$$h = \frac{(v_0)_y t_1}{2} = \frac{707 \times 72}{2}\,\text{m}$$

$$\text{h} = 25.4\,\text{km}$$

El alcance R se obtiene inmediatamente de

$$x = (v_0)_x t$$

$$R = (v_0)_x \times 144\,\text{seg}$$

$$R = 707 \times 144\,\text{m}$$

$$R = 102\,\text{km}$$

Es interesante observar que con ángulo de disparo de 45° el alcance R es exactamente cuatro veces la altura máxima h. Si el cañón se dispara a un ángulo θ arbitrario, $(v_0)_x$ será $v_0 \cos\theta$ y $(v_0)_y$ será v_0 sen θ. Se puede demostrar, por simple trigonometría que el alcance es máximo cuando el ángulo de disparo es de 45°. Estas primeras aplicaciones militares de la física fueron descubiertas por Galileo.

Los conocimientos adquiridos sobre movimientos de proyectiles se aplicarán ahora a un problema de más actualidad, el de los proyectiles balísticos intercontinentales (ICBM). (Intercontinental Ballistic Missile). Considérese un ICBM típico con un alcance máximo de 8000 km. Supóngase que el ICBM se ha lanzado desde una distancia de 8 000 km hacia su ciudad y que lo detecta por vez primera cuando se encuentra a la mitad de su recorrido. ¿De cuánto tiempo dispone para dar aviso? ¿Qué velocidad lleva el proyectil cuando lo detectó? ¿Con qué velocidad pegará en el blanco? ¿Cuál será su altura máxima? Para resolver este problema serán necesarias algunas aproximaciones. Se supondrá que en esta distancia la Tierra es plana, que g es la misma a cualquier altura y que la resistencia del aire es despreciable.

Se sabe que el ICBM penetra en la estratosfera a un ángulo de 45° ya que fue lanzado con su máximo alcance. Entonces la información que se tiene es: $(v_0)_x = (v_0)_y$, $R = 8000$ km, y que la aceleración vertical es $g = 9.8\,\text{m/seg}^2$. A partir de tan escasa información es posible responder a todas las preguntas planteadas. Para el movimiento vertical,

$$v_y = (v_0)_y - gt$$

Pregunta 5. Los mejores coches deportivos son capaces de acelerar hasta 100 km/h a partir del reposo en aproximadamente 10 seg. ¿Cuánto es esta aceleración comparada con g?

Sea t_1 el tiempo necesario para alcanzar la altura máxima. Entonces, a $t = t_1$, $v_y = 0$. Por lo tanto

$$0 = (v_0)_y - gt_1$$

ó

$$t_1 = \frac{(v_0)_y}{g}$$

Substitúyase la ecuación anterior $(v_0)_y$ por $(v_0)_x$ puesto que tiene el mismo valor. Entonces

$$t_1 = \frac{(v_0)_x}{g}$$

Se puede calcular $(v_0)_x$ observando que la velocidad horizontal es R dividida entre $2t_1$ que es la duración del viaje. Substituyendo en la ecuación anterior:

$$t_1 = \frac{(R/2t_1)}{g}$$

$$t_1^2 = \frac{R}{2g}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{8 \times 10^6}{2 \times 9.8}} \text{ seg}$$

$$t_1 = 639 \text{ seg}$$

Entonces, el tiempo disponible para dar aviso es alrededor de 10.5 min. La velocidad en el punto más alto de la trayectoria es la distancia horizontal total dividida por el tiempo total del viaje:

$$(v_0)_x = \frac{R}{2t_1} = \frac{8000}{2 \times 639} \text{ km/seg} = 6.26 \text{ km/seg}$$

La velocidad final tendrá el mismo valor v_0 que es $\sqrt{2}$ veces $(v_0)_x$. Por lo tanto

$$v_0 = 1.41 \times 6.26 \text{ km/seg} = 8.85 \text{ km/seg} = 5.5 \text{ mi/seg.}$$

La altura máxima h dividida entre t_1 es la velocidad vertical promedio, que es $\frac{1}{2}(v_0)_y$

$$\frac{h}{t_1} = \tfrac{1}{2}(v_0)_y$$

$$h = \frac{(v_0)_y t_1}{2}$$

Respuesta 5. $\bar{a} = \dfrac{v}{t} = \dfrac{28 \text{ m/seg}}{10 \text{ seg}} = 2.8 \text{ m/seg}^2$ que es alrededor de $\frac{1}{4}$ de g. Sin importar la potencia de la máquina el límite último es el punto en el cual las llantas pierden tracción. Esto ocurre cuando $a \approx \frac{1}{2}g$.

Pero $(v_0)_y$ tiene el mismo valor que $(v_0)_x$, que es de 6.26 km/seg. Entonces

$$h = \frac{6.26 \times 639}{2} \text{ km} = 2000 \text{ km}$$

que es exactamente un cuarto del alcance al igual que en el caso del cañón disparado a 45°. A pesar de las aproximaciones que se han hecho, los cálculos anteriores están en perfecto acuerdo con los datos reales obtenidos con los modernos ICBM. Uno de ellos, con alcance de 8 000 km, el tiempo de vuelo total es alrededor de 20 min y la velocidad necesaria es $v_0 = 8.80$ km/seg que es comparable con la velocidad de un satélite de la Tierra.

2-6 Aceleración centrípeta

Aceleración perpendicular

En el instante en que un proyectil tiene su altura máxima, la aceleración g es perpendicular a su velocidad. Como se ha visto, los proyectiles siguen trayectorias curvas. En esta sección se estudiará el caso especial en el cual la aceleración es siempre perpendicular a la velocidad. Primero se mostrará que si un objeto se mueve uniformemente sobre un círculo la aceleración es siempre perpendicular a su velocidad, es decir está dirigida hacia el centro del círculo (el radio es perpendicular a la velocidad ya que la velocidad es tangente al círculo).

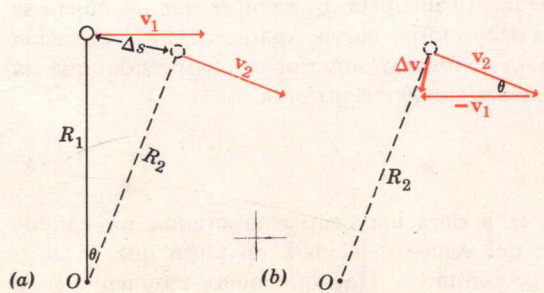
La Fig. 2-14*a* muestra dos posiciones sucesivas de un objeto que se mueve uniformemente sobre un círculo. Sea Δt el intervalo de tiempo necesario para que recorra la distancia Δs comprendida entre estas dos posiciones. Durante este tiempo la dirección de la velocidad ha cambiado de $\mathbf{v}_1$ a $\mathbf{v}_2$.

Para determinar la aceleración $\Delta\mathbf{v}/\Delta t$, será necesario determinar primero $\Delta\mathbf{v}$, o sea el cambio en velocidad durante el intervalo Δt. El vector $\Delta\mathbf{v}$ es el vector diferencia $\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$. Este vector está representado en la Fig. 2-14*b* como la suma de los vectores $\mathbf{v}_2$ y $(-\mathbf{v}_1)$. El vector $(-\mathbf{v}_1)$ es el mismo vector $\mathbf{v}_1$ pero en sentido contrario

$$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_2 + (-\mathbf{v}_1)$$
$$= \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$$

Nótese que el triángulo de la Fig. 2-14*b* con lados $\Delta\mathbf{v}$, $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$ es semejante al triángulo de la Fig. 2-14*a* con los lados

Fig. 2-14. En la parte (*a*) dos posiciones sucesivas de un objeto que se mueve uniformemente en un círculo. (*b*) Obtención del vector $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$.



Pregunta 6. ¿Es posible que un objeto se mueva en una trayectoria circular sin acelerarse?

correspondientes Δs, R_1 y R_2. Los triángulos son semejantes ya que ambos son isósceles y los lados $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$ son mutuamente perpendiculares a los lados R_1 y R_2; entonces los ángulos marcados con la letra θ son iguales. Puesto que los lados correspondientes de triángulos semejantes son proporcionales, se tiene

$$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v}{R}$$

$$\Delta v = \frac{v}{R}\,\Delta s$$

Dividiendo ambos miembros entre Δt:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{R} \times \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)$$

En el límite de Δt pequeña, las dos posiciones sucesivas de la Fig. 2-14 estarán sumamente próximas y $\left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)$ será igual a v. Entonces

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{R} \times (v) = \frac{v^2}{R}$$

La cantidad $\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$ es la magnitud de la aceleración y se le denomina aceleración centrípeta a_c. Siempre que un objeto se mueva en una trayectoria curva aparecerá la aceleración centrípeta. De la expresión anterior se desprende que la fórmula para la aceleración centrípeta es

aceleración centrípeta

$$a_c = \frac{v^2}{R} \tag{2-14}$$

Obsérvese que la aceleración centrípeta origina un cambio en la dirección del vector velocidad, en tanto que la magnitud permanece constante. Hay que notar también que la dirección de a_c apunta hacia el centro del círculo. (En la Fig. 2-14*b*, Δv apuntará tanto más al centro, cuanto más próximas estén las posiciones sucesivas).

Quienes estén familiarizados con el término "fuerza centrífuga", podrán observar que tal término no se ha empleado en esta discusión. La fuerza centrífuga, es lo que se llama una fuerza ficticia y sólo aparece cuando el observador está en un sistema de referencia en rotación. Aquí se tratarán los obje-

Respuesta 6. No, porque la dirección de la velocidad cambia haciendo imposible que el vector $\mathbf{v}_2$ sea igual al vector $\mathbf{v}_1$.

tos girando, viéndolos desde fuera, nunca nos "sentaremos" en ellos.

Ejemplo 12

¿Cuál es la aceleración centrípeta de un objeto situado en el ecuador terrestre, producida por la rotación de la Tierra? Un objeto en el ecuador recorre la circunferencia de la Tierra (40,000 km) en un día (8.64×10^4 seg). Su velocidad es entonces

$$v = \frac{4 \times 10^7 \text{ m}}{8.6 \times 10^4 \text{ seg}} = 463 \text{ m/seg}$$

Y de acuerdo con la Ec. 2-14 tendrá una aceleración v^2/R dirigida hacia el centro de la Tierra ($R = 6{,}360$ km).

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(463)^2}{6.36 \times 10^6} \text{ m/seg}^2$$

$$= 0.034 \text{ m/seg}^2$$

Que es 0.34% de $g = 9.8$ m/seg^2. Debido a este hecho, como se verá en el capítulo siguiente, la gente en el ecuador pesa alrededor del 0.34% menos que en las proximidades de los polos. Es más fácil hacer una milla en 4 minutos en el ecuador que en el polo norte.

Fig. 2-15. Modelo del Sputnik I de tamaño normal exhibido en Moscú. (Cortesía de Sovfoto.)

2-7 Satélites de la tierra

"Balas" rápidas

¿Por qué razón no caen los satélites de la Tierra con aceleración $g = 9.8$ m/seg^2, como lo hacen todos los otros objetos cercanos a la superficie terrestre? En realidad esto es justamente lo que ocurre. Un satélite que vuela a poca altura cae continuamente hacia la Tierra con la aceleración de la gravedad g. Si no fuera así, es decir si no estuviera sujeto a la atracción gravitacional terrestre, seguiría una trayectoria rectilínea tangente a la Tierra. A un observador situado en la Tierra, exactamente debajo del satélite le parecería que éste asciende. Según la Ec. 2-14 cualquier objeto que se mueve sobre un círculo alrededor de la Tierra debe tener una aceleración $a_c = v^2/R$ dirigida hacia el centro de la Tierra. Un satélite terrestre que siga una órbita cercana a la superficie de la Tierra puede considerarse correctamente como un cuerpo que cae libremente con aceleración constante $a_c = 9.8$ m/seg^2. Ahora se calculará la velocidad y el período del Sputnik I (véase Fig. 2-15). A la velocidad necesaria para poner en órbita un satélite se le denomina velocidad circular v_c. Puesto que la aceleración contrípeta tiene el valor g,

$$\frac{v_c^2}{R_e} = g$$

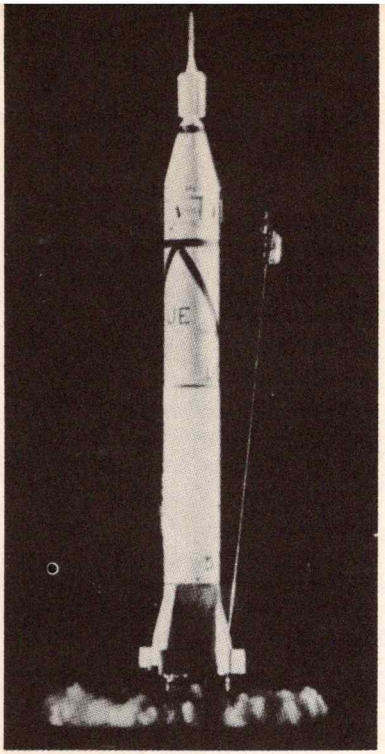
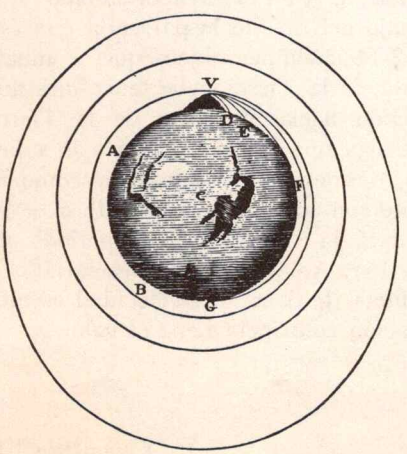


Fig. 2-16. Lanzamiento del Explorer I, primer satélite artificial construido por los EE.UU., enero 31, 1958. (Cortesía del Ejército de los EE.UU.) (U.S. Army).

Fig. 2-17. Proposición de Isaac Newton para un satélite artificial.



donde $R_e = 6500$ km es la distancia al centro de la Tierra. Entonces

$$v_c = \sqrt{gR_e}$$
$$= \sqrt{9.8 \times 6.5 \times 10^6 \text{ m/seg}}$$
$$= 8 \text{ km/seg} \quad \text{o} \quad 5 \text{ mi/seg}$$

Esta es la velocidad alcanzada por el Sputnik I y el Explorer I (Fig. 2-16). El tiempo que le lleva a un satélite terrestre a "baja altura" dar una vuelta a la Tierra se puede calcular dividiendo la circunferencia terrestre entre v_c:

$$T = \frac{40\,000 \text{ km}}{8 \text{ km/seg}} = 5000 \text{ seg} = 83 \text{ min}$$

A los satélites que vuelan más alto les lleva más tiempo dar la vuelta a la Tierra.

Fue Isaac Newton el primero en hacer estos cálculos (alrededor de 1660). La Fig. 2-17 muestra un dibujo hecho por el propio Newton de la órbita de un satélite terrestre. Él estudió el disparo de un gran cañón desde la cima de una montaña; predijo que si la velocidad de la bala en la boca del cañón era de 8 km/seg, ésta daría la vuelta a la Tierra. En el mismo dibujo se muestran también las trayectorias para velocidades menores. Se ve que la idea de satélites artificiales no es reciente, y ha sido gran sueño en las mentes de los científicos desde la época de Newton.

¿Qué sucedería si se le comunicara al proyectil una velocidad mayor que la necesaria? Esto se puede ver obteniendo R de la Ec. 2-14

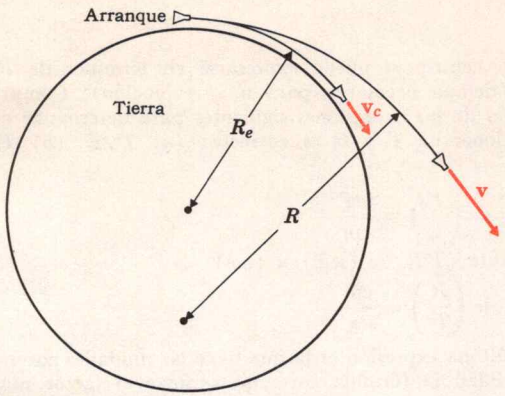
$$R = \frac{v^2}{a_c} \tag{2-15}$$

Pero $a_c = g$, ya que en las proximidades de la superficie terrestre la aceleración gravitacional es la misma sin importar qué tan rápido se muevan los proyectiles. Así que substituyendo $g = \frac{R_e}{{v_c}^2}$ en la Ec. 2-15 se obtiene:

$$R = \frac{v^2}{g} = \frac{v^2}{\left(\frac{{v_c}^2}{R_e}\right)}$$
$$R = \left(\frac{v}{v_c}\right)^2 R_e$$

GRABADO

Fig. 2-18. Inicio de dos posibles órbitas de satélites. El satélite con velocidad v_c gira en torno al centro de la Tierra. El satélite con velocidad mayor v parte teniendo una órbita con un radio de curvatura mayor que R.



Pregunta 7. Un satélite terrestre no puede estar en una órbita estable a menos que $v = \sqrt{gR_e}$. ¿Falso o verdadero?

De esta ecuación puede verse que si v es 10% mayor, $\left(\frac{v}{v_c}\right)^2 = 1.21$ y R será 21% más grande que el radio de la Tierra. Recuérdese que R es el radio de curvatura de la trayectoria seguida por el proyectil en el instante en que su velocidad es v y la aceleración es g. En la Fig. 2-18 se ilustra esta situación. El proyectil empieza a moverse alejándose de la superficie de la Tierra. Después de viajar un tiempo, su velocidad tendrá una componente que sale del centro de la Tierra. En consecuencia habrá una componente de la aceleración debida a la gravedad que apunte en la dirección opuesta al movimiento la cual reducirá v de manera que el proyectil "caerá" eventualmente hacia la Tierra. Como se discutirá en el capítulo 4, la trayectoria exacta será una elipse con uno de sus focos en el centro de la Tierra.

2-8 Revisión de unidades

Más vale prevenir...

Al resolver problemas o revisar fórmulas es muy útil revisar las unidades en ambos miembros de la ecuación. Si se ha cometido algún error, éste se pondrá de manifiesto por la aparición de alguna diferencia en las unidades de un miembro con respecto al otro. Por ejemplo, revísese la fórmula $v = \sqrt{2as}$ en el sistema CGS. Las unidades en el primer miembro son cm/seg. Las unidades de la aceleración son cm/seg^2, las del segundo miembro son

$$\text{unidades} = \sqrt{\left(\frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}\right) \times (\text{cm})} = \sqrt{\frac{(\text{cm})^2}{(\text{seg})^2}} = \frac{\text{cm}}{\text{seg}}$$

Ya que el factor $\sqrt{2}$ del segundo miembro es un número puro y no contiene ninguna unidad, es imposible probar por este método si su aparición en la fórmula es correcta.

Ejemplo 13

Un estudiante no recuerda exactamente si la fórmula para la distancia recorrida por un cuerpo que cae es $s = \frac{1}{2}at$ o $s = \frac{1}{2}at^2$. ¿Cómo podrá decidirse mediante la revisión de las unidades?

Por razones de variedad supóngase que él trabaja en el sistema inglés de unidades. Entonces

$$\text{unidades de } (at) = \left(\frac{ft}{\text{seg}^2}\right) \times (\text{seg}) = \text{ft/seg}$$

y

$$\text{unidades de } (at^2) = \left(\frac{ft}{\text{seg}^2}\right) \times (\text{seg})^2 = \text{ft}$$

Se ve de inmediato que la expresión que tienen las unidades correctas es la segunda.

Ejemplo 14

La aceleración centrípeta puede expresarse en términos de R y del período T (tiempo necesario, para una revolución). Compruébense las unidades de las expresiones siguientes para determinar cuál de las combinaciones de T y R es correcta: (*a*) T^2/R, (*b*) T^2R, (*c*) R/T^2

(*a*) Unidades de $\left(\frac{T^2}{R}\right) = \frac{\text{seg}^2}{\text{cm}}$

(*b*) Unidades de $(T^2R) = (\text{seg}^2) \times (\text{cm})$

(*c*) Unidades de $\left(\frac{R}{T^2}\right) = \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}$

Nótese que esta última expresión es la que tiene las unidades correctas para a_c. En realidad la fórmula correcta contiene el factor numérico $4\pi^2$. La fórmula correcta es entonces

$$a_c = \frac{T^2}{4\pi^2} R$$

La expresión anterior puede derivarse directamente tomando en cuenta que la velocidad v es el cociente de la circunferencia ($2\pi R$) entre el período T. Substituyendo $v = 2\pi R/T$ en la Ec. 2-14, se obtiene

$$a_c = \frac{(2\pi R/T)^2}{R}$$

o bien

$$a_c = \frac{4\pi^2}{T^2} R \qquad (2\text{-}16)$$

Problemas

1. Las ecuaciones 2-1 y 2-4 tienen en el segundo miembro la misma cantidad s/t; sin embargo, son bastante distintas. Explique el motivo.

2. Un objeto parte del reposo con aceleración uniforme. En términos de s y t su velocidad instantánea será $v = 2s/t$. Deduzca esta fórmula.

3. En el problema 2, $v = 2s/t$. ¿Cómo se explicaría la compatibilidad de esta expresión con la Ec. 2-1 que expresa $v = s/t$?

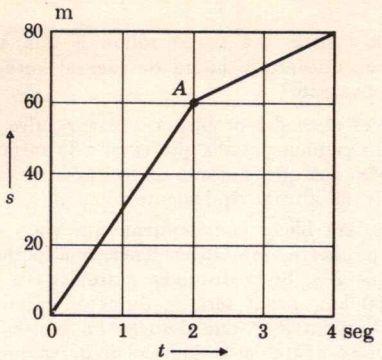
4. Suponga que en el problema 2 el objeto parte con una velocidad inicial v_0. Deduzca una fórmula para v en términos de v_0, s y t.

5. Un automóvil parte desde $s = 0$ y llega a $s = 2.5$ m en 4 seg, como se muestra en la figura.

a) ¿Qué tanto ha avanzado en los primeros 3 seg?
b) ¿Cuál era su velocidad instantánea para $t = 1$ seg?
c) ¿Cuál fue su velocidad promedio para los primeros 4 seg?

Respuesta 7. El satélite que aparece en la Fig. 2-18 tiene una velocidad considerablemente mayor y está en una órbita estable. Actualmente existen alrededor de mil objetos (incluyendo la Luna) en órbitas estables alrededor de la Tierra y ninguno de ellos tiene una velocidad exactamente igual a $\sqrt{gR_e}$.

Probl. 5



d) ¿Cuál fue su velocidad promedio para los primeros 3 seg? *e*) En el punto *A* hay un cambio brusco en la pendiente. ¿Será esto posible para un vehículo real?

6. Un cuerpo tiene una posición x_1 y una velocidad v_1 en el instante t_1. Para un instante posterior t_2 su posición es x_2 y su velocidad v_2. (*a*) ¿Cuál es su velocidad promedio en términos de estas cantidades? (No suponga que la aceleración es uniforme); (*b*) ¿Cuál es la aceleración promedio?

7. La máquina de un cierto cohete es capaz de ejercer una fuerza exactamente igual al peso del cohete. ¿Cuál será la aceleración del cohete cuando se dispara sobre rieles horizontales libres de fricción? ¿Cuál será la aceleración cuando el disparo es vertical desde la superficie de la Tierra?

8. ¿En qué punto de su trayectoria tiene un proyectil su mínima velocidad?

9. Un vehículo recorre una distancia s_1 a velocidad v_1 y una distancia s_2 a velocidad v_2; ¿cuál es el "promedio" de velocidad con respecto a la distancia? (Ahora s_1 y s_2 son los factores de peso.)

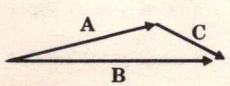
10. Un muchacho lanza una pelota hacia arriba en el aire y la recoge (a la misma altura de la cual la lanzó), después de 2 seg. ¿Con qué velocidad salió la pelota de la mano del muchacho? ¿Qué tanto subió a partir del punto en que fue lanzada?

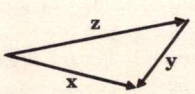
11. En un viaje sobre una carretera recta, un automóvil recorre 10 km con rapidez constante de 30 km/h y otros 10 km con rapidez constante de 60 km/h. ¿Cuál es la rapidez promedio para el viaje completo?

12. Para poner en órbita a un astronauta es necesario acelerarlo en un tiempo *T* desde una velocidad igual a cero hasta la velocidad orbital de 8 km/seg. Supóngase que su aceleración en este período es de 4 *g*. ¿Cuánto tiempo le toma al cohete alcanzar la velocidad orbital? y ¿cuánto se ha desplazado durante este tiempo?

13. Un cuerpo que se mueve a una velocidad de 10 m/seg se frena uniformemente hasta alcanzar el reposo en una distancia de 20 m. ¿Cuál es su desaceleración? ¿Cuánto tiempo se necesita para que el cuerpo llegue al reposo?

Probl. 14





14. El vector **C** es igual a (**A** + **B**; **A** − **B**; **B** − **A**; ninguno). El vector **Z** es igual a (**X** + **Y**; **X** − **Y**; **Y** − **X**; ninguno).

15. Un "jardinero derecho" se encuentra a 60 m del "home". En el momento preciso en que él lanza la bola hacia el home, un corredor deja la tercera base y tarda 3.5 seg en llegar al "home". Si la altura máxima alcanzada por la pelota es de 19.2 m; ¿será puesto "out" el corredor?

16. Un satélite de la Tierra describe una órbita a 500 km de altura. En un intento por derribar el satélite se apunta verticalmente un cañón superpotente. Supóngase que la aceleración de la gravedad es constante (9.8 m/seg^2) y despréciese la resistencia del aire. ¿Qué velocidad de salida en la boca del cañón deberá tener el proyectil para apenas alcanzar al satélite? ¿Cuánto tiempo tardará el proyectil en alcanzar al satélite?

17. Una pelota de acero rebota sobre una plancha del mismo material con un período de oscilación de 1 seg. ¿Qué tan altos son los rebotes?

18. Un auto choca contra una pared sólida a una velocidad de 60 km/h. ¿Desde qué altura habrá de caer el auto para que el impacto sea equivalente?

19. Supóngase que el auto del problema anterior sufre una colisión de frente con un camión pesado que viaja a la misma velocidad, 60 km/h. Supóngase que durante la colisión el camión no se frena. ¿Cuál es la altura equivalente?

20. Supóngase que para hacer cómodamente un viaje en un avión de propulsión a chorro, éste debe tener una aceleración horizontal menor que 2 *g*. Si la distancia entre Nueva York y Filadelfia es de 160 km, ¿cuál será la duración mínima del viaje que hace este "superavión" que despega en Nueva York y aterriza en Filadelfia? ¿Cuál sería la velocidad máxima que alcanzaría el avión durante este viaje?

21. Se lanza una pelota sobre una superficie plana desde una altura de 20 m y rebota hasta una altura de 5 m. ¿Cuál es la velocidad de la pelota un instante antes de que toque la superficie? ¿Cuánto tiempo transcurre desde el instante en que se lanza la pelota hasta que llega al punto más alto en el rebote? ¿Cuál es la velocidad de la pelota inmediatamente después de dejar la superficie?

22. Un cierto cohete de la armada de los EE. UU. puede alcanzar una velocidad de 10,000 km/h en el tiempo que recorre 3,000 m. ¿Cuál es la aceleración como múltiplo de *g*?

23. Supóngase que un antiproyectil dispone de 1 min para interceptar un proyectil que viaja a una altura de 200 km. Si los motores del cohete son capaces de comunicar una aceleración máxima de $10g$ si el vuelo se hace verticalmente, ¿será suficiente un minuto?

24. Considérese un avión cuya rapidez de viaje es de 320 km/h con respecto al aire. En su programa figura un viaje redondo entre dos puntos A y B, que distan 640 km. Desprecie el tiempo perdido en despegar, parar y volver.

a) ¿Cuánto tiempo le llevará hacer el viaje redondo en un día calmado?

b) ¿Cuánto tiempo le llevará en un día en que el viento sopla a 80 km/h de B a A?

c) ¿Cuánto tiempo le llevará si existe viento cruzado a 80 km/h?

25. Un muchacho deja caer una piedra desde una ventana a 30 m de altura del suelo. Otro muchacho deja caer una piedra desde una ventana a 20 m de altura sobre el suelo en el instante preciso en que la primera piedra pasa frente a él.

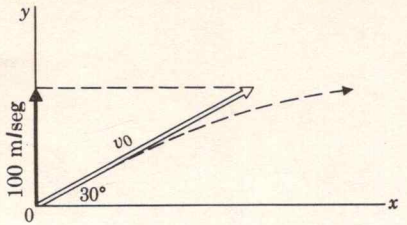
a) ¿Con qué velocidades llegarán al suelo las piedras?

b) ¿Cuánto tiempo habrá entre las llegadas a tierra de cada una de las piedras?

26. Un objeto que parte del reposo recibe durante un año una aceleración igual a *g*. De acuerdo con la mecánica relativista, ¿cuál

será su velocidad final? Si se le acelera por diez años, ¿qué tanto se aproximará a la velocidad de la luz?

Probl. 29



27. Si la distancia de la Tierra a la Luna es de 384.000 km; ¿cuál es la aceleración centrípeta de la Luna en su órbita alrededor de la Tierra?

28. ¿Cuántas veces mayor que la de la Luna será la aceleración centrípeta de un satélite de la Tierra que está sesenta veces más cerca del centro de la Tierra que la Luna? ¿Se podría afirmar que la aceleración centrípeta varía inversamente al cuadrado de la distancia al centro de la Tierra?

29. Considérese que se lanza un proyectil a 30° con respecto a la horizontal. La componente vertical de la velocidad inicial es de 100 m/seg. Despréciese la resistencia del aire.

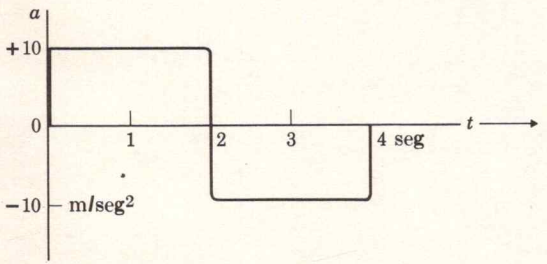
a) ¿Cuál es la velocidad inicial?

b) Sea T el tiempo total de vuelo; ¿cuánto vale v_y para $t = \frac{1}{2}T$? ¿Cuál es la aceleración en este instante?

c) ¿Cuánto vale v_y justamente antes de $t = T$?

d) ¿Cuánto vale v_y para $t = \frac{1}{4}T$?

Probl. 30



30. Una partícula parte del reposo y se le sujeta durante los primeros cuatro segundos a las aceleraciones representadas en las figuras.

a) Graficar la velocidad contra el tiempo para esta partícula.

b) Graficar la distancia contra el tiempo.

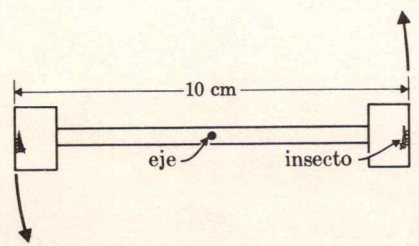
c) ¿Cuál será su velocidad máxima durante los 4 seg?

d) ¿Qué tanto habrá avanzado en estos 4 seg?

31. Un arroyo corre a razón de 5 km/h hacia el oeste. A 10 km/h con respecto al agua viaja un bote en dirección a 30° al este del norte. ¿Cuál es la velocidad y dirección del bote para un observador en la orilla?

32. ¿Cuál es la temperatura promedio con respecto al tiempo en un período de 24 h, si desde la medianoche hasta las 10 a.m. la temperatura aumenta uniformemente de 30° a 60°; desde las 10 a.m. hasta las 4 p.m. la temperatura permanece en 60° y de las 4 p.m. a la medianoche la temperatura decrece uniformemente hasta 40°?

Probl. 33

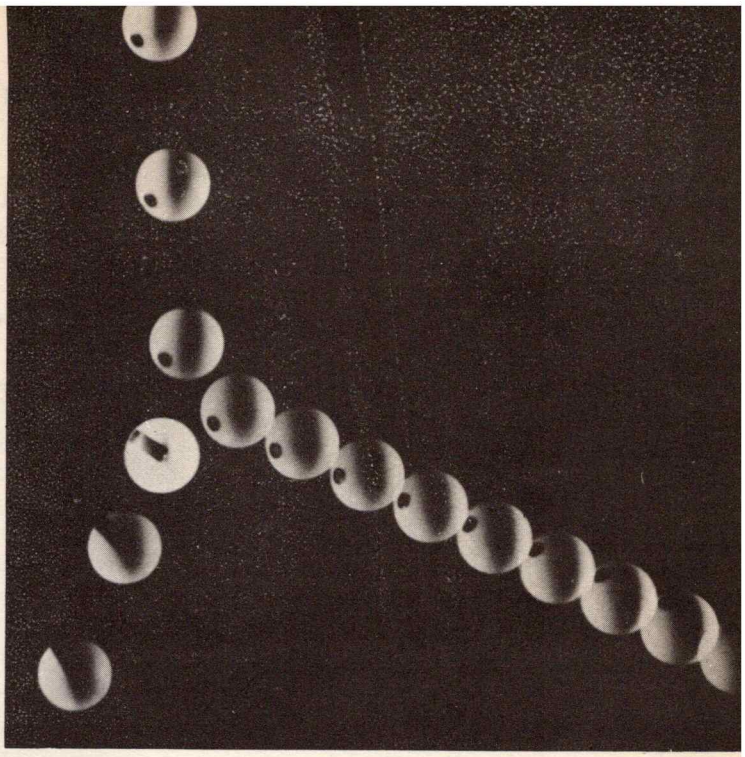


33. Un aparato está diseñado para estudiar insectos con una aceleración de 100 *g*. El aparato consiste en una barra de 10 cm en cuyos extremos existen recipientes apropiados a los insectos. La barra gira en torno a su centro.

a) ¿Cuál será la velocidad del insecto cuando la aceleración es 100 *g*?

b) ¿Cuál será el número de revoluciones por segundo?

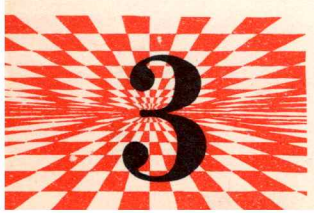
34. Supóngase que el cohete del Proyecto Apolo viaja en una órbita circular en torno a la Luna. Si el radio de su órbita es $\frac{1}{3}$ el radio de la Tierra y la aceleración gravitacional debida a la Luna es $g/12$ donde $g = 9.8$ m/seg². ¿Cuál es la velocidad comparada con la velocidad de un satélite terrestre de poca altura? Es decir, ¿cuál es la relación de esta velocidad orbital lunar a la de un satélite terrestre próximo a la superficie de la Tierra?



Dinámica

Capítulo 3

Dinámica



3-1 Las leyes del movimiento, de Newton

Una descripción general

La dinámica es el estudio de ciertas relaciones generales que describen la interacción de los cuerpos materiales. Se verá que una enorme variedad de fenómenos pueden describirse o explicarse en términos de las leyes de Newton. Una propiedad general de los cuerpos materiales es su masa inercial. La fuerza es otro concepto nuevo, útil cuando se trata de describir las interacciones entre cuerpos materiales. Newton fue el primero en definir cuantitativamente estos dos conceptos (en este libro, los términos masa y masa inercial tienen el mismo significado y se usarán indistintamente). Las definiciones de masa y fuerza están contenidas en la descripción que hizo Newton de sus tres leyes del movimiento. Aquí se enunciarán primero estas leyes y a continuación se discutirán junto con las definiciones de masa y de fuerza.

Primera ley de Newton

Un cuerpo libre (sobre el cual actúa una fuerza neta nula) permanece necesariamente en reposo o moviéndose con velocidad constante (aceleración nula.) Matemáticamente esto se expresa como

1a. ley $\mathbf{a} = 0$ cuando $\mathbf{F}_{\text{neta}} = 0$

Segunda ley de Newton

La fuerza neta que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de su masa por la aceleración del mismo.

2a. ley $$\mathbf{F}_{\text{neta}} = M\mathbf{a} \tag{3-1}$$

Tercera ley de Newton

Siempre que dos cuerpos interaccionen, la fuerza que ejerce el primero sobre el segundo es igual y opuesta a la que ejerce el segundo sobre el primero.

3a. ley $$\mathbf{F}_{A \text{ debida a } B} = -\mathbf{F}_{B \text{ debida a } A} \tag{3-2}$$

Matemáticamente, la primera ley es un caso particular de la segunda, que es más general. Una razón para enunciar explícitamente este caso especial, es que a primera vista parece contradecir la experiencia común. Normalmente se

observa que si no se empuja o jala a un objeto, éste llegará eventualmente al reposo en vez de moverse con velocidad constante. Por ejemplo, un automóvil llegará al reposo si se apaga el motor. Si se desea aceptar la primera ley de Newton, debe admitirse la existencia de fuerzas retardadoras actuando sobre el automóvil. De hecho, estas fuerzas son la resistencia del aire y el empuje de la carretera sobre las llantas del mismo, que actúan sobre el automóvil comunicándole una aceleración negativa hasta llevarlo al reposo. Un automóvil, o cualquier otro objeto, viajando libremente en el espacio, nunca llegaría al reposo. El dogma científico aceptado hasta más o menos la época de Newton, estaba basado en las enseñanzas aristotélicas. Un principio básico en el esquema aristotélico era que, si sobre un objeto no actuaban fuerzas, éste debería llegar al reposo. Otra de sus enseñanzas fue la idea de que los cuerpos caen con una rapidez que es proporcional a su peso. Como se ha visto, Galileo fue uno de los primeros en criticar estas dos aseveraciones aristotélicas.

Se debe indicar un último punto en relación con la primera ley de Newton. Obviamente, la primera ley parece violarse si el observador mismo se mueve aceleradamente. Newton especificó que las tres leyes del movimiento son válidas sólo cuando el observador se encuentra en lo que él llamó sistema de referencia inercial. Newton definió un sistema inercial como aquel sistema que no está acelerado con respecto a las estrellas fijas. Sin embargo, el encontrar un sistema inercial no tan simple como se podría pensar, requiere un conocimiento de la estructura del universo (Cosmología). El problema de encontrar sistemas de referencia inerciales será discutido en detalle en el capítulo 11.

El lector cuidadoso podría sentirse perturbado por la segunda ley de Newton, ya que en ella aparecen dos cantidades nuevas —la masa y la fuerza— que no han sido definidas con rigor. Sin embargo, la combinación de la segunda y tercera leyes de Newton definen de una manera única, tanto a la fuerza como a la masa.

En este libro se definirá la masa inercial usando una forma moderna equivalente de la tercera ley: la ley de la conservación del impulso. Se sabe que la tercera ley no es correcta. Se han encontrado violaciones burdas a ella. Se verá en el capítulo de relatividad, que ninguna señal puede viajar a una velocidad mayor de la luz. Por ello, la tercera ley de Newton no se puede aplicar a fuerzas que actúan a distancia;

de ser así, las fuerzas podrían usarse para transmitir señales con velocidad infinita. Un ejemplo simple de una violación de la 3a. ley, es aquél en el que una partícula cargada se aleja de un alambre que transporta una corriente. Como se verá en el capítulo 8, el alambre ejerce una fuerza magnética sobre la partícula cargada y, simultáneamente, la fuerza neta que ejerce la partícula sobre él es exactamente cero. Esto es contrario a la 3a. ley de Newton, que establece que estas dos fuerzas deben tener la misma magnitud. Por otra parte. la tercera ley es correcta para fuerzas de contacto y cuando se aplica a cuerpos que están en reposo. Hasta donde se sabe, la ley de la conservación del impulso es una ley exacta de la naturaleza. Nunca se han encontrado violaciones a ella y ha sido ampliamente comprobada por todo tipo de experimentos.

De hecho, las leyes de Newton pueden derivarse de las leyes de conservación del impulso y la energía, o viceversa. Es cuestión de gusto cuál de ellas sea tomada como la ley básica. Más aún, con el auxilio de matemáticas más avanzadas, se puede mostrar que las leyes de conservación del impulso y la energía, se derivan de los principios de simetría, de la homogeneidad del espacio y del tiempo. Por homogeneidad del espacio se entiende la invariabilidad de la forma de todas las leyes físicas con respecto a la posición en el espacio. Por homogeneidad en el tiempo se entiende que las leyes de la Física no cambian con el tiempo.

Antes de continuar con la discusión de las leyes de Newton, se definirá a la masa inercial a través de la ley de la conservación del impulso.

3-2 La conservación del impulso

Una ley sagrada de la naturaleza

El impulso o cantidad de movimiento **P** de un objeto se define como el producto de la masa del mismo por su velocidad.

definición del impulso

$$\mathbf{P} = M\mathbf{v} \tag{3-3}$$

La ley de la conservación del impulso establece que, en ausencia de fuerzas externas, la suma de los impulsos de dos partículas permanece constante. Por ejemplo, si dos partículas M_A y M_B chocan, entonces

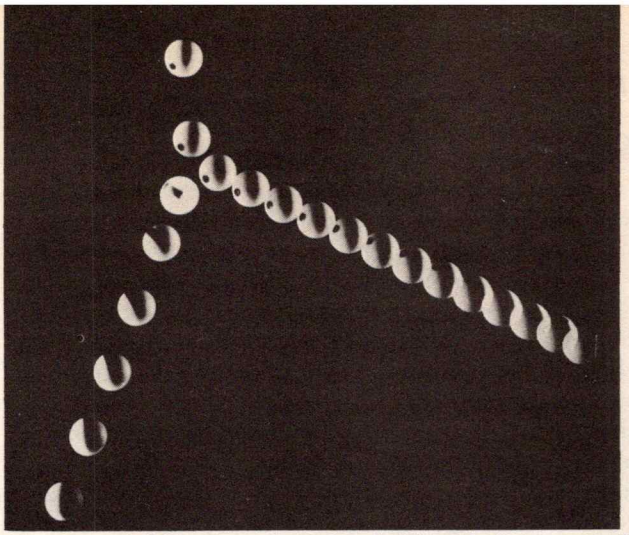


Fig. 3-1. Colisión entre dos bolas de billar de igual masa. La bola *B* se encontraba originalmente en reposo. La bola *A* incide por la parte superior y es desviada hacia la derecha. Esta fotografía estroboscópica (30 destellos por segundo) es una cortesía de Physical Science Study Committee.

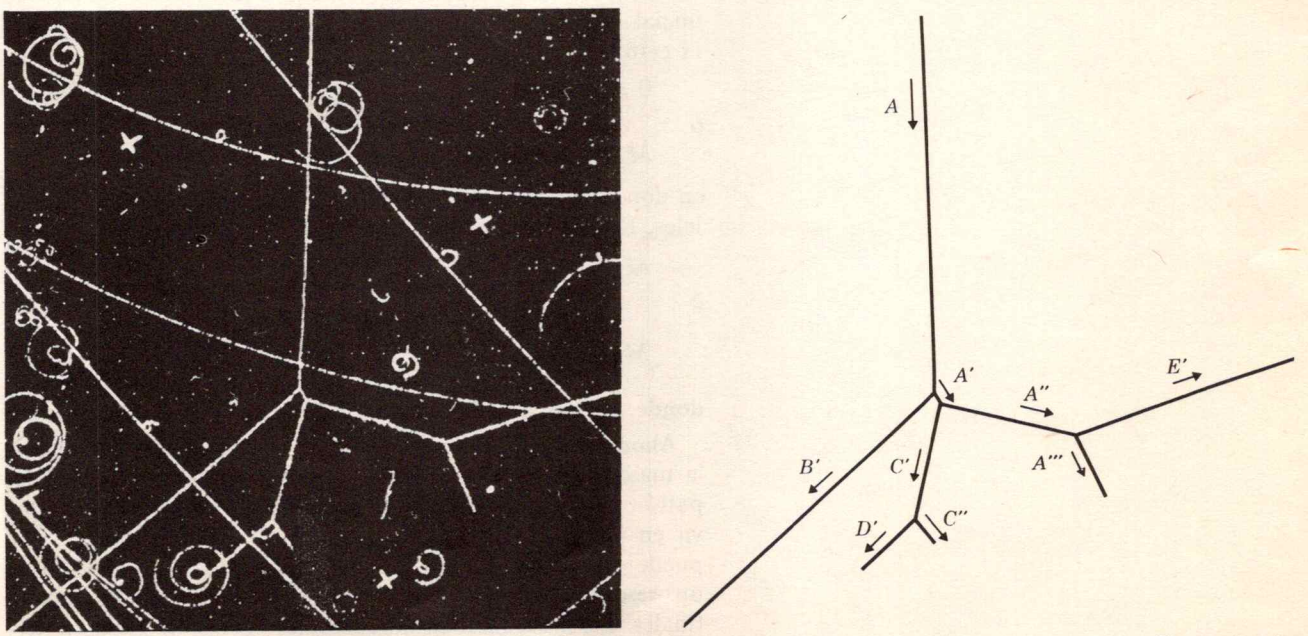


Fig. 3-2. Colisiones sucesivas de un protón contra otros protones que se encuentran inicialmente en reposo. El protón *A* incide por la parte superior y choca con el protón *B*. Los protones *B*, *C*, *D* y *E* se encontraban inicialmente en reposo en forma de núcleos de hidrógeno en hidrógeno líquido. La fotografía fue tomada por el grupo que trabaja en la cámara de burbujas de hidrógeno líquido en el Laboratorio de Radiación de Lawrence en la Universidad de California. En una cámara de burbujas, los protones en movimiento dejan trazas formadas por burbujas minúsculas.

conservación del impulso

$$\mathbf{P}_A + \mathbf{P}_B = \mathbf{P}_A' + \mathbf{P}_B'$$

o

$$M_A\mathbf{v}_A + M_B\mathbf{v}_B = M_A\mathbf{v}_A' + M_B\mathbf{v}_B' \tag{3-4}$$

donde $\mathbf{v}_A$ y $\mathbf{v}_B$ son las velocidades de las masas M_A y M_B antes de la colisión y $\mathbf{v}_A'$ y $\mathbf{v}_B'$ son las velocidades después de la colisión. En la Fig. 3-1 se muestra un ejemplo con bolas de billar. La ley es completamente general, como se muestra en la Fig. 3-2, se cumple igualmente para partículas elementales que para bolas de billar. Nótese que las velocidades, en la Ec. 3-4, son vectores y por lo tanto no tienen que estar en la misma dirección.

Se considerará primero la aplicación más simple posible: dos objetos se encuentran inicialmente en reposo como se muestra en la Fig. 3-3; esto es, $v_A = v_B = 0$. A continuación se permite que estos dos cuerpos interaccionen mediante la expansión de un resorte, o mediante una pequeña explosión entre ellos. En una situación ideal, la masa del resorte debe ser muy pequeña comparada con M_A o M_B. Como el impulso inicial es cero, el miembro izquierdo de la Ec. 3-4 también es cero y se tiene

$$0 = M_A\mathbf{v}_A' + M_B\mathbf{v}_B'$$

ó

$$M_B\mathbf{v}_B' = -M_A\mathbf{v}_A'$$

en donde el signo menos indica que los vectores son antiparalelos. En términos de las magnitudes de los vectores, se tiene

$$M_Bv_B' = M_Av_A'$$

ó

$$M_B = M_A\frac{v_A'}{v_B'} \tag{3-5}$$

donde v_A' y v_B' son las magnitudes de los vectores velocidad.

Ahora se tiene un procedimiento operacional para definir la masa. Sea M_A una masa patrón conocida. Podría ser 1 kg patrón (el cilindro de una aleación de platino que se conserva en Francia). Entonces, cualquier masa desconocida M_B puede determinarse uniendo las masas M_A y M_B mediante un resorte y observando la relación entre sus velocidades finales. La masa inercial de cualquier cuerpo se puede determinar mediante la simple medida de una relación de velocidades finales.

Podría parecer que la ley de la conservación del impulso establece que la relación entre las velocidades finales es inde-

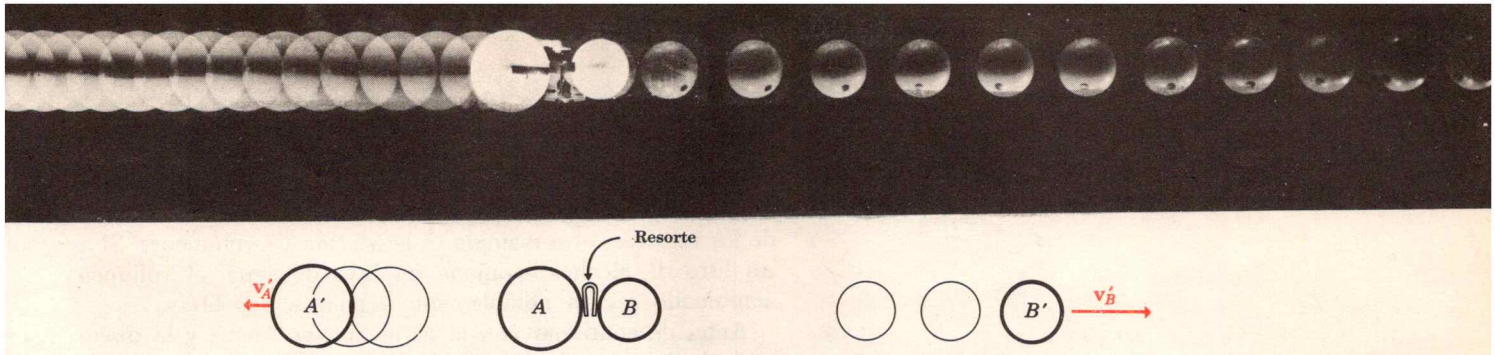


Fig. 3-3. Fotografía estroboscópica de dos masas diferentes que son separadas por un resorte. La pelota *A* tiene doble masa que la pelota *B*. (Cortesía del Physical Science Study Committee.)

pendiente de la fuerza del resorte. De hecho, esto no es completamente cierto. Si se pudiera encontrar un resorte extraordinariamente fuerte, que comunicara velocidades comparables a la velocidad de la luz, se tendría que la cantidad

$$\frac{v_A'}{v_B'} \cdot \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v_B'}{c}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_A'}{c}\right)^2}}$$

sería independiente de la fuerza del resorte. Este hecho experimental, unido a la Ec. 3-4, obliga a concluir que la masa de un objeto es

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{3-6}$$

donde M_0 es su masa en reposo y c es la velocidad de la luz. En lo que sigue, y hasta no llegar al capítulo 11, se hará una muy buena aproximación que consiste en suponer que la masa permanece constante, sin importar su velocidad. En estos primeros capítulos se estará tratando siempre con velocidades mucho menores que el 1% de la velocidad de la luz. Aun al 1% de la velocidad de la luz, la Ec. 3-6 indica que la masa aumenta solamente una parte en cada 20,000.

Otra consecuencia experimental de la definición de masa, tal como aparece en la Ec. 3-5, es que las masas son aditivas, entendiéndose por esto que si dos masas M_B y M_C se unen, entonces una determinación similar de la masa combinada M_D, será numéricamente igual a la suma de las determina-

Pregunta 1. Una bola de billar que se mueve con velocidad v_A en la dirección x, choca con otras dos. Escriba la ecuación que relaciona las componentes y de las velocidades finales v'_A, v'_B y v_C.

ciones separadas para M_B y M_C. Que las masas sean aditivas, puede parecer obvio al lector; pero obvio o no, todas las especulaciones que se hagan de la naturaleza, deben ser comprobadas por un experimento. Hay cantidades físicas comunes que no son aditivas. Un ejemplo lo constituyen las magnitudes de los vectores; otro ejemplo es la adición de volúmenes. Si a un litro de alcohol se añade un litro de agua, el volumen combinado resulta notablemente menor a dos litros.

Antes de continuar con la definición de fuerza y la discusión de la segunda ley de Newton, se ilustrará, mediante algunos ejemplos, la amplia utilidad de la ley de la conservación del impulso.

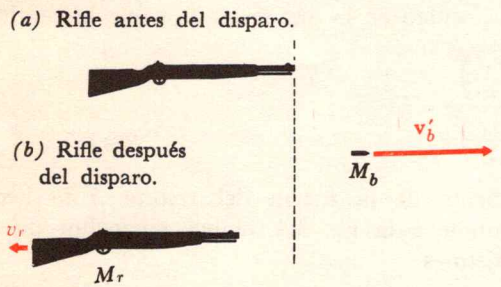


Fig. 3-4. La velocidad de retroceso de un rifle es tal que la suma de los impulsos de la bala y del rifle es cero.

Ejemplo 1

En la Fig. 3-4, se muestra un rifle de 3 kg que dispara balas de 10 gm con una velocidad de 600 m/seg. Si el rifle no se apoya firmemente en el hombro, ¿cuál es la velocidad de retroceso del rifle hasta antes de pegar contra el hombro? El impulso inicial del rifle y la bala es cero. Por lo tanto, de acuerdo con la ley de conservación del impulso, la suma algebraica de los impulsos finales del rifle y la bala tiene que ser cero.

$$M_g v_g' + M_b v_b' = 0$$

donde $M_g v_g'$ es el impulso del rifle y $M_b v_b'$ es el impulso de la bala, después del disparo.

$$v_g' = -\frac{M_b v'}{M_g} = -\frac{10(6 \times 10^4 \text{ cm/seg})}{3 \times 10^3}$$

$$v_g' = -200 \text{ cm/seg}$$

El signo menos indica que el retroceso del rifle es en sentido contrario al movimiento de la bala.

Ejemplo 2

El 80% de la masa de un cohete de 20 toneladas es combustible. Si el combustible es expulsado en forma de gas con una velocidad promedio de 1 km/seg con respecto a la Tierra, ¿cuál será la velocidad final del cohete? Despréciese el efecto de la gravedad y de la resistencia del aire. Este ejemplo es análogo al anterior. En este caso el avance del proyectil corresponde al retroceso del rifle. Se puede pensar que cada molécula del gas expulsado es como una pequeña bala disparada por el cohete. El impulso total del gas expulsado, es la masa del combustible M_f multiplicado por la velocidad promedio del gas v_f (ver Fig. 3-5). Como en el ejemplo anterior, el impulso inicial total es cero. Por lo tanto, la suma de los dos impulsos finales debe ser cero.

$$P_f' + P_r' = 0$$

Respuesta 1. De acuerdo con la conservación del impulso, la componente y del impulso permanecerá igual con cero. Por tanto

$$0 = (\mathbf{v}_A')_y + (\mathbf{v}_B')_y + (\mathbf{v}_C')_y$$

Fig. 3-5. Un cohete después de ser disparado. Los gases expulsados se mueven hacia la izquierda con una velocidad promedio v_f' y el cohete vacío se mueve hacia la derecha con velocidad v_r'.

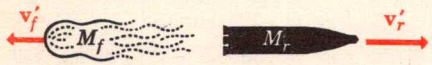
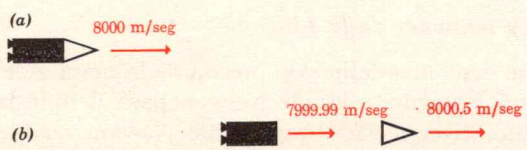


Fig. 3-6. *a*) Antes que se separe la nariz del cohete. *b*) Velocidades después que la nariz y la parte que contiene los motores han sido separadas por un resorte.



Pregunta 2. ¿Pueden tener velocidad promedio igual a cero los gases expulsados por un cohete que es disparado desde el reposo?

ó

$$M_f v_f' + M_r v_r' = 0$$

donde M_r es la masa del cohete vacío y v_r' es su velocidad final. Resolviendo para v_r' se tiene

$$v_r' = -\frac{M_f}{M_r} v_f'$$

Como la masa del combustible es cuatro veces la masa del cohete vacío y como $v_f' = 1$ km/seg, se tiene

$$v_r' = -4(1 \text{ km/seg})$$

ó

$$v_r' = -4 \text{ km/seg}$$

El signo menos significa que el cohete se mueve en sentido contrario a la dirección de los gases expulsados.

De lo anterior se ve que la velocidad del cohete puede volverse tan grande como se quiera, haciendo que la relación de masas del combustible al cohete vacío sea suficientemente grande. Sin embargo, el hecho de que el recipiente del cohete debe ser lo suficientemente fuerte para contener el combustible, establece un límite superior a la relación M_f/M_r. Esta limitación estructural puede evitarse mediante la construcción de cohetes de varias etapas. Suponga que, en el problema anterior, una fracción de la masa M_r es una segunda etapa y que también el 80% de la masa de esta segunda etapa es combustible. Entonces esta última puede adquirir una velocidad adicional v_r' de 4 km/seg. La velocidad final de la segunda etapa vacía será entonces de 8 km/seg, que es la velocidad necesaria para entrar en órbita alrededor de la Tierra.

Ejemplo 3

Como se muestra en la Fig. 3-6, la tercera etapa de un cohete consiste de una parte que contiene los motores cuya masa es de 500 kg y de una nariz de masa 10 kg con un resorte comprimido entre ellas. Al probarse en tierra, el resorte le comunicó a la nariz una velocidad de 51 cm/seg, con respecto al motor del cohete. Si la nariz se desprende cuando la tercera etapa está en órbita con velocidad $v_0 = 8$ km/seg, ¿cuáles serán las velocidades de la nariz y de la parte que contiene a los motores?

Sea $M_A = 500$ kg la masa de la parte que contiene a los motores y $M_B = 10$ km la de la nariz. El impulso inicial es $(M_A + M_B)v_0$. De acuerdo con la conservación del impulso,

$$M_A v_A' + M_B v_B' = (M_A + M_B)v_0$$

También se sabe, de la prueba en tierra, que $v_B' - v_A' = 0.51$ m/seg, o

$$v_A' = v_B' - 0.51 \text{ m/seg}$$

Substituyendo esto en la ecuación del impulso, se obtiene

$$M_A(v_B' - 0.51 \text{ m/seg}) + M_B v_B' = (M_A + M_B)v_0$$

$$v_B' = v_0 + \frac{M_A}{M_A + M_B} \times 0.51 \text{ m/seg}$$

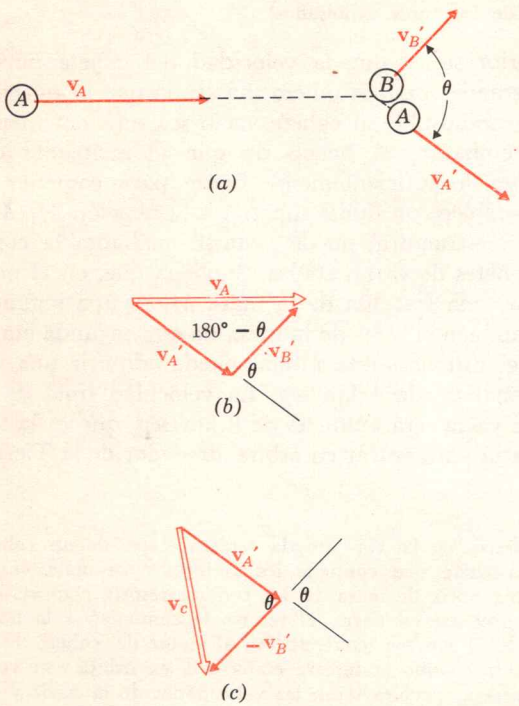
$$v_B' = 8000.5 \text{ m/seg}$$

$$v_A' = (8000.5 - .51) \text{ m/seg}$$

$$= 7999.99 \text{ m/seg}$$

Vemos que el resorte comunica a la nariz una velocidad adicional de 0.5 m/seg. La parte que contiene a los motores disminuye su velocidad en 0.01 m/seg.

Fig. 3-7. La bola *A*, proveniente del taco, incide sobre la bola *B*.



Respuesta 2. No. De ser esto así, el cohete tendría un impulso cuyo valor sería igual al inicial, que era cero.

Ejemplo 4

Muestre que en una colisión elástica entre pelotas de billar de la misma masa, la pelota proveniente del taco y la pelota blanca saldrán con velocidades que forman un ángulo de 90°. Esto es, en la Fig. 3-1 los vectores $\mathbf{v}_A'$ y $\mathbf{v}_B'$ deben formar un ángulo recto. Por colisión elástica se quiere decir que la magnitud de la velocidad relativa no cambia en la colisión.

Se debe mostrar que el ángulo θ en la Fig. 3-7*a* es de 90°. De acuerdo con la Ec. 3-4 $\mathbf{v}_A = \mathbf{v}_A' + \mathbf{v}_B'$. Este vector está indicado en la Fig. 3-7*b*. La velocidad relativa antes de la colisión $(\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_B) = \mathbf{v}_A$. Después de la colisión, la velocidad relativa es $\mathbf{v}_C = \mathbf{v}_A' - \mathbf{v}_B'$, tal como se muestra en la Fig. 3-7*c*. Nótese que el ángulo entre los lados v_A' y v_B' es el ángulo original θ. Como la colisión es elástica, $v_C = v_A$ y los tres lados del triángulo en la Fig. 3-7*c* son iguales a los lados del triángulo de la Fig. 3-7*b*; como consecuencia, los dos ángulos correspondientes son iguales.

$$\theta = (180° - \theta)$$

por tanto $$2\theta = 180°$$

$$\theta = 90°$$

3-3 Fuerza

Empujes y tensiones de la Física

Ahora que se tiene una definición precisa de la masa y del impulso, se usará la segunda ley de Newton para definir la fuerza. De hecho, el enunciado original de Newton no fue $F = Ma$, sino que la fuerza sobre una masa M era igual a la rapidez de cambio en el tiempo, del impulso de tal masa:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \quad \text{o} \quad F = \frac{\Delta(Mv)}{\Delta t} \tag{3-7}$$

donde ΔP es el cambio en el impulso de la masa M en un intervalo corto de tiempo Δt. A velocidades ordinarias (mucho

menores que la velocidad de la luz), se puede considerar que la masa M permanece constante y por lo tanto se puede sacar del signo de variación; entonces

$$F = M\frac{\Delta t}{\Delta v}$$

ó

$$F = Ma$$

ya que $\Delta v/\Delta t$ es la definición de aceleración. Naturalmente que Newton no sabía que la masa aumentaba con la velocidad, como indica la Ec. 3-6; él pensaba que el producto de la masa por la aceleración siempre debería ser matemáticamente igual a la rapidez del impulso con respecto al tiempo. De acuerdo con la moderna mecánica relativista, la definición original para la fuerza (Ec. 3-7) es correcta, y la forma $F = Ma$ es bastante aproximada cuando se está tratando con velocidades ordinarias. Se procederá a utilizar la aproximación $F = Ma$ a medida que se continúe el estudio de mecánica clásica. El estudio de la mecánica relativista se pospone hasta el capítulo 11. Sin embargo, vale la pena hacer notar que en este capítulo, que trata con mecánica clásica, se han obtenido definiciones rigurosas para la masa y para la fuerza (Ecs. 3-5, 3-7), que son correctas tanto en mecánica clásica como en mecánica relativista.

Es importante recordar que siempre que en esta sección aparezca el símbolo F, significará la fuerza neta sobre la masa M. Para ilustrar el significado, se harán algunas preguntas:

Pregunta: ¿Es posible que un cuerpo permanezca en reposo al ser empujado por una fuerza externa?

Sí; es posible si al mismo tiempo existen otras fuerzas externas, tales que la suma vectorial de todas ellas anule a la primera, esto es $F_{\text{neta}} = 0$.

Pregunta: Si la fuerza total sobre un cuerpo es cero, ¿tiene éste que estar en reposo?

No, el cuerpo puede tener velocidad constante.

Las unidades para la fuerza en el sistema MKS son kg, m/seg^2; y gm, cm/seg^2 en el CGS. Estas unidades reciben los nombres especiales de newton y dina respectivamente. Un newton es la fuerza necesaria para comunicarle una aceleración de 1 m/seg^2 a un cuerpo de masa de 1 kg. El factor de

Pregunta 3. ¿Es cierto o falso, que si un cuerpo está en movimiento, la fuerza neta que sobre él actúa es diferente de cero?

nversión entre newtons y dinas se obtiene de la siguiente manera:

$$1 \text{ newton} = \frac{1 \text{ kg} \times 1 \text{ m}}{(1 \text{ seg})^2}$$

Ahora se substituye 10^3 gr por 1 kg y 10^2 cm por un metro, para obtener

$$1 \text{ newton} = \frac{(10^3 \text{ gr}) \times (10^2 \text{ cm})}{(1 \text{ seg})^2}$$

$$= 10^5 \frac{(1 \text{ gm}) \times (1 \text{ cm})}{(1 \text{ seg})^2}$$

$$= 10^5 \text{ dinas}$$

Fuerza de contacto

Cuando dos cuerpos se empujan hasta obtener un contacto —por ejemplo: un bloque contra una pared o una mesa—, aparecen fuerzas de contacto. No sólo aparece una fuerza sobre la mesa, debida al bloque, sino que también hay una fuerza sobre el bloque, debida a la mesa. El origen de estas fuerzas es la fuerza repulsiva entre los átomos. Cuando las nubes electrónicas de los átomos se superponen, aparece una fuerza repulsiva entre ellos y a medida que los átomos se aproximan, esta fuerza repulsiva aumenta. Esta fuerza repulsiva entre los átomos es de origen electromagnético y puede ser excesivamente grande comparada con las fuerzas gravitacionales. Si un bloque se empuja cada vez más fuerte contra una mesa, los átomos de la superficie del bloque se aproximan más a los átomos de la mesa, hasta que existe una fuerza repulsiva igual y opuesta a la fuerza aplicada. Llamaremos a estas fuerzas entre las superficies, fuerzas de contacto.

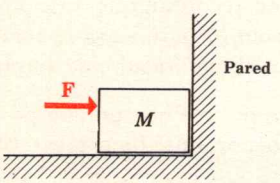
Considérese la siguiente "paradoja". Un bloque de madera de masa M se empuja contra una pared sólida con una fuerza F. Con la segunda ley de Newton, la aceleración es

$$a = \frac{F}{M}$$

Esto parece indicar que el bloque debería moverse aceleradamente. Sin embargo, sabemos por experiencia que el bloque no se mueve. ¿En dónde está el error?

Esta paradoja se resuelve observando que la F que debe usarse en la ecuación $F = Ma$ debe ser la *fuerza neta.* Si

Fig. 3-8. Un cuerpo que se empuja contra una pared inmovible.



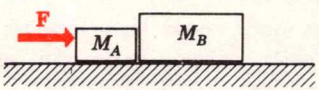
Respuesta 3. Falso. El cuerpo podría estar moviéndose con una velocidad constante y entonces $F_{\text{neta}} = 0$.

dos fuerzas F_1 y F_2 actúan sobre un cuerpo de masa M, entonces $\mathbf{F}_{neta} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$. En la Fig 3-8 existe, además de la fuerza aplicada $\mathbf{F}$, una segunda fuerza $\mathbf{F}'$ actuando sobre el bloque debida a la pared. La fuerza neta es entonces $\mathbf{F}_{neta} = \mathbf{F} + \mathbf{F}'$. De acuerdo con la tercera ley de Newton, $\mathbf{F}'$ es igual y opuesta a la fuerza que ejerce el bloque al empujar la pared, así que $\mathbf{F}' = -\mathbf{F}$. Por lo tanto $\mathbf{F}_{neta} = \mathbf{F} + (-\mathbf{F}) = 0$; la segunda ley de Newton resulta en

$$a = \frac{F_{neta}}{M} = 0$$

A medida que se avance, se apreciará la belleza y simplicidad de las leyes de Newton. Sin embargo, la aplicación correcta de ellas, puede ser en ocasiones sutil. La siguiente paradoja puede servir como una señal para el pensador descuidado.

Fig. 3-9. Dos cuerpos que son empujados sobre una superficie sin fricción.



Considérense dos bloques de masas M_A y M_B, en una superficie sin fricción como se muestra en la Fig. 3-9. Se aplica una fuerza F sobre el bloque A y ésta se transmite al bloque B. Por la tercera ley de Newton el bloque B debe ejercer una fuerza igual y opuesta $(-F)$ sobre el bloque A. Por lo tanto la fuerza neta sobre el bloque A es la suma de la fuerza aplicada más la fuerza de contacto $-F$, del bloque B sobre el A. Por lo tanto $F_{neta} = F + (-F) = 0$. Entonces

$$a = \frac{F_{neta}}{M} = 0$$

La conclusión sería que el bloque A nunca podría moverse, sin importar qué tan grande sea la fuerza F aplicada.

La paradoja anterior contiene un error, que consiste en la suposición de que la fuerza F transmite a través del bloque A y es por lo tanto aplicada al bloque B. En las leyes de Newton no hay nada que indique que esto deba ser así. En vez de esto, se supondrá un valor arbitrario F' para la fuerza que el bloque A ejerce sobre el B. Entonces la fuerza neta sobre B es F' y la fuerza neta sobre A es $F - F'$. La segunda ley de Newton aplicada a los bloques A y B respectivamente resulta

$$F - F' = M_A a$$
$$F' = M_B a$$

Sumando las ecuaciones anteriores se obtiene:

$$F = (M_A + M_B)a \quad \text{ó} \quad a = \frac{F}{M_A + M_B}$$

Pregunta 4. En la figura 3-8, ¿es la fuerza sobre la pared siempre igual a la fuerza que la pared ejerce sobre el cuerpo?

Este resultado no es otra cosa que la fuerza aplicada F dividida entre la masa total de los dos bloques.

Las siguientes tres secciones de este capítulo se dedican a las aplicaciones de las leyes de Newton, que puedan dar una idea de cómo se usan éstas para resolver problemas de Mecánica.

3-4 El plano inclinado

La gravedad reducida

Experimentalmente, todos los cuerpos en caída libre tienen la misma aceleración. De acuerdo con la ley de Newton, la fuerza gravitacional sobre cualquier cuerpo de masa M, en las vecindades de la superficie terrestre debe ser $F_G = Mg$ donde $g = 9.8$ m/seg^2.

Pregunta: ¿Cuál es la aceleración de una masa M que se encuentra sobre una mesa?

La respuesta es que, como la velocidad de la masa no cambia, la aceleración es, por definición, igual a cero.

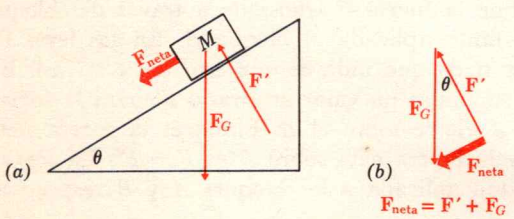
Pregunta: ¿Cuál es la fuerza neta sobre una masa M que se encuentra sobre una mesa?

Como la aceleración es cero, la fuerza neta es $F_{\text{neta}} = Ma = M(0) = 0$. La fuerza de contacto F' de la mesa sobre la masa, es igual y opuesta a la fuerza gravitacional que jala a M. La fuerza neta es $F_{\text{neta}} = F_G - F' = Mg - Mg = 0$. Esto es cierto para la fuerza vertical, aun si la masa M se desliza sobre una mesa sin fricción. En ausencia de fricción no existirá componente horizontal de la fuerza.

La componente de la fuerza a lo largo de la superficie seguirá siendo cero, aunque la mesa sin fricción se incline. Esto es, la única fuerza de contacto que la mesa puede ejercer sobre M, debe ser perpendicular a la superficie y está indicado por $\mathbf{F}'$ en la Fig. 3-10. Suponga que la mesa se inclina a un ángulo θ. ¿Cuál será la aceleración de la masa M, a medida que resbala sobre el plano inclinado?

En este caso, la fuerza de contacto $\mathbf{F}'$ del plano sobre M, debe tener un valor tal que $\mathbf{F}_{\text{neta}}$ está dirigida a lo largo del plano. $\mathbf{F}'$ debe ser también perpendicular al plano. En la Fig. 3-10 se muestran los tres vectores $\mathbf{F}_{\text{neta}}$, $\mathbf{F}'$ y la fuerza gravitacional $\mathbf{F}_G$. En la Fig. 3-10*b* se muestran los vectores $\mathbf{F}'$ y $\mathbf{F}_G$ sumados de acuerdo con la regla del polí-

Fig. 3-10. Fuerzas que actúan sobre un cuerpo de masa M que se desliza hacia abajo sobre un plano inclinado.



Respuesta 4. De acuerdo con la tercera ley de Newton, la respuesta es afirmativa.

gono para dar $\mathbf{F}_{\text{neta}}$. El ángulo entre $\mathbf{F}'$ y $\mathbf{F}_G$ debe ser θ, ya que $\mathbf{F}'$ y $\mathbf{F}_G$ son perpendiculares al plano y a la horizontal, respectivamente. Como el seno de un ángulo es el lado opuesto dividido entre la hipotenusa, se tiene, de la Fig. 3-10

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{F_{\text{neta}}}{F_G}$$

Ahora substitúyase Ma por F_{neta} y Mg por F_G:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{(Ma)}{(Mg)}$$

ó

$$a = g \operatorname{sen}\theta$$

3-5 Máquina de Atwood

Controlando la gravedad nuevamente

La máquina de Atwood consiste de dos masas M_1 y M_2 conectadas mediante una cuerda ligera a través de una polea, como se muestra en la Fig. 3-11. Si la masa de la cuerda fuera efectivamente cero, la fuerza sobre la cuerda también debería ser cero; de otra manera tendría una aceleración infinita. En otras palabras, si la cuerda se jala con una fuerza T en un extremo, el otro extremo también debe ser jalado con la misma fuerza T. En la Fig. 3-11, sea T la fuerza con que la cuerda jala hacia arriba a cada una de las masas. La fuerza neta sobre M_1 es

$$M_1 g - T = M_1 a_1 \tag{3-8}$$

La fuerza sobre M_2 es

$$M_2 g - T = M_2 a_2$$

Como la cuerda es de longitud constante, $a_1 = -a_2$, así que la ecuación anterior resulta

$$M_2 g - T = -M_2 a_1$$

ó

$$T = M_2 g + M_2 a_1$$

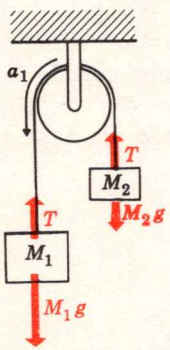
Ahora substitúyase esta expresión para T en la Ec. 3-8

$$M_1 g - (M_2 g + M_2 a_1) = M_1 a_1$$

Resolviendo para a_1 se obtiene el resultado

$$a_1 = \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} g$$

Fig. 3-11. Máquina de Atwood.



Pregunta 5. Un tractor jala un arado con una fuerza F.

a) ¿Deberá tener la misma magnitud F la fuerza que la tierra ejerce sobre el arado?

b) ¿Deberá tener la misma magnitud que F, la fuerza que ejerce el arado sobre el tractor al oponerse a ser jalado?

De aquí se ve que la aceleración puede hacerse tan pequeña como se quiera, eligiendo la diferencia de masas lo suficientemente pequeña. Naturalmente, si $M_1 - M_2$ se hace demasiado pequeña, las masas de la cuerda y de la polea ya no pueden despreciarse.

3-6 El péndulo simple y el movimiento armónico simple

El tipo común de movimiento

Por péndulo simple se entiende un pequeño cuerpo, generalmente en forma de disco o de cilindro, sujeto a una cuerda de longitud L. Cuando se habla del movimiento de un péndulo simple, se supone que el desplazamiento x siempre es mucho menor que L. Se calculará ahora la aceleración de M utilizando la Fig. 3-12. En la Fig. 3-12b se suman, mediante la regla del polígono, los vectores fuerza $\mathbf{F}_G$ y $\mathbf{T}$ para obtener $\mathbf{F}_{\text{neta}}$. Este triángulo vectorial es semejante al triángulo de la Fig. 3-12*a* ya que sus lados son paralelos a los lados correspondientes del triángulo de la Fig. 3-12*a*. Por tanto

$$\frac{F_{\text{neta}}}{F_G} = \frac{x}{L} \text{ (En el límite cuando } \theta \text{ es pequeña)} \qquad (3\text{-}9)$$

Ahora substitúyase Ma por F_{neta} y Mg por F_G. Entonces

$$\frac{Ma}{Mg} = \frac{x}{L}$$

ó

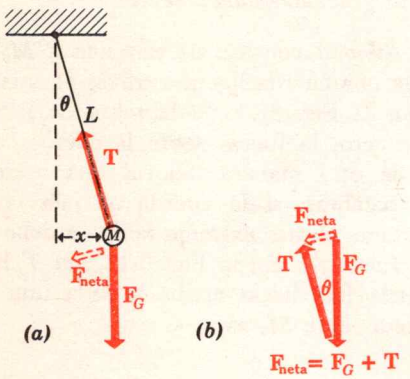
$$a = -\left(\frac{g}{L}\right)x$$

Se ha incluido el signo menos para recordar que la aceleración a y el desplazamiento x están en direcciones opuestas.

Este es el primer ejemplo de movimiento en que la aceleración cambia de magnitud. Nótese que en este ejemplo la aceleración esta relacionada de manera muy simple con el desplazamiento x: es directamente proporcional a x y apunta siempre en sentido contrario al mismo. Este tipo de movimiento se llama movimiento armónico simple (MAS). La condición general para que exista MAS es que la relación entre la aceleración y el desplazamiento sea una constante K:

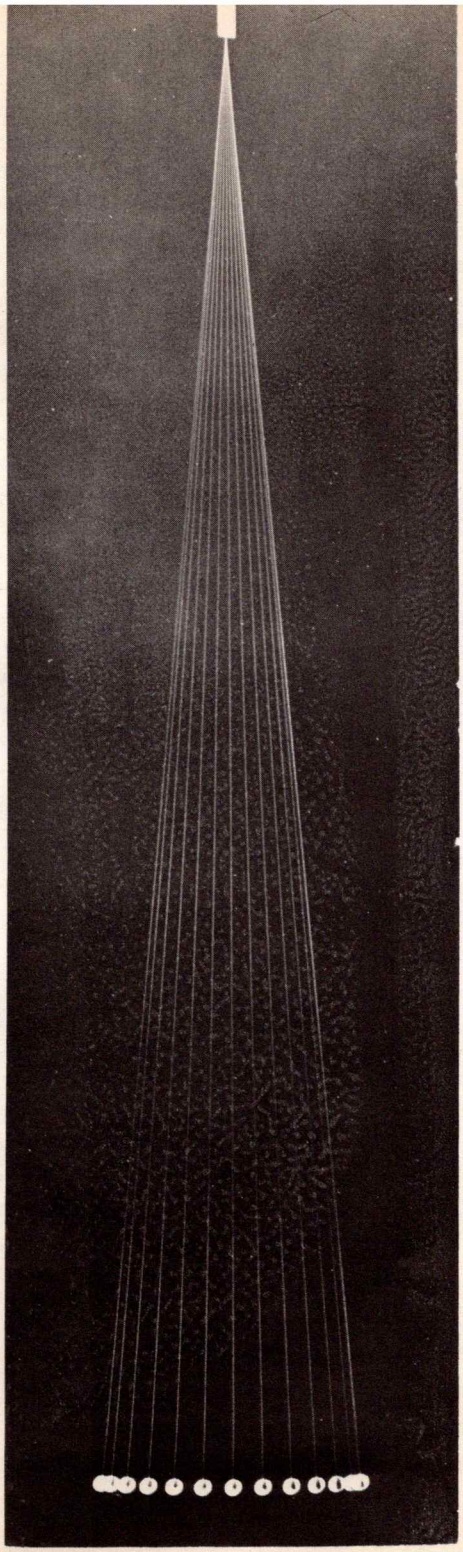
$$\frac{a}{x} = -K$$

Fig. 3-12. Péndulo simple de longitud L.



Respuesta 5. *a*) Sólo si el arado se mueve con velocidad constante. Si está sujeto a una aceleración, la fuerza proveniente del tractor debe exceder a la de la tierra.

b) Sí. Esta es una aplicación directa de la 3a. ley de Newton.



Un buen número de movimientos de tipo común cumplen con esta condición. Por ejemplo, la fuerza que ejerce un resorte tenso, es proporcional al desplazamiento x. Esta observación experimental concerniente al comportamiento de los resortes se llama ley de Hooke. Por lo tanto, el movimiento de una masa unida al extremo de un resorte debe ser un movimiento armónico simple. Existen muchos otros ejemplos de MAS, tales como: el movimiento de cualquier punto de una cuerda de violín, el movimiento de pequeños volúmenes de aire en un tubo de un órgano y la vibración de los átomos en un sólido. Existe una buena razón por la que muchos de los movimientos que ocurren en la naturaleza son movimientos armónicos simples: no importa qué tan complicada pueda ser la variación de las fuerzas con la distancia, siempre y cuando se trate de variaciones suaves con la distancia, el cambio en estas fuerzas debe ser directamente proporcional a los desplazamientos, si éstos son muy pequeños. Por tanto, la condición de MAS se cumple para casi todos los cuerpos, si los desplazamientos de la posición de equilibrio son pequeños. En este caso, el cuerpo oscilará realizando MAS.

Sea x_0 el desplazamiento máximo del péndulo. En esta posición, la fuerza de restitución es máxima y el péndulo es jalado hasta $x = 0$ y continúa su camino hasta $x = -x_0$ (despreciando la fricción). A continuación se repite el proceso. Se llama período al tiempo que emplea el péndulo en pasar de $x = x_0$ a $x = -x_0$ y de regreso a $x = x_0$. La Fig. 3-14 muestra las gráficas de x contra t, de la fuerza F contra t y de la velocidad v contra t para un objeto en MAS, empezando de la posición $x = 0$.

El valor de T se determina tan sólo por la relación a/x. Se mostrará en los párrafos siguientes que

$$-\frac{a}{x} = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

para todos los tipos de movimiento armónico simple. Como en el péndulo simple $\left(-\frac{a}{x}\right) = \frac{g}{L}$, se tiene

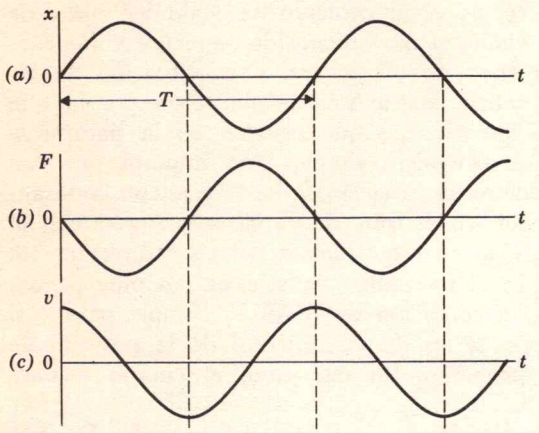
$$\frac{g}{L} = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

ó

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Fig. 3-13. Fotografía estroboscópica de las oscilaciones de un péndulo simple.

Fig. 3-14. La curva (*a*) es una gráfica del desplazamiento x contra el tiempo en un movimiento armónico simple. El tiempo para una oscilación completa es el período T. La curva (*b*) muestra la fuerza correspondiente, o aceleración, contra el tiempo. La curva (*c*) muestra la velocidad correspondiente.



Nótese que el período de un péndulo simple es independiente de la masa del mismo, así como de la magnitud del desplazamiento x_0. La sugestión de Galileo fue usada en los relojes mecánicos, aprovechando el hecho de que en un movimiento armónico simple el período es independiente de la magnitud del desplazamiento.

El círculo de referencia

La Fig. 3-15 muestra la sombra de una pelota que se mueve con movimiento circular uniforme, con velocidad v y un radio x_0. Se mostrará que el movimiento de la sombra en la pantalla en la Fig. 3-15, es un movimiento armónico simple; esto es, la relación a/x es constante para cualquier valor de x. Como el movimiento de la sombra es equivalente a observar el círculo de canto, aquella realizará un movimiento de ida y vuelta a lo largo de una línea recta (eje x), con un desplazamiento máximo x_0. La aceleración a de la sombra, es la componente x de la aceleración centrípeta a_c de la pelota. Se determinará a usando la Fig. 3-16, que es una vista superior del círculo de la Fig. 3-15. Por la semejanza de los triángulos

$$\frac{a}{x} = \frac{a_c}{x_0}$$

Como $a_c = -\dfrac{4\pi^2}{T^2} x_0$ (ver Ec. 2-15), se tiene

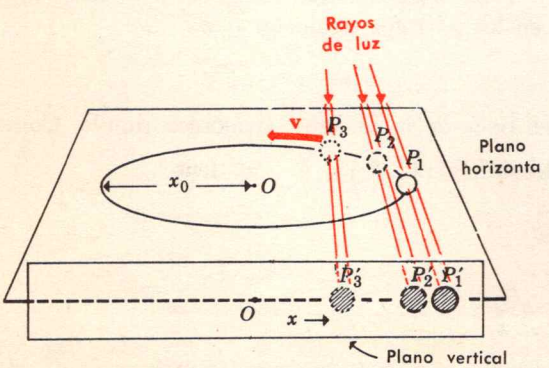
$$\frac{a}{x} = -\frac{\dfrac{4\pi^2}{T^2} x_0}{x_0}$$

ó

$$\frac{a}{x} = -\frac{4\pi^2}{T^2} \qquad (3\text{-}10)$$

Así, se ha mostrado que la aceleración de la sombra dividida entre su desplazamiento es una constante cuyo valor es $-(4\pi^2/T^2)$, donde T es el período de oscilación. Esto es cierto para cualquier tipo de movimiento armónico simple. La relación a/x siempre es $-(4\pi^2/T^2)$.

Fig. 3-15. El círculo de referencia. La proyección de la posición de la bola sobre el plano vertical tendrá el mismo movimiento que un péndulo.



Ejemplo 5

Se hace una perforación a través del centro de la Tierra desde los Estados Unidos hasta Australia. Si se desprecia la resistencia del aire, ¿cuánto tiempo le tomará a una piedra que se deja caer en el

Fig. 3-16. Vista superior del círculo de referencia. El vector **a** es la proyección sobre el eje x de la aceleración $\mathbf{a}_c$ de la pelota.

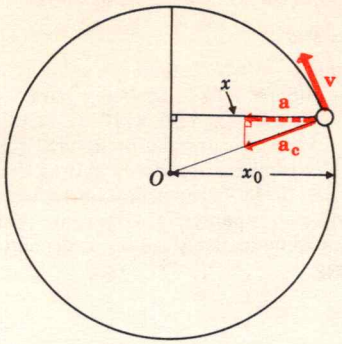
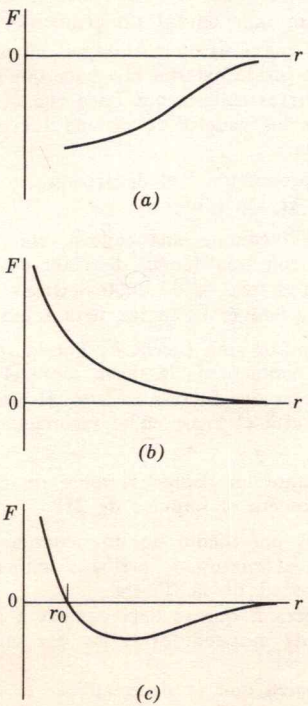


Fig. 3-17. La curva (c) es una gráfica típica de la fuerza entre dos átomos en una molécula. La posición de equilibrio estará en $r = r_0$, en donde $F = 0$.



r es la distancia del protón, del centro de la molécula.

orificio en Estados Unidos, llegar hasta Australia? La fuerza gravitacional sobre la piedra es $F_G = Mg\,\frac{r}{R}$, donde r es la distancia desde el centro de la Tierra y $R = 6440$ km es el radio de la Tierra.

De acuerdo con la segunda ley de Newton

$$Ma = Mg\,\frac{r}{R}$$

por lo tanto

$$\frac{a}{r} = \frac{R}{g}$$

es la relación entre la aceleración y el desplazamiento. Esta relación es independiente de la posición de la piedra, satisfaciéndose así la condición de MAS. De acuerdo con la Ec. 3-10, la relación de la aceleración al desplazamiento debe ser $4\pi^2/T^2$; por lo tanto

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{R}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

$$T = 5.1 \times 10^3 \text{ seg}$$

$$T = 85 \text{ min}$$

El tiempo para llegar a Australia es la mitad del período, o sea 42.5 min.

Consideremos ahora con mayor detalle la aseveración de que un átomo oscila con MAS al ser desplazado de su posición de equilibrio. Se considerará la molécula de hidrógeno que consiste de dos átomos de hidrógeno unidos a través de las fuerzas atractivas entre los electrones y los dos protones. La fuerza atractiva neta entre los átomos de hidrógeno tiene una forma parecida a la mostrada en la Fig. 3-17*a*, en donde r es la distancia de uno de los protones al centro de la molécula. Pero además existe una fuerza repulsiva entre los protones que tiene el aspecto mostrado en la Fig. 3-17*b*. La suma de las dos curvas resulta en la fuerza neta entre los átomos de hidrógeno, que tiene una forma parecida a la de la Fig. 3-17*c*. La posición de equilibrio se encuentra en $r_0 = 4 \times 10^{-9}$ cm en donde la pendiente de la curva es $\Delta F/\Delta r = -1.1 \times 10^6$ dinas/cm.

Ejemplo 6

De la información anterior, calcule la frecuencia de oscilación de los dos átomos de hidrógeno en la molécula de hidrógeno.

Sea $x = r - r_0$ el desplazamiento de la posición de equilibrio. De la pendiente de la curva en $r = r_0$ se tiene que para pequeños desplazamientos $F = -(1.1 \times 10^6)x$ dinas. Dividiendo ambos miembros entre la masa del protón (1.67×10^{-24} gr) se obtiene

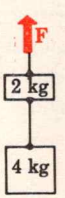
$a = -(0.66 \times 10^{30})x$ en cm/seg^2

La relación a/x que es igual a $-4\pi^2/T^2$ tiene el valor 0.66×10^{30} seg^{-2}. Resolviendo para T se obtiene 7.74×10^{-15} seg para cada oscilación. En un segundo se realizarán $1/(7.74 \times 10^{-15}) = 1.29 \times 10^{14}$ de estas oscilaciones. Una partícula cargada oscilando a esta frecuencia, emitirá radiación electromagnética de la misma frecuencia. Esta será radiación infrarroja. Si la frecuencia hubiera sido tres y media veces mayor, la radiación aparecería como luz visible. De aquí se concluye que el hidrógeno caliente emite radiación de frecuencia 1.29×10^{14} ciclos/seg.

Problemas

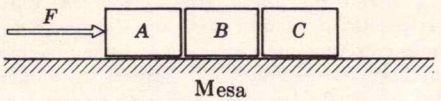
1. ¿Pueden las dos fuerzas que se mencionan en la tercera ley de Newton actuar sobre el mismo cuerpo?
2. Suponga que se encuentra en el centro de una superficie completamente sin fricción, tal como un lago helado idealizado. Proponga un método para salir de tal predicamento.
3. Considere un sistema de masa M, formado por un niño sobre una bicicleta. ¿Cuál es la fuerza externa que hace que el sistema se acelere? ¿Cuál es la fuerza externa que hace que M llegue al reposo? (La fuerza sobre los pedales no es una fuerza externa al sistema niño + bicicleta.)
4. Si $F = kx$, la fuerza es proporcional al desplazamiento. ¿Cuáles son las unidades de k en gr, cm y seg?
5. Un tractor jala un leño, mediante una cadena, con velocidad constante de 5 km/h y con una fuerza de 1000 newtons. La fuerza gravitacional sobre el leño es de 2000 newtons. Según la primera ley de Newton, ¿cuál es la fuerza neta sobre el leño?
6. Un tractor jala un arado con una fuerza F. Por la tercera ley de Newton, la fuerza de contacto de la tierra sobre el arado es $-F$. Como la suma de estas dos fuerzas es cero, el arado no se debe mover. ¿En dónde está el error en el razonamiento anterior?
7. Una fuerza F actúa durante un tiempo t_0 sobre un cuerpo de masa M. ¿En cuánto aumenta el impulso de M?

Probl. 8

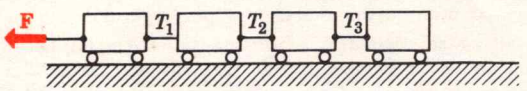


8. Dos cuerpos están unidos por medio de una cuerda. Una segunda cuerda está atada al cuerpo de arriba y ambos cuerpos son atraídos por la gravedad de la Tierra.
   a) ¿Cuál debe ser la fuerza F que se debe aplicar a la cuerda superior para mantener suspendidos a los dos cuerpos en reposo?
   b) ¿Cuál debe ser la fuerza que se deba aplicar a la cuerda superior para comunicar a los cuerpos una aceleración de 2 m/seg^2? En este caso, ¿cuál es la tensión de la cuerda que une a los cuerpos?

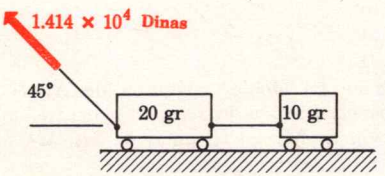
Probl. 10



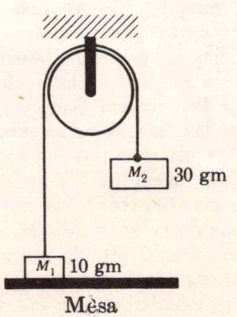
Probl. 13



Probl. 14



Probl. 16



9. Una "super pelota" está rebotando, hacia arriba y abajo sin perder energía, desde una altura h:
   a) ¿Es esto un movimiento armónico simple?
   b) Encuentre una fórmula para el período de oscilación de la pelota.

10. Tres bloques idénticos, cada uno de masa M, son empujados a lo largo de una superficie horizontal sin fricción.
   a) ¿Cuál es la fuerza vertical neta sobre el bloque A?
   b) ¿Cuál es la fuerza total sobre el bloque A?
   c) ¿Cuál es la aceleración del bloque C?
   d) ¿Cuál es la fuerza que ejerce el bloque A sobre el B?

11. Un bloque de madera de masa 2 kg, se encuentra originalmente sobre una superficie horizontal lisa. Una bala de 5 gr, que viaja con una velocidad horizontal de 500 cm/seg, choca con el bloque y se incrusta en él. ¿Cuál será la velocidad final del conjunto después de la colisión?

12. Suponga que el átomo de hidrógeno está constituido por un electrón de masa 9×10^{-28} gr, girando en torno a un protón en un círculo de 10^{-8} cm de diámetro. La fuerza de atracción es de 10^{-2} dinas. ¿Cuál es la velocidad del electrón? ¿Cuántas revoluciones por segundo realiza el electrón?

13. Un niño jala un juguete, formado por cuatro vagones, con una fuerza F; la masa de cada vagón es M. ¿Cuáles son, en términos de F y M, las fuerzas de tensión T_1, T_2, y T_3? En estos mismos términos, ¿cuál es la aceleración? Desprecie la fricción.

14. Un niño jala un juguete sin fricción con una fuerza de 1.414×10^4 dinas que forma un ángulo de 45° con la horizontal, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la aceleración del carro de 20 gr? ¿Cuál es la tensión de la cuerda entre los carros? ¿Cuál es la tensión de la cuerda con la que jala el niño? ¿Con qué fuerza empuja el suelo al carro de 20 gr?

15. Un péndulo de 1 m de longitud, oscila con un desplazamiento máximo de 5 cm de la posición central.
   a) ¿Cuál es su velocidad al finalizar la primera oscilación (posición de máximo desplazamiento)?
   b) ¿Cuál es su aceleración en esta misma posición?
   c) ¿Cuál es su velocidad y su aceleración cuando pasa por la posición central?

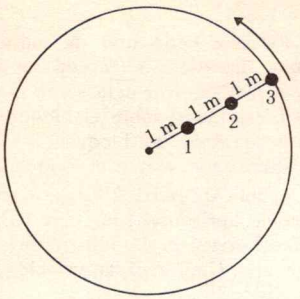
16. Dos cuerpos M_1 y M_2, están unidos por medio de una cuerda que pasa por encima de una polea. La masa M_1 se mantiene sobre una mesa. ¿Qué fuerza se requiere para mantener a la masa M_1 sobre la mesa? ¿Cuál es la tensión, en dinas, de la cuerda? ¿Cuál sería la tensión en la cuerda, si se deja en libertad a la masa M_1?

17. Un cuerpo de 500 gr se encuentra sobre una superficie bien nivelada de vidrio, sin fricción. Un extremo de esta superficie se eleva 25 cm; ¿cuál es la velocidad de la masa cuando llega al otro extremo?

18. Un niño en un caballo mecedor de juguete, oscila hasta una distancia de 60 cm de su posición de equilibrio. La máxima aceleración del niño es de 0.3 cm/seg². Si la aceleración es

proporcional al desplazamiento, ¿cuál es el período de oscilación?

Probl. 20

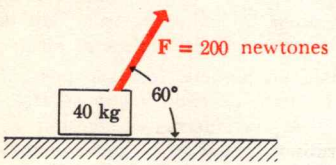


19. Un cohete de 10^6 kg de masa y de 2.94×10^7 newtons de empuje, se dispara verticalmente. ¿Cuál es su aceleración? (*Sugerencia*: la fuerza neta sobre el cohete no es igual al empuje).

20. Un niño gira 3 pelotas unidas con una cuerda de un metro de longitud, en un plano horizontal (despréciese la gravedad). Cada una de las pelotas tiene una masa de 100 gr. Si la pelota exterior se mueve con una velocidad de 6 m/seg, ¿cuáles son las tensiones en las tres cuerdas? Si empieza a aumentar la velocidad de giro, ¿cuál de las tres cuerdas se romperá primero, suponiendo que todas son iguales?

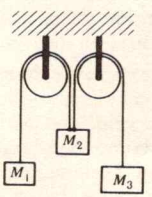
21. Suponga que la pelota del círculo de referencia de la Fig. 3-15 tiene una velocidad v_0. Exprese, en términos de x y de v_0 solamente, las siguientes cantidades:
a) La máxima aceleración de la sombra.
b) El período de oscilación de la sombra.
c) La frecuencia o número de oscilaciones por segundo.

Probl. 22



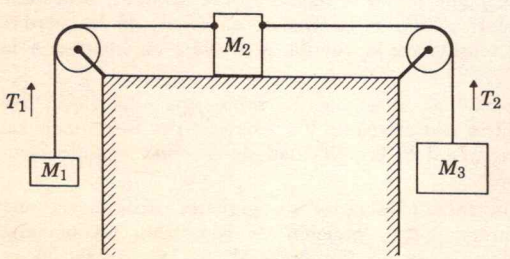
22. Un bloque de 40 kg se encuentra sobre una superficie sin fricción bajo la acción de la gravedad y de una fuerza externa F, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la magnitud y dirección de la fuerza neta sobre el bloque? Suponga que $F = 800$ newtons en vez de 200. ¿Cuál es ahora la magnitud de la fuerza neta?

Probl. 23



23. Considérese que en la "doble" máquina de Atwood mostrada, las poleas no tienen fricción ni masa. Encuentre una expresión para la aceleración de M_1, en términos de M_1, M_2, M_3, y g.

Probl. 24



24. Considérese la máquina de Atwood modificada que se muestra en la figura. Suponga que las poleas no tienen masa ni fricción y que M_2 se desliza sobre la superficie también sin fricción. Sea T_1 la tensión en la cuerda de la izquierda y T_2 la tensión en la cuerda de la derecha. Suponga que M_3 es mayor que M_1.
a) ¿Cuáles son las fuerzas netas sobre M_1 y sobre M_2? Indique sus respuestas en términos de M_1, M_3, g, T_1 y T_2.
b) ¿Cuál será la fuerza neta sobre M_2, si ésta se mantiene sin movimiento con la mano? Entonces, ¿cuál será la tensión T_1?
c) Ahora suponga que M_1 y sólo M_1 se mantiene sin movimiento con la mano. ¿Cuál será la tensión T_1?
d) ¿Cuál es la aceleración de las tres masas cuando están con libertad de movimiento? Dé la respuesta en términos de las masas y de g.

Gravitación

Capítulo 4

Gravitación

TABLA 4-1

Tipos de fuerza	Origen de la fuerza	Relativa (a distancias pequeñas)	Alcance
1. Gravitacional	Masa Inercial	$\sim 10^{-38}$	Largo
2. Débil	Todas las partículas elementales	$\sim 10^{-15}$	Corto
3. Electromagnética	Cualquier cosa que contenga carga eléctrica	$\sim 10^{-2}$	Largo
4. Nuclear	Protones, neutrones, piones, las partículas extrañas	1	Corto

4-1 La ley de Newton de la gravitación universal

La "fuente" de la fuerza

En el capítulo 3 se estudiaron algunas características generales de las fuerzas, sin mencionar cuál es el origen de las mismas. ¿Cómo se producen las fuerzas? De acuerdo con lo que se sabe hasta ahora, existen solamente las cuatro diferentes clases de fuerza que aparecen en la tabla 4-1. La mayor parte de las aplicaciones de la Física a la vida diaria están basadas en la utilización de fuerzas gravitacionales y electromagnéticas. En los capítulos 15 y 16 se estudiarán las fuerzas débiles y nucleares. En este capítulo principia formalmente el estudio de la interacción gravitacional y en el capítulo 7 se tratará la interacción electromagnética.

De acuerdo con Newton, el evento que le llevó a establecer la ley de la gravitación universal, fue la caída de una manzana; ante este hecho, se preguntó si la fuerza causante de la caída de la manzana es la misma fuerza que hace que la Luna "caiga" hacia la Tierra. Conociendo la distancia de la Tierra a la Luna y la velocidad de esta última, Newton calculó v^2/R y encontró que era alrededor de 1/3600 de la aceleración de la manzana. Observó también que este cociente es el cuadrado de la relación de las distancias al centro de la Tierra, de la manzana y de la Luna. Newton postuló de esto que la fuerza gravitacional debía variar inversamente al cuadrado de la distancia.

Ejemplo 1

¿Cuál es la aceleración debida a la gravedad de la Tierra en la posición de la Luna?

La Luna es un satélite de la Tierra que se encuentra a una distancia de $R_m = 384{,}000$ km $= 60\ R_0$ donde R_0 es el radio de la Tierra. Cualquier objeto, incluyendo a la Luna, que se encuentre a una distancia de 384,000 km de la Tierra, se acelerará hacia ésta con la misma aceleración gravitacional que la Luna. De acuerdo con la Ec. 2-15 la aceleración de la Luna hacia el centro de la Tierra es $a_m = \left(\frac{4\pi^2}{T_m^2}\right) R_m$, donde T_m es el tiempo necesario para una revolución completa (27.3 días). De donde, $a_m = 2.73 \times 10^{-3}$ m/seg^2. Nótese que esta aceleración, es 3600 veces menor que la que experimenta un satélite artificial rasante a la superficie de la Tierra (9.8 m/seg^2). Debe recalcarse el hecho de que Newton se percató de que el número 3600 es también el cuadrado de la relación de las distancias; es decir $g/a_m = R_m^2/R_0^2$. Entonces, dentro de la precisión de estos cálculos, la operación debida a la gravedad varía en relación inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al centro de la Tierra.

Ley de la gravitación de Newton

Puesto que todo cuerpo cae hacia el centro de la Tierra con la misma aceleración g, Newton postuló que la fuerza gravitacional también debería ser proporcional a la masa del cuerpo. La forma final de la ley de la gravitación universal para la fuerza entre dos partículas de masas M_1 y M_2 es

$$F = G\frac{M_1M_2}{r^2} \tag{4-1}$$

donde r es la distancia entre las partículas. La constante G tiene el valor 6.67×10^{-11} newton m^2/kg^2 en el sistema MKS y $G = 6.67 \times 10^{-8}$ dinas cm^2/gm^2 en el sistema CGS. El valor de G se determina experimentalmente. Newton hizo una estimación del valor de G, a partir de la masa de la Tierra calculada usando el volumen conocido de la Tierra y asignando un valor a su densidad. Para mostrar cómo se obtiene G por este camino aplíquese la Ec. 4-1 a una masa M sobre la superficie de la Tierra. Entonces

$$F_G = G\frac{M_eM}{R_e^2} \tag{4-2}$$

Como se mencionó en el capítulo 2, la fuerza gravitacional F_G actúa sobre M haciéndola caer con aceleración $a = g$. Así que en la ecuación

$$F_G = Ma$$

a tiene el valor g. Haciendo esta substitución da

$$F_G = M(g)$$

Ahora, substituyendo en la Ec. 4-2 la fuerza gravitacional F_G,

$$\left(G\frac{M_eM}{R_e^2}\right) = Mg$$

Cancelando M y resolviendo para G

$$G = \frac{gR_e^2}{M_e} \tag{4-3}$$

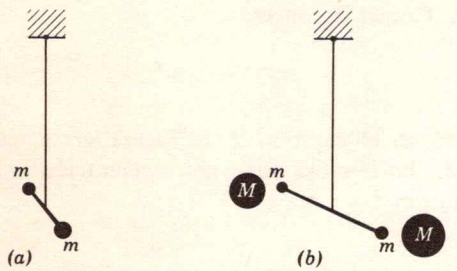
donde M_e es la masa de la Tierra y R_e su radio. Si se conoce M_e, entonces se puede determinar G. Inversamente si se logra determinar G por mediciones directas de la fuerza entre dos esferas, entonces se puede calcular M_e resolviendo la Ec. 4-3:

$$M_e = \frac{gR_e^2}{G}$$

Pregunta 1. Si el manzano de Newton hubiera tenido 384,000 km de altura, ¿con qué aceleración se habría desprendido del árbol la manzana?

La primera determinación directa de G, fue llevada a cabo por Henry Cavendish en 1797 con un experimento que se esquematiza en la Fig. 4-1. Ahora comprendemos por qué a este experimento se le llama "pesando la Tierra", aunque la Tierra nada tiene que ver en el experimento mismo. En efecto, el experimento de Cavendish puede realizarse con toda facilidad en ausencia de la gravedad terrestre.

Fig. 4-1. Principio del experimento de Cavendish. En (a) dos pequeñas esferas de plomo de masa m se conectan por una barra horizontal suspendida mediante un delgado hilo de cuarzo. En (b) dos grandes esferas de plomo cada una de masa M, se colocan muy próximas a las esferas pequeñas. La atracción gravitacional entre m y M causa que las masas pequeñas se muevan hacia M torciéndose el hilo de cuarzo. Se ha medido previamente la fuerza necesaria para torcer el hilo de cuarzo la misma cantidad.



Ejemplo 1

¿Cuál es la máxima fuerza gravitacional entre dos esferas de plomo, cuya masa es de 45 kg y cuyo diámetro es de 20 cm? Compárese esta fuerza con la fuerza de atracción de la Tierra.

Según la Ec. 4-1 la fuerza de atracción entre las esferas es

$$F = G\left(\frac{M}{R}\right)^2$$

$$F = 6.67 \times 10^{-11}\left(\frac{45}{0.2}\right)^2 \text{ newton}$$

$$= 3.37 \times 10^{-6} \text{ newton}$$

Esta fuerza es menor que la mayoría de las fuerzas de fricción; en consecuencia, sólo es posible detectarlas en condiciones muy especiales tales como el experimento de Cavendish. La atracción terrestre sobre una de las esferas de plomo es

$$F_G = Mg = 45 \times 9.8 \text{ newtons} = 440 \text{ newtons}$$

más de 100 millones de veces mayor que la fuerza entre dos esferas.

En la siguiente sección se verá que, además de obtener la masa de la Tierra partiendo de G, Cavendish pudo obtener la masa del Sol; y las masas de todos los planetas son satélites observables. Todo lo que se necesita para determinar la masa del Sol, es conocer la distancia de la Tierra al Sol y el tiempo, en que la Tierra da una vuelta completa alrededor de aquél.

4-2 Leyes de Kepler

Inducción

Antes de que Newton postulara su ley de gravitación universal, Johannes Kepler había encontrado que era posible describir los "complicados" movimientos del sistema solar mediante tres leyes simples. Las leyes de Kepler vinieron a reforzar la hipótesis de Copérnico que sostenía que los planetas giraban en torno al Sol y no en torno a la Tierra. Esta afirmación se consideraba herética alrededor de 1600.

Respuesta 1. Con la misma aceleración que la Luna, que es $a_m = \frac{g}{(60)^2}$.

Así por ejemplo en 1600 la inquisición condenó a morir en la hoguera a Giordano Bruno por haber defendido el sistema heliocéntrico de Copérnico. Hasta el gran Galileo fue hecho prisionero y juzgado por la inquisición que le obligó a renunciar públicamente a sus afirmaciones, a pesar de la gran amistad que él tenía con el Papa.

El dogma, por aquellos tiempos, consideraba sagradas las ideas de Aristóteles y Ptolomeo que describían las órbitas de los planetas mediante complicados movimientos de círculos dentro de círculos. Alrededor de una docena de círculos de diferentes tamaños eran necesarios para describir la órbita de Marte. El anhelo de Johannes Kepler era "probar" que tanto la Tierra como Marte deberían de girar en torno al Sol. Trataba de encontrar una órbita geométrica simple que se ajustara completamente a la gran cantidad de mediciones existentes sobre la posición de Marte. Después de años de arduo trabajo, logró establecer tres leyes simples que están en estrecha concordancia con los datos que se tienen sobre todos los planetas. Las leyes de Kepler se aplican también a satélites que se mueven en torno a un planeta.

Primera ley de Kepler

Cada planeta describe una órbita elíptica, uno de cuyos focos es el Sol.

La elipse tiene varias propiedades geométricas. Una de ellas puede usarse para trazar una elipse mediante un lápiz, una cuerda y dos alfileres (Fig. 4-2). Los extremos de la cuerda se fijan en los puntos *A* y *B*. Entonces el lápiz en el punto *P* trazará una elipse. A los puntos *A* y *B* se les denomina focos. Frecuentemente se define una elipse como una curva en la cual la suma de las distancias de cualquier punto de ésta a dos puntos fijos (los focos) es constante. Otra propiedad geométrica importante de la elipse, es que los ángulos que forman la tangente a la curva en el punto *P* y las líneas *AP* y *BP* son iguales. En consecuencia, cualquier onda luminosa o sonora que parta del punto *A* se reflejará pasando por el punto *B*. En esta propiedad se basan las llamadas "salas de secretos" que existen en algunos museos y exhibiciones científicas. En las "salas de secretos" las paredes tienen forma elíptica. Entonces, una persona situada en el punto *A* puede "secretearse" con otra situada en el punto *B*

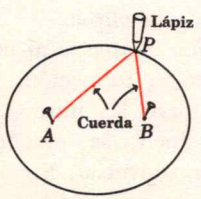


Fig. 4-2. Construcción de una elipse usando un lápiz, dos alfileres y una cuerda. Los puntos *A* y *B* son los focos de la elipse.

Pregunta 2. ¿Cuál es el valor de *G* sobre la superficie de la Luna?

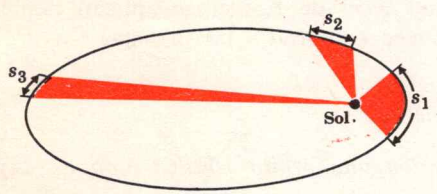
sin que el resto de las personas presentes en la sala escuchen la conversación.

Segunda ley de Kepler

La línea que une al Sol con un planeta barre áreas iguales en intervalos de tiempo iguales.

En la Fig. 4-3 las áreas sombreadas son todas iguales. De acuerdo con la segunda ley de Kepler, el tiempo necesario para que un planeta recorra la distancia s_1 debe ser igual al tiempo necesario para recorrer s_2 ó s_3. Entonces, cuando la Tierra está muy próxima al Sol (principios de enero) tiene su máxima velocidad. Otra consecuencia de esta segunda ley de Kepler es que el invierno en el hemisferio norte debe ser más corto que en el hemisferio sur donde la época invernal es en julio, cuando la Tierra está más lejos del Sol.

Fig. 4-3. En la elipse que aparece abajo, las áreas sombreadas son iguales. De acuerdo con la segunda ley de Kepler, las distancias s_1 y s_2 y s_3 serán recorridas por el planeta en intervalos de tiempo iguales.



Tercera ley de Kepler

Los cubos de las distancias, del Sol a dos planetas cualesquiera están en la misma relación que los cuadrados de los períodos correspondientes.

$$\frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

donde R_1 y T_1 son la distancia y período del planeta 1, y R_2 y T_2 son la distancia y período del planeta 2. Kepler, especificó que la distancia R debe tomarse como la mitad del diámetro mayor de la elipse.

Al proceso lógico mediante al cual Kepler obtuvo sus tres leyes, se le denomina inducción. En la sección 4-3 se verá cómo Newton obtuvo las mismas tres leyes por deducción. Newton logró deducir las leyes de Kepler a partir de la ley de gravitación universal. En este sentido, él explica por qué los planetas se mueven de acuerdo con las leyes de Kepler.

Ejemplo 2

¿Cuál debe ser la altura del satélite "Pájaro Madrugador"? El satélite "Pájaro Madrugador" "revolotea" indefinidamente sobre el mismo punto del ecuador terrestre. Esto se debe a que tiene el mismo período que el período de rotación de la Tierra. Se sabe que un

Respuesta 2. El mismo que sobre la superficie de la Tierra o que en cualquier otra parte. G es una constante universal.

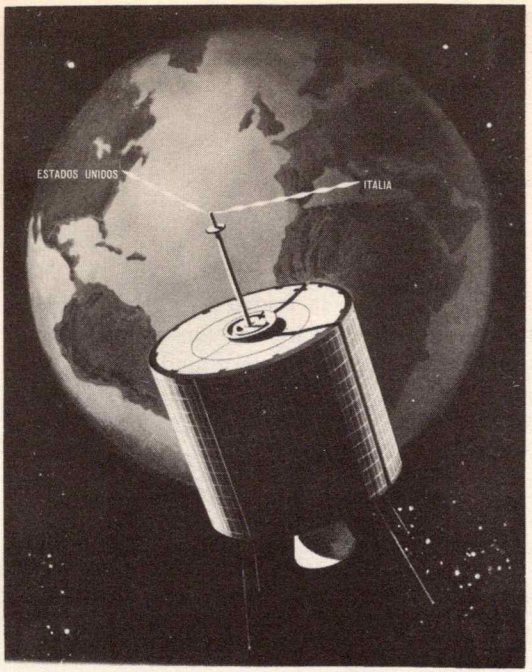


Fig. 4-4. Concepción artística del satélite de comunicaciones "Pájaro Madrugador". (Wide World Photos.)

Pregunta 3. La fuerza neta que actúa sobre la Luna es la suma de dos fuerzas, la centrípeta y la gravitacional. ¿Falso o verdadero?

satélite artificial que se encuentre a 6400 km del centro de la Tierra, por ejemplo el Sputnik I, tiene un período $T = 5000$ seg.

Para este problema usaremos la tercera ley de Kepler. Sea el planeta 1, un satélite rasante a la superficie terrestre. Entonces $R_1 =$ 6400 km. y $T_1 = 5 \times 10^3$ seg. Se desea encontrar R_2 cuando $T_2 =$ un día o 8.6×10^4 seg.

Resolviendo la Ec. 4-4 para R_2

$$R_2^3 = \frac{T_2^2}{T_1^2} R_1^3$$

$$R_2 = \sqrt[3]{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2} R_1$$

$$R_2 = \sqrt[3]{\left(\frac{86}{5}\right)^2} \times 6400 \text{ km}$$

$$R_2 = 42560 \text{ km}.$$

Por lo tanto, un satélite artificial a una altura de 42,560 km y sobre el ecuador "revoloteará" siempre sobre el mismo punto con tal que se mueva en la misma dirección de la rotación de la Tierra.

Supóngase que en el problema anterior se desea conocer la altura de un satélite cuyo período es $T = 27.3$ días. Siguiendo el mismo procedimiento se obtiene como respuesta 384,000 km que resulta ser la altura del "primer" satélite de la Tierra. Se llama Luna.

4-3 Derivación de las leyes de Kepler

Deducción

Hace aproximadamente 300 años, Newton logró derivar las leyes de Kepler. La derivación dada por Newton está por encima del nivel matemático de este libro. Sin embargo, se intentará dar una derivación simple de las leyes de Kepler, partiendo de la ley de la gravitación universal. Considérese primero un caso especial de la tercera ley de Kepler— aquel en que los planetas describen órbitas circulares en torno al Sol. En realidad, a excepción de Plutón, las órbitas de todos los planetas son aproximadamente circulares, teniendo al Sol como centro. La Fig. 4-5 es un esquema a escala de las órbitas de la Tierra y de Marte; a simple vista éstas parecen ser circulares, mientras que la del planeta artificial es más elíptica. En esta derivación se hará la comparación de los períodos de los planetas 1 y 2 de la Fig. 4-7. El punto de partida, como de costumbre, es la segunda ley de Newton.

$$F_1 = M_1 a_1 \qquad (4\text{-}5)$$

Puesto que el planeta 1 se mueve uniformemente en un círculo, sólo existe aceleración centrípeta. Será conveniente usar la

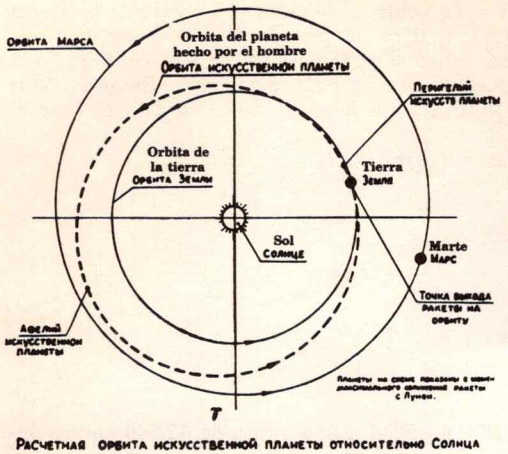


Fig. 4-5. Órbita del primer planeta artificial comparada con las órbitas de Marte y la Tierra. Las tres órbitas son elipses, aun cuando las de Marte y la Tierra parezcan casi circulares. (Cortesía de Sovfoto.)

Respuesta 3. Falso. Estas dos fuerzas son la misma.

fórmula para la aceleración centrípeta en términos del período T (Ec. 2-16)

$$a_1 = \frac{4\pi^2}{T_1^2} R_1$$

Substituyendo en la Ec. 4-5

$$F_1 = M_1 \left(\frac{4\pi^2}{T_1^2} R_1 \right) \tag{4-6}$$

Ahora bien, ¿De dónde proviene la fuerza F_1? De la gravedad, naturalmente; es decir, es la interacción gravitacional entre el Sol y el planeta 1, que está determinada por la ley de la gravitación de Newton (Ec. 4-1). Entonces substituyendo

$$F_1 = G \frac{M_s M_1}{R_1^2}$$

en el primer miembro de la Ec. 4-6, se obtiene

$$G \frac{M_s M_1}{R_1^2} = M_1 \frac{4\pi^2}{T_1^2} R_1 \tag{4-7}$$

De donde

$$\frac{4\pi^2}{T_1^2} R_1 = G \frac{M_s}{R_1^2}$$

o bien

$$\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{GM_s}{4\pi^2} \tag{4-8}$$

Nótese que esta relación es independiente de la masa del planeta 1. Repitiendo el mismo tipo de cálculos para el planeta 2, que está a una distancia R_2 del Sol, se obtiene

$$\frac{R_2^3}{T_2^2} = \frac{GM_s}{4\pi^2} \tag{4-9}$$

De las ecuaciones 4-8 y 4-9, se obtiene

$$\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2} \quad \text{ó} \quad \frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

que es la tercera ley de Kepler. La derivación más general, para órbitas elípticas, es bastante más complicada y en este libro se omitirá.

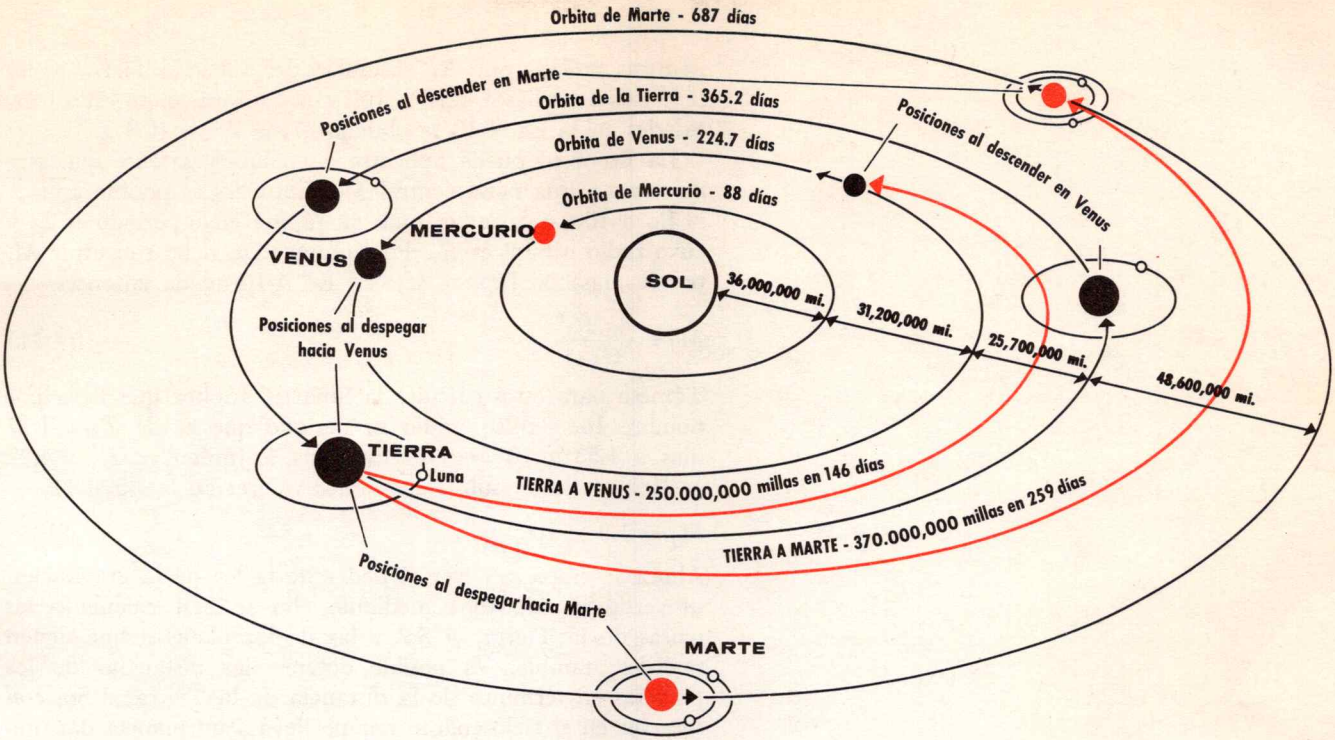
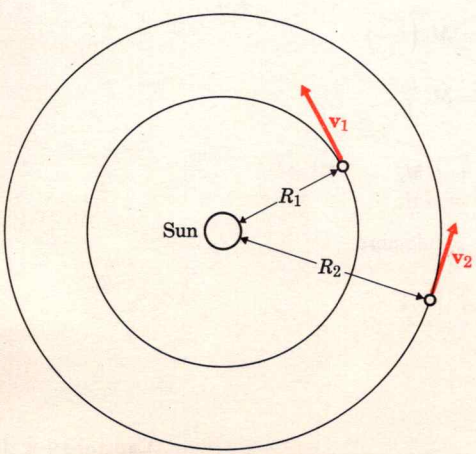


Fig. 4-6. Orbitas propuestas para viajes espaciales a Marte y Venus. Nótese que las trayectorias siempre son parte de una elipse, en uno de cuyos focos está el Sol. (De un dibujo de *Time*).

Fig. 4-7.



Ejemplo 3

La distancia entre Marte y el Sol es 52% mayor que la distancia entre el Sol y la Tierra. ¿Cuánto dura el año marciano?

Puesto que $\frac{R_{\text{Marte}}}{R_{\text{Tierra}}}$ es 1.52, se tiene

$$\frac{T^2_{\text{Marte}}}{T^2_{\text{Tierra}}} = (1.52)^3$$

$$T_{\text{Marte}} = \sqrt{3.5} \times T_{\text{Tierra}}$$

$$T_{\text{Marte}} = 1.87 \text{ años}$$

Antes de deducir la segunda ley de Kepler, es posible obtener más información de la Ec. 4-8. Por ejemplo, mediante esta ecuación se puede obtener la masa del Sol

$$M_s = \frac{4\pi^2 R_1^3}{G T_1^2} \tag{4-10}$$

donde R_1 y T_1 son la distancia y el período de cualquier planeta (por ejemplo la Tierra). Ahora bien, Cavendish y hasta el hombre prehistórico sabían que T_1 para el caso de la Tierra es un año ó $3\text{-}15 \times 10^7$ seg. Por observaciones astro-

nómicas se sabe que R_1, distancia del Sol a la Tierra es 93 millones de millas o 1.50×10^{13} cm. Substituyendo estas cantidades en la Ec. 4-10 se obtiene $M_s = 2.0 \times 10^{33}$ gr.

La Ec. 4-10 puede aplicarse a cualquier satélite que gire en torno a una masa central M_s. Entonces es posible aplicar la Ec. 4-10 a una de las lunas de Júpiter cuyo período es T_1 y cuyo radio orbital es R_1. Por supuesto, se debe substituir M, por la masa de Júpiter M_j. La Ec. 4-10 queda entonces

$$M_j = \frac{4\pi^2 R_1^3}{G T_1^2} \tag{4-11}$$

Tómese para estos cálculos la luna de Júpiter que lleva por nombre Io. Galileo midió su período que es de $T_1 = 1.77$ días o 1.53×10^5 seg; su distancia a Júpiter es $R_1 = 4.22 \times 10^{10}$ cm. Si se substituyen estos valores en la Ec. 4-11,

$$M_j = 1.9 \times 10^{30} \text{ gr}$$

Ahora se empieza a ver el poder de la ley de la gravitación universal de Newton; mediante ella se han calculado las masas de la Tierra, el Sol y las de los planetas que tienen satélites; también es posible obtener las distancias de los planetas en términos de la distancia de la Tierra al Sol con sólo ver en el cielo cuánto tiempo lleva a un planeta dar una vuelta completa en torno al Sol.

Ejemplo 4

¿Cuál es la relación de las velocidades de los dos planetas de la Fig. 4-7?

En este caso es más conveniente usar la fórmula para la aceleración centrípeta $a_1 = v_1^2/R_1$. Entonces la Ec. 4-5 toma la forma

$$F_1 = M_1\left(\frac{v_1^2}{R_1}\right)$$

$$\left(G\frac{M_s M_1}{R_1^2}\right) = M_1\frac{v_1^2}{R_1}$$

ó

$$v_1^2 R_1 = GM_s$$

Similarmente $v_2^2 R_2 = GM_s$

Igualando miembro a miembro

$$v_1^2 R_1 = v_2^2 R_2$$

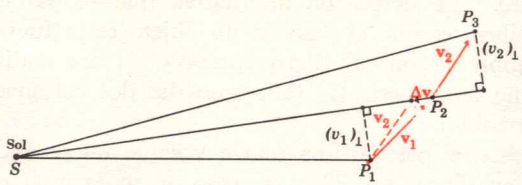
o bien

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

En seguida se presentará una derivación simple de la segunda ley de Kepler basada en la geometría plana.

La segunda ley de Kepler, ley de las áreas iguales, se puede obtener con ayuda de la Fig. 4-8. Considérese sobre la órbita del planeta, tres posiciones próximas entre sí, sean P_1, P_2 y P_3 separadas en el tiempo por un segundo. Entonces, la distancia entre P_1 y P_2 será la velocidad (v_1) del planeta y la distancia $P_2\,P_3$ será la velocidad (v_2) en el siguiente segundo. De acuerdo con la primera ley de Newton, la componente de la velocidad, perpendicular a la línea SP_2 no cambiará, ya que la componente de la fuerza en esta dirección es cero (la fuerza está sobre la línea SP_2 y dirigida hacia el Sol). Entonces $(v)\perp = (v_2)\perp$. El área barrida por el planeta en el primer segundo, es el triángulo SP_1P_2. El área barrida en el siguiente segundo es el triángulo SP_2P_3. Puesto que ambos triángulos tienen la misma base SP_2 y las alturas son iguales, $v\perp$, deben tener áreas iguales. Debe notarse que en esta derivación no se usa la ley de la gravitación (variación inversa con el cuadrado de la distancia). Todo esto, depende tan sólo del hecho de que la fuerza de interacción está en la dirección de los dos cuerpos involucrados. Así, la segunda ley de Kepler resulta ser más general que las otras dos. La ley de las áreas iguales también es válida para otro tipo de fuerzas que no necesariamente son fuerzas dependientes del inverso del cuadrado de la distancia.

Fig. 4-8. Los puntos P_1, P_2 y P_3 son posiciones sucesivas de un planeta; la separación en el tiempo entre ellos es de 1 seg. En el texto se demuestra que el área SP_1P_2 barrida en el primer segundo es igual al área SP_2P_3 barrida en el siguiente segundo.



De las tres leyes de Kepler la más difícil de derivar es la primera. La deducción común es algo larga e involucra altas matemáticas (ecuaciones diferenciales). Existe una deducción que no hace uso del cálculo pero es demasiado larga y complicada para presentarla aquí.

Antes de terminar esta sección se discutirá una trampa en la que tienden a caer los estudiantes. Es conocido que la fuerza gravitacional sobre un planeta es igual y opuesta a la fuerza centrífuga. Entonces: ¿No debería ser la fuerza neta igual a la suma vectorial de éstas y en consecuencia igual a cero?

Ciertamente, si la fuerza neta sobre un planeta fuera cero, de acuerdo con la primera ley de Newton, aquél debería moverse en línea recta en vez de hacerlo sobre un círculo. Como se mencionó en la página 60, la fuerza centrífuga es una fuerza ficticia que solamente existe en un sistema de referencia en rotación. Por otra parte, tanto la fuerza centrípeta como la gravitacional existen, pero son una sola, es decir son

Pregunta 4. Cuando un astronauta apaga los motores de su cohete, éste cesa de acelerar. ¿Falso o verdadero?

la misma. De acuerdo con la segunda ley de Newton $F_G = Ma_c$, donde F_G es la fuerza debida a la gravedad y a_c es la aceleración causada por la fuerza F_G (que en el caso de una trayectoria circular resulta ser centrípeta).

4-4 Peso y ausencia de peso

Una persona es tan pesada como ella se sienta

En los círculos de profesores de Física existe una controversia sobre cómo definir peso. En este libro se usará la definición que tiene sentido fisiológicamente. De acuerdo con esta definición, el peso de un hombre sería lo que él leería si se pesara en una balanza de resorte de tipo casero. *Se define el peso de un objeto como la fuerza que ejerce el objeto sobre el piso.** La definición alternativa que se usa en algunos otros libros es que el peso de un objeto es la fuerza gravitacional sobre el mismo. Pero entonces un astronauta nunca podría no tener peso. En tales casos las dos definiciones son incompatibles.

En ambos casos, el peso es una fuerza y como tal se mide en newtons o en dinas. En Física el peso no se expresa en gramos puesto que es unidad de masa y no de fuerza.† Sea F_w el peso de la masa M. Si la masa M descansa sobre el piso en la superficie de la Tierra (Fig. 4-9), $\mathbf{F}_{\text{neta}}$ debe ser cero (despreciando el pequeño efecto de la rotación de la Tierra). $\mathbf{F}_{\text{neta}}$ es la suma de $\mathbf{F}_G$ y $\mathbf{F}'$, la fuerza de reacción de la Tierra.

$$\mathbf{F}_{\text{neta}} = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}' \tag{4-12}$$

De acuerdo con la tercera ley de Newton, la fuerza del piso sobre M es igual y opuesta a la fuerza de M sobre el piso (que se ha definido como el peso F_w). Es decir

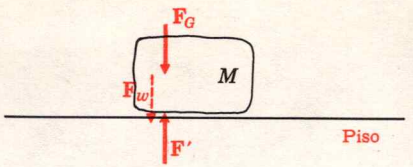
$$\mathbf{F}' = -\mathbf{F}_w$$

* Esta definición no es completamente general pues excluye el caso de un hombre en una piscina; para incluir este caso, debería completarse fisiológicamente, y decir que el peso de un hombre es proporcional a la fuerza ejercida por el fluido sobre los nervios terminales de los canales semicirculares del oído interno.

† El sistema inglés de unidades es particularmente confuso en este punto. En él existe una unidad de fuerza llamada libra, definida como sigue: una libra de fuerza comunicará una aceleración de 32 ft/seg^2 a una libra masa. La misma palabra libra se usa para dos cosas bien distintas. Para evitar confusión, nunca se usará en este libro la unidad de fuerza del sistema inglés.

Respuesta 4. Falso. Con los motores apagados la aceleración será $a = \frac{F_G}{M}$ donde F_G es la fuerza gravitacional neta.

Fig. 4-9. El extremo de la flecha indica el punto de aplicación de la fuerza. Las fuerzas que actúan sobre M están dibujadas con líneas continuas en rojo, $\mathbf{F}_w$ empuja contra el piso.



Substituyendo en la Ec. 4-12 se tiene

$$\mathbf{F}_{\text{neta}} = \mathbf{F}_G - \mathbf{F}_w$$

ó

$$\mathbf{F}_w = \mathbf{F}_G - \mathbf{F}_{\text{neta}} \tag{4-13}$$

En este ejemplo de una masa que descansa sobre la superficie de la Tierra, F_{neta} debe ser cero y se tiene

$$F_w = F_G$$

ó

$$F_w = Mg$$

es el peso de la masa M que descansa sobre la superficie terrestre.

Pero suponga que el piso se acelera hacia abajo con una aceleración de magnitud a. Esto puede ocurrir si se sitúa a la masa M en un elevador. Entonces $F_{\text{neta}} = Ma$ y el peso se puede obtener substituyendo la Ec. 4-13:

$$F_w = F_G - (Ma)$$

ó

$$F_w = M(g - a) \quad \text{para aceleración hacia abajo}$$

Se puede observar que el peso de una persona disminuye cuando un elevador inicia un viaje de descenso. Este efecto no sólo se aprecia en el oído interno, sino en todos los órganos internos, por ejemplo el estómago.

Si el elevador se acelera hacia arriba, debe invertirse el signo de a, entonces $F_w = M(g + a)$, para aceleración hacia arriba.

Supóngase que el elevador cae libremente; entonces $a = g$ y de acuerdo con la ecuación $F_w = M(g - a)$, el peso será cero. Esta es la llamada condición de ausencia de peso, o ingravidez y los ocupantes del elevador se verán como los científicos en la Fig. 4-10 o como la dama que aparece en la portada del principio del capítulo. Todos los objetos dentro del elevador flotarán libremente en el aire hasta que el elevador llegue a tierra. Como se vio en el capítulo 2, todos los satélites y proyectiles de la Tierra están cayendo libremente. Así el pasajero de un cohete perderá peso tan pronto como los motores del cohete se apaguen. Tal pasajero tendría dificultades para beber agua de un vaso, pues el agua flotaría fuera de éste formando una burbuja o burbujas de agua que flotarían en el aire. De hecho es posible para aviones ordinarios alcanzar la condición de ausencia de peso, si siguen

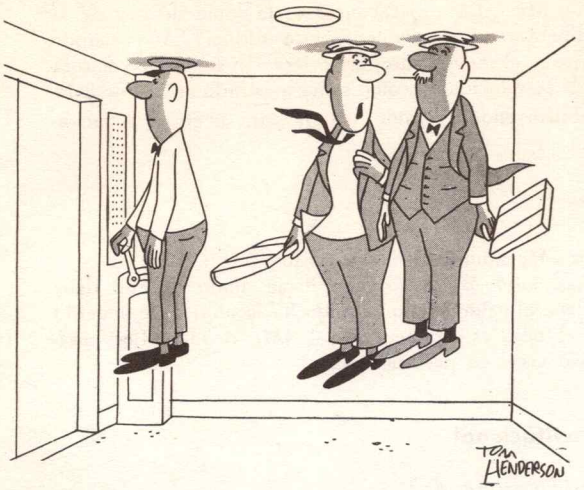


Fig. 4-11. Versión humorística de un elevador que se acelera hacia abajo con aceleración mayor que g. (Reproducida con permiso especial de The Saturday Evening Post, Copyright 1959, por The Curtis Publishing Company.)

Fig. 4-10. El avión en esta figura tiene una aceleración de $g = 9.81$ m/seg^2 dirigida hacia abajo. Los pasajeros experimentan las "delicias" de la ingravidez. (Cortesía de la Fuerza Aérea de los EE.UU.)

la misma trayectoria parabólica que un proyectil que tenga la misma componente horizontal de la velocidad. En tales maniobras debe usarse potencia de motores con objeto de cancelar los efectos de la resistencia del aire. Por estos medios es posible para los pasajeros perder peso por más de 15 seg. La experiencia de ausencia de peso está descrita en la siguiente cita de W. R. Young, un editor científico de *Life*:

"La ausencia de peso cuando g es igual a cero parece ser a la vez tanto en el cuerpo como en el espíritu. Recuerdo que les hacía muecas ridículas a los demás pasajeros que junto conmigo descubrían el nuevo mundo. Era muy difícil recordar qué era "arriba" y qué "abajo". La tercera vez que el avión repitió la maniobra logré impulsarme vigorosamente con los pies y atravesar flotando todo el compartimiento hasta llegar al otro extremo donde el mayor Brown me detuvo impidiendo que invadiera el compartimiento de los pilotos. Aunque se había sujetado firmemente, fue necesario que usara alguna fuerza para pararme, puesto que la ingravidez no elimina los efectos del impulso. Rebotando de su mano firme, golpeé ligeramente en el piso y después en el techo".

Si la aceleración hacia abajo de un elevador fuera mayor que g, se tendría la situación que se muestra en la Fig. 4-11; esta figura es un poco irreal; los pasajeros irían más cómodos parados sobre sus pies (contra el techo) que sobre sus cabezas.

Ejemplo 5

Suponga que para comodidad de los pasajeros de un vuelo, éstos no deban sentir nunca más de dos veces su peso ($\mathbf{F}_w = 2M\mathbf{g}$). En estas condiciones, ¿cuál es la máxima aceleración horizontal permitida?

Sea a la máxima aceleración horizontal. La fuerza del asiento sobre el pasajero es siempre $(-\mathbf{F}_w)$. Entonces

$$\mathbf{F}_{\text{neta}} = \mathbf{F}_G - \mathbf{F}_w = M\mathbf{a}$$

ó

$$\mathbf{F}_G = M\mathbf{a} + \mathbf{F}_w$$

donde las magnitudes de $\mathbf{F}_w$ y $\mathbf{P}_G$ son $2Mg$ y Mg respectivamente. La dirección de $\mathbf{F}_G$ es hacia abajo y la dirección de $M\mathbf{a}$ es horizontal.

En la Fig. 4-12 aparecen sumados los dos vectores $M\mathbf{a}$ y $\mathbf{F}_w$ que dan lugar a $\mathbf{F}_G$. Por el teorema de Pitágoras,

$$Ma = \sqrt{(2Mg)^2 - (Mg)^2}$$

$$a = \sqrt{3}\,g$$

Ejemplo 6

Considérese que el carro de la montaña rusa que se muestra en la Fig. 4-13 tiene una velocidad máxima dada por $v = \sqrt{4gR}$, donde

Fig. 4-12. Avión con aceleración horizontal capaz de duplicar el peso de los pasajeros.

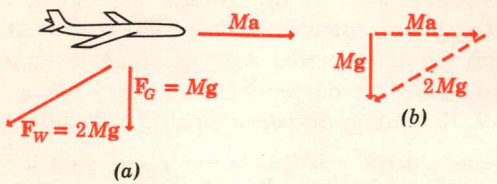
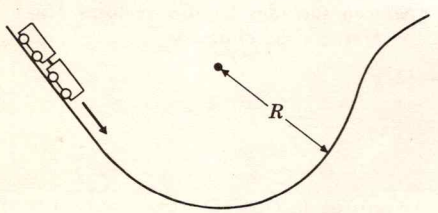


Fig. 4-13. Carro de la montaña rusa del ejemplo 6.



R es el radio de curvatura de la depresión. ¿Cuál es el peso de los pasajeros en el fondo de ésta?

El peso puede obtenerse calculando F_{neta} y substituyéndola en la Ec. 4-13, a su vez F_{neta} puede calcularse mediante la segunda ley de Newton $F_{neta} = Ma$. ¿La aceleración a es la suma de g y de la aceleración centrípeta o es simplemente esta última? Aun cuando la gravedad influya en el movimiento, la aceleración se define como la razón de cambio de la velocidad y como se ha mostrado en la Fig. 2-14 ésta es v^2/R. Substituyendo el valor $\sqrt{4\,gR}$ para v en la ecuación $a = v^2/R$ se tiene

$$a = \frac{(\sqrt{4gR})^2}{R} = 4g$$

De donde $F_{neta} = 4Mg$ apuntando hacia arriba.

El vector $-\mathbf{F}_{neta}$ es 4 Mg apuntando hacia abajo. A esto debe sumarse $\mathbf{F}_G$ que tiene el valor Mg apuntando hacia abajo. De acuerdo con la Ec. 4-13 el peso es entonces $Mg + 4Mg$ ó $5Mg$. Los pasajeros pesarán cinco veces su peso normal.

4-5 Masa Gravitacional

¿Quién está acelerando?

En este libro se usan indistintamente los términos masa y masa inercial. Se ha visto en el capítulo 3 que es posible determinar la masa (o masa inercial) de un objeto, aplicándole una fuerza y midiendo la aceleración correspondiente. La relación F_{neta}/a será la masa inercial del objeto. No existe ninguna razón, *a priori*, por la cual la fuerza gravitacional sobre un objeto deba ser proporcional a la masa inercial. En general, ésta bien podría ser proporcional al número de neutrones del objeto. En realidad, el número de neutrones por átomo es aproximadamente proporcional a la masa del átomo. Sin embargo, el hidrógeno, ya sea en estado líquido o gaseoso, no contiene neutrones y en consecuencia la gravedad no debía actuar sobre él. El hidrógeno líquido no pesaría. Pero cuando se hace el experimento y se mide la fuerza gravitacional sobre el hidrógeno (o sobre cualquier cosa) se encuentra que dentro de la precisión de las medidas, la fuerza gravitacional es proporcional a la masa inercial del objeto. En cambio, esto no es cierto para la fuerza electrostática. Ahí $F = Q_1Q_2/r^2$ es la fuerza entre dos objetos 1 y 2, donde Q_1 y Q_2 se denominan las cargas eléctricas de los objetos 1 y 2. Se encuentra que objetos de gran masa pueden tener carga eléctrica muy baja y viceversa.

Ahora bien, Newton, para ser más general, pudo haber escrito su ley de la gravitación universal como $F = G\left(\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\right)$ donde Q_1 y Q_2 son las cargas gravitacionales de los objetos (no confundir con las cargas eléctricas). Depende entonces del experimento determinar si Q es siempre proporcional a M sin importar la naturaleza del objeto. El punto que se ha querido hacer notar aquí es el hecho de que no existe, *a priori,* razón por la cual la carga gravitacional (también llamada masa gravitacional) deba ser proporcional a la masa inercial. Más aún, si la masa gravitacional y la masa inercial resultan ser exactamente iguales, habremos descubierto una nueva ley fundamental de la Física, tan fundamental como la conservación del impulso o como las leyes de Newton. La relación de la masa gravitacional a la masa inercial se ha medido recientemente con gran precisión para varios elementos y ha resultado ser la misma para todas las substancias con una precisión experimental de aproximadamente una parte en 10^{10}. Por esta razón, se supone que la masa gravitacional y la masa inercial son una sola. La teoría de la relatividad general de Einstein usa como punto de partida este postulado básico. A esta equivalencia de la masa inercial y gravitacional, se le llama principio de equivalencia y se discutirá con mayor detalle en el capítulo 11.

Ejemplo 7

Demuestre cómo una medida precisa del período de un péndulo simple, depende de la relación de la masa gravitacional a la masa inercial.

Sea Q_e la masa gravitacional de la Tierra y Q_A la masa gravitacional del péndulo formado con la substancia A. Entonces, la fuerza gravitacional sobre el péndulo es

$$F_G = G\frac{Q_e Q_A}{R_e^2}$$

La cantidad $G\left(\frac{Q_e}{R_e^2}\right)$ será una constante física que depende del tamaño de la Tierra. Sea g_0 el valor de dicha constante

$$g_0 = G\frac{Q_e}{R_e^2}$$

Entonces

$$F_G = (g_0)Q_A$$

Pregunta 5. Una persona "no-acelerada" experimentará gravidez. ¿Falso o verdadero?

De acuerdo con la derivación del período de un péndulo simple (Ec. 3-9) tenemos

$$\frac{F_{\text{neta}}}{F_G} = \frac{x}{L}$$

o bien

$$\frac{(M_A a)}{(g_0 Q_A)} = \frac{x}{L}$$

De donde

$$\frac{a}{x} = \frac{Q_A\, g_0}{M_A\, L}$$

En un MAS esta constante tiene el valor $4\pi^2/T^2$ (ver pág. 86),

$$\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right) = \frac{Q_A\, g_0}{M_A\, L}$$

ó

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_0}} \times \sqrt{\frac{M_A}{Q_A}}$$

Si la razón M_A/Q_A varía con las diferentes substancias, cambiar el material de que está hecho el péndulo debería causar un cambio en el período de oscilación.

Según el principio de equivalencia, un laboratorio que esté sujeto a aceleración es matemáticamente equivalente a un laboratorio estacionario sobre el cual obra una fuerza gravitacional equivalente. Una consecuencia del principio de equivalencia es la imposibilidad de decir cuál es la fuerza gravitacional neta sobre el sistema solar. Hasta donde se sabe, puede existir una gran masa, muy distante (tan distante que es imposible verla), que ejerce una atracción gravitacional sobre la región local de nuestro universo. De acuerdo con el principio de equivalencia, todos los objetos locales caerán con la misma aceleración en condiciones de ausencia de peso hacia la gran masa lejana y nosotros no observamos ningún efecto local. No podremos sentir si estamos cayendo o no y no observaremos ninguna aceleración relativa con respecto a nuestros vecinos. Consideraríamos nuestro sistema local, como un sistema inercial de referencia, mientras que desde el punto de vista de la masa lejana, estaríamos acelerados. En este sentido, la vieja definición de peso como la fuerza gravitacional neta sobre un objeto, carece de significado, ya que para conocer la fuerza gravitacional neta sobre un objeto, sería necesario tomar en cuenta todas las masas distantes en el universo, aun cuando no se vean. En el capítulo 11 se estudiarán algunas otras implicaciones del

Respuesta 5. Falso. Una persona sentada en un planeta estacionario estaría sin acelerarse, pero su peso será igual a la fuerza gravitacional que el planeta ejerce sobre él.

principio de equivalencia. El punto importante por ahora es hacer ver que no es posible entender completamente la expresión $F = Ma$ o la gravitación sin tomar en cuenta la influencia de masas lejanas en el universo.

Problemas

1. ¿Es posible realizar el experimento de Cavendish en Marte? ¿Daría el mismo resultado?
2. ¿Es posible comparar el período de la Luna con el de la Tierra mediante la tercera ley de Kepler? ¿Se puede comparar el período de la Luna con el de la luna de Júpiter? ¿Y comparar entre sí los períodos de todas las lunas de Júpiter?
3. ¿Cuáles son las unidades de G en metros, kilogramos y segundos?
4. Un elevador parte del reposo desde el sótano con una aceleración inicial hacia arriba de $g/2$:
   a) El peso aparente de los pasajeros (aumenta, disminuye, permanece el mismo).
   b) El período de oscilación de un péndulo en el elevador (aumenta, disminuye, permanece igual)
   c) Cuando el elevador alcanza una velocidad de 9.8 m/seg. mantiene constante su velocidad de ascenso. Bajo esta condición el peso aparente de un pasajero (aumenta, disminuye, se mantiene el mismo) comparado con su peso cuando está en reposo.
5. Si la Tierra tuviera la mitad del diámetro que realmente tiene, su masa sería un octavo de la real. ¿Cuál sería el valor de g para esta Tierra "a la mitad de su tamaño"?
6. Si la Luna tuviera el doble de masa que tiene y se mantuviera en su misma órbita, ¿Cuál sería su período de revolución?
7. La masa de la Luna es 0.012 la de la Tierra y su diámetro es un cuarto del de la Tierra. ¿Cuál es el valor de g en la superficie de la Luna?
8. Un elevador parte hacia arriba con una aceleración de $g/2$. ¿Cuál es el peso aparente de un hombre de 60 kg durante esta aceleración?. Una vez alcanzada la velocidad de 9.8 m/seg hacia arriba, la mantiene constante. En estas condiciones, ¿cuál es el peso aparente del hombre? ¿Cuál será el peso aparente si el cable del elevador se rompe?
9. Un hombre cuyo peso es de 600 newtons aborda un elevador en el quincuagésimo piso de un edificio de 100 pisos y se sube en una báscula. Cuando el elevador empieza a moverse él observa que la báscula marca 720 newtons durante 5 seg, 600 newtons durante 20 seg, 480 newtons durante 5 seg; después el elevador llega al reposo en un extremo de su viaje.
   a) ¿Se encuentra en la parte superior o inferior del edificio?
   b) ¿Qué tan alto es el edificio? (Este mismo tipo de método puede usarse para determinar qué tanto ha viajado la cápsula de un astronauta.)

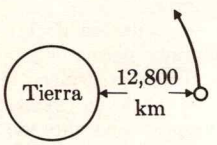
10. ¿Cuál es el peso de un hombre de 60 kg que viaja en el cohete del problema 19 del capítulo 3?

11. Un hombre de 50 kg se deja caer deslizándose por una cuerda. Su aceleración de caída es un séptimo de g,
a) ¿Cuál es su peso aparente?
b) ¿Cuál es la tensión del segmento de cuerda que queda por encima del hombre?

12. Los diarios publicaron que la perra que viajaba en el Sputnik II experimentó la ausencia de peso. Sin embargo, se observó que el satélite giraba alrededor de un cierto eje. Suponga que la frecuencia de esta rotación era de una revolución cada 10 seg y que la perra estaba a 245 cm del eje de rotación ¿Qué fracción de su peso normal tendría la perra?

13. Se lanza verticalmente un cohete dentro del cual va un ratón de 0.1 kg. Cuando el proyectil alcanza la altura de 50 km y una velocidad de 980 m/seg se termina el combustible. ¿Cuál es el peso aparente del ratón en este momento?

Probl. 14

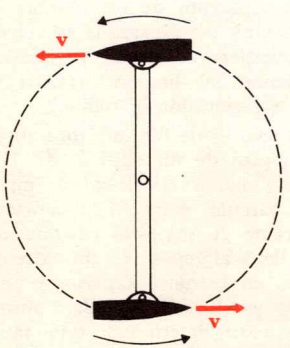


14. Se observa un nuevo satélite artificial revolucionando a una distancia igual a dos veces el radio terrestre por encima de la superficie de la Tierra:
a) Si el período de revolución de un satélite rasante es de 90 min, ¿cuál es el período de este nuevo satélite?
b) ¿Cuál es la aceleración centrípeta de este satélite, en términos de g?
c) ¿Cuál es la aceleración centrípeta de la Luna en términos de g? (La Luna está a 60 veces el radio de la Tierra).

15. Los centros de dos esferas idénticas se encuentran separados 1 m. ¿Cuál será la masa de las esferas si la fuerza gravitacional entre ellas es de 1 newton?

16. En algún punto del espacio entre la Tierra y la Luna, la fuerza gravitacional debida a ambos cuerpos es cero. ¿Dónde está tal punto? La distancia entre la Tierra y la Luna es de 384,000 km y la masa de la Luna es 1.2% la de la Tierra. En la obra de Julio Verne *De la Tierra a la Luna,* los pasajeros experimentan la ingravidez sólo al pasar por este punto. Explique por qué es incorrecta esta aseveración.

Probl. 17



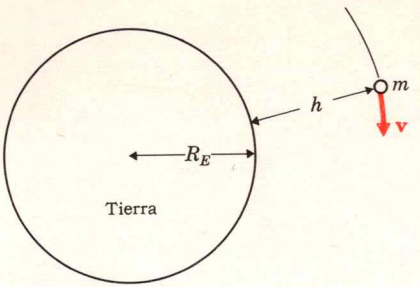
17. En este problema, se diseñará un juego de feria que sea capaz de producir la condición de ausencia de peso por cortos períodos de tiempo. En la figura se muestran dos "cohetes" unidos por una barra de 20 m de longitud y que giran con velocidad v sobre un círculo vertical. ¿Qué valor debe tener v para que los ocupantes experimenten la ingravidez cuando se encuentren en la parte superior del círculo? ¿Cuál será su peso cuando estén en la parte inferior?

18. ¿Qué valor tiene g 160 km arriba de la superficie de la Tierra?

19. Dando por conocido el valor de G y la distancia al Sol que es de 148.8×10^6 km, calcule la masa del Sol.

20. Si se conoce el período de una de las lunas de Júpiter y su distancia al planeta, muestre cómo se podría calcular la masa de Júpiter.

Probl. 22



21. ¿Cuánto vale la velocidad v de un satélite terrestre que está en una órbita circular a una altura h sobre la superficie de la Tierra? Exprese v en términos de R (radio de la Tierra), h y g (aceleración gravitacional en la superficie terrestre). ¿Esta velocidad aumenta o disminuye cuando el aire frena al satélite?

22. Un satélite sigue una órbita circular a una altura h sobre la superficie de la Tierra.

a) ¿Cuál es la fuerza gravitacional en términos de h y otras cantidades apropiadas?

b) ¿Cuál es la fuerza centrípeta?

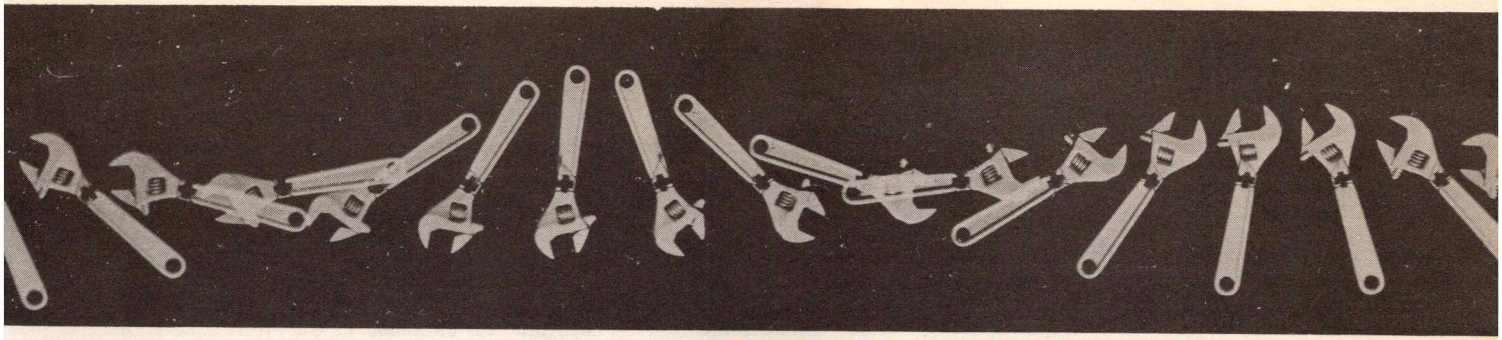
c) ¿Cuál es la fuerza neta?

d) ¿Cuál es la velocidad v en términos de G, M_E, R_E y h?

e) Si h disminuye, ¿v aumenta o disminuye?

23. Si se duplicara la velocidad orbital de la Luna de manera tal que se mantuviera en una órbita circular: ¿Cuál sería el radio de esta nueva órbita? ¿Cuál sería el nuevo período de revolución?

24. ¿Qué fuerza gravitacional ejercería la Tierra sobre una masa de 1 kg colocada en la misma posición que la Luna? Calcule también la fuerza que ejercería el Sol sobre dicha masa. La Luna dista 148.8×10^6 km del Sol y 384,000 km de la Tierra. Este problema se puede resolver fácilmente sin conocer el valor de G, ni las masas del Sol y la Tierra.



Impulso angular y energía

Capítulo 5

Impulso angular y energía

Existen algunas leyes fundamentales de la naturaleza que pueden expresarse matemáticamente como leyes de conservación. Una ley de conservación establece que en un sistema cerrado alguna cantidad física (como el impulso total o la energía) siempre se conserva (no cambia). Se entiende por sistema cerrado a un sistema de partículas no sujeto a influencias externas. No deben existir fuerzas externas. Sin embargo, esto no implica restricción alguna sobre las fuerzas internas; las partículas pueden interaccionar unas con otras en cualquier forma. Se presume que las leyes de conservación que se estudiarán en este capítulo son exactas, ya que nunca se han observado violaciones a las mismas. Una de estas leyes —la conservación del impulso— ha sido ya establecida en el capítulo 3. Se estudiará ahora una ley íntimamente relacionada con ésta: la conservación del impulso angular.

5-1 Conservación del impulso angular

Inercia rotacional

Hacia el final del capítulo 4 se notó que la derivación de la ley de las áreas iguales no dependía en forma alguna de la ley de gravitación universal de Newton. De hecho, la ley de las áreas iguales es un caso particular de una ley más general: la ley de la conservación del impulso angular.

Considérese, en la Fig. 5-1, cualquier par de triángulos barridos por el planeta en un segundo. Las áreas de estos dos triángulos son, respectivamente: $\frac{1}{2}R_1(v_1)_\perp$ y $\frac{1}{2}R_2(v_2)_\perp$ donde $v_\perp$ es la componente de v, perpendicular a R. Por tanto:

$$R_1 \times M(v_1)_\perp = R_2 \times M(v_2)_\perp$$

La cantidad $M(v_1)_\perp = (P_1)_\perp$, es la componente del impulso perpendicular a la línea R_1. Por tanto

$$R_1 \times (P_1)_\perp = R_2 \times (P_2)_\perp \tag{5-1}$$

Se define a la cantidad $R \times P_\perp$ como el impulso angular. La Ec. 5-1 establece que la cantidad $R \times P_\perp$ permanece constante para cualquier posición del planeta en su órbita. En otras palabras, el impulso angular total del sistema solar se conserva (nunca aumenta ni disminuye). Esta consideración es válida ya sea que la distancia R se mida del planeta al Sol, o del planeta a cualquier otro punto no acelerado en el espacio. La ley de conservación del impulso angular establece

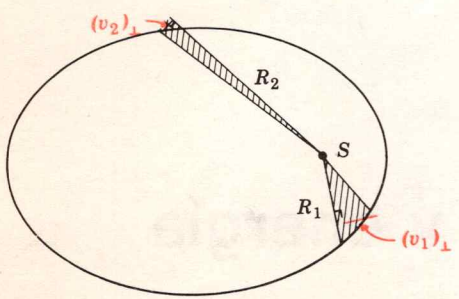
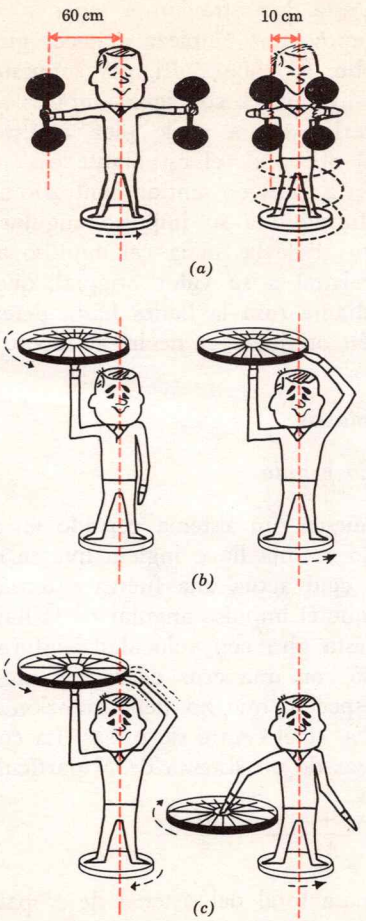


Fig. 5-1. Los triángulos "sombreados" son las áreas barridas por el planeta en 1 seg, para dos posiciones diferentes del mismo.

Fig. 5-2. (*a*) La demostración de las "tres mancuernas". (*b*) Un estudiante al que se da una rueda girando, quien a continuación la detiene. (*c*) El estudiante hace girar una rueda y a continuación la voltea.



Pregunta 1. ¿Son iguales los productos $R_1 \times (P_1)_\perp$ del planeta 1 y $R^2 \times (P_2)_\perp$ del planeta 2?

que el impulso angular total de cualquier sistema cerrado siempre debe permanecer constante. Esta ley se cumple sin importar la naturaleza de las interacciones entre las partículas. Ha sido probada ampliamente y nunca se han encontrado violaciones a ella.

Ejemplo 1

Un estudiante de poco peso, parado en una mesa rotatoria, sostiene dos mancuernas pesadas con sus brazos extendidos. A continuación se le empuja hasta que adquiere una velocidad de rotación de una revolución por segundo; entonces el estudiante jala las mancuernas hacia su pecho. ¿Qué es lo que ocurre? Suponga que las mancuernas se encuentran originalmente a 60 cm del eje de rotación y que el estudiante las jala hasta 10 cm del mismo eje. Se puede despreciar el impulso angular del estudiante comparado con el de las mancuernas.

La velocidad inicial de las mancuernas es $v_1 = 2\pi R_1/T_1$, donde $R_1 = 60$ cm y $T_1 = 1$ seg. El impulso angular total inicial es:

$$\text{imp. ang.} = 2R_1Mv_1 = 4\pi M\frac{R_1^2}{T_1}$$

donde M es la masa de cada una de las mancuernas. Después de que las mancuernas se llevan a la distancia $R_2 = 10$ cm, el impulso angular es:

$$\text{imp. ang.} = 2R_2Mv_2 = 4\pi M\frac{R_2^2}{T_2}$$

De acuerdo con la ley de la conservación del impulso angular estas dos expresiones deben ser iguales, así que:

$$\frac{R_1^2}{T_1} = \frac{R_2^2}{T_2}$$

$$T_2 = \frac{R_2^2}{R_1^2}T_1$$

$$T_2 = \frac{100}{3600} \times 1 \text{ seg}$$

$$T_2 = \frac{1}{36} \text{ seg}$$

de donde se concluye que el estudiante terminará girando a razón de 36 revoluciones por segundo. Algunos profesores de Física llaman a esto la demostración de las tres mancuernas (Three Dumbbells).

Otra demostración clásica en la que aparece un estudiante en mesa rotatoria, es la rueda de bicicleta girante (estando la llanta cargada con plomo).

Al estudiante sobre la mesa sin rotación inicial se le da una rueda de bicicleta girando y se le pide que la mantenga sobre

su cabeza; después se le indica que haga fricción sobre la llanta hasta detener la rueda, como se muestra en la Fig. 5-2*b*. Como no existe ninguna forma de transferir el impulso angular a la tierra, el estudiante empezará a girar con el mismo impulso angular que tenía originalmente la rueda.

Otra forma de esta demostración es tener a un estudiante inicialmente en reposo que empieza a hacer girar la rueda manteniéndola sobre su cabeza. El, por supuesto, empezará a girar en dirección opuesta con igual impulso angular pero en sentido contrario. Ahora se le pide al estudiante que baje la rueda. Al obedecer, el estudiante cesa bruscamente de girar y empieza a girar en sentido contrario a su rotación original, de tal forma que su impulso angular es siempre igual pero opuesto al de la rueda (el impulso angular neto debe permanecer igual a su valor original, que era cero). Ahora, si el estudiante roza la llanta hasta detenerla, regresará a su situación original (es decir, al reposo).

5-2 Centro de masas

Un promedio pesado

La Fig. 5-3 muestra un sistema cerrado en movimiento. El sistema cerrado es una llave inglesa que se mueve libremente y sobre la cual actúa una fuerza externa total igual con cero. Nótese que el impulso angular de la llave inglesa es constante y que ésta gira con velocidad uniforme en torno al punto marcado con una cruz negra. Se mostrará ahora que este punto especial, que no tiene rotación en ausencia de fuerzas externas, es el centro de masas. La componente x del centro de masas de un sistema de N partículas se define

$$x_c = \frac{M_1x_1 + M_2x_2 + \cdots + M_Nx_N}{M} \tag{5-2}$$

donde M es la masa total del sistema de N partículas y x_1 es la componente x de $\mathbf{R}_1$, siendo esta última la distancia a la primera partícula. La componente x de la velocidad del centro de masas se obtiene dividiendo entre t ambos miembros de la ecuación anterior. Entonces

$$\frac{x_c}{t} = \frac{M_1\frac{x_1}{t} + M_2\frac{x_2}{t} + \cdots + M_N\frac{x_N}{t}}{M}$$

Respuesta 1. No. El impulso angular de *un* mismo planeta permanece constante. Pero dos planetas diferentes tendrán diferentes impulsos angulares.

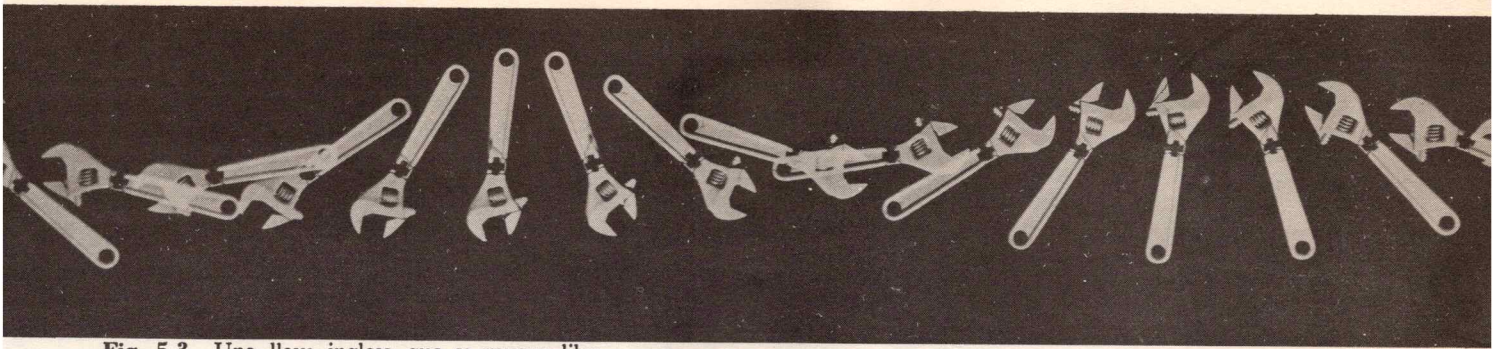


Fig. 5-3. Una llave inglesa que se mueve libremente. La fuerza externa neta sobre la llave inglesa es cero. Nótese que está en rotación uniforme en torno a su centro de masas, marcado con cinta adhesiva negra. (Cortesía del Physical Science Study Committee.)

$$(v_c)_x = \frac{M_1(v_1)_x + M_2(v_2)_x + \cdots + M_N(v_N)_x}{M}$$
$$= \frac{(P_1)_x + (P_2)_x + \cdots + (P_N)_x}{M}$$
$$= \frac{P_x}{M}$$

donde P_x es la componente del impulso lineal total del sistema. De acuerdo con la conservación del impulso, P_x, P_y, y P_z deben permanecer constantes, si no existen fuerzas externas. Por lo tanto, ya sea que el sistema esté o no en rotación, las tres componentes de la velocidad del centro de masas deben permanecer constantes y entonces el centro de masas se moverá, en ausencia de fuerzas externas, en línea recta.

Si un cuerpo rígido, como la llave inglesa, se mueve libremente y está en rotación en ausencia de fuerzas externas, la definición de centro de masas exige que éste no tenga movimiento acelerado ni movimiento rotacional. Esta es la razón por la cual los cuerpos rígidos y los sistemas de partículas, siempre giran en torno a sus centros de masas. La ley de conservación del impulso angular requiere que la Tierra gire en torno a su centro de masas siempre con la misma velocidad, ignorando las fuerzas de las mareas sobre la Tierra, que son fuerzas externas provenientes de la Luna y del Sol.

Ejemplo 2

La masa de la Luna es 1.2% la masa de la Tierra. Si la distancia de la Tierra a la Luna es 384,000 km ¿en dónde se encuentra el centro de masas del sistema formado por la Tierra y la Luna?

Si se mide x del centro de la Tierra hacia la Luna, la ecuación 5-2 establece entonces que

$$x_c = \frac{M_t x_t + M_l x_l}{M_t + M_l}$$

Pregunta 2. ¿Qué le ocurre a un estudiante en reposo sobre una mesa giratoria al que se le da una rueda girando y a continuación la voltea?

donde $x_t = 0$ es la posición de la Tierra y $x_l = 384\,000$ km es la posición de la Luna

$$x_c = \frac{M_l}{M_t + M_l} x_l$$

$$x_c = \frac{0.012}{1.012} \times 384\,000 \text{ km}$$

$x_c = 3588.5$ km desde el centro de la Tierra.

Como la Tierra y la Luna deben girar en torno a este punto una vez al mes, vemos que la Tierra gira, en este tiempo, en torno a un punto situado dentro de ella misma.

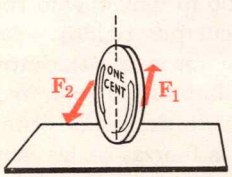
5-3 Estática*

Cómo evitar la rotación

Se ha visto que el impulso total y el impulso angular de un sistema permanecerá sin cambios en ausencia de fuerzas externas. Ahora se puede hacer la siguiente pregunta: ¿Es en algún caso posible aplicar fuerzas externas y tener conservación del impulso y del impulso angular? La respuesta es que sí. Recuérdese el ejemplo de la página 80 referente a un bloque de madera que se empuja contra una pared. En ese caso existían dos fuerzas sobre el bloque y su suma era cero. De las leyes de Newton es claro que, si la suma de todas las fuerzas externas es cero, el impulso del sistema permanecerá constante. Si el impulso inicial de un cuerpo rígido es cero, permanecerá con este valor si la suma vectorial de todas las fuerzas externas es cero.

Ahora bien, ¿qué ocurre en el movimiento rotacional? Se sabe que se puede hacer girar a una moneda mediante la aplicación de dos fuerzas iguales $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$, como se muestra en la Fig. 5-4. Aunque la suma vectorial de estas fuerzas es cero, el impulso angular de la moneda no se conserva. El impulso angular es la distancia multiplicada por la componente perpendicular del impulso. Como la rapidez de cambio del impulso es igual a la fuerza, se puede mostrar que la rapidez de cambio del impulso angular es igual al producto de la distancia por la componente perpendicular de la fuerza, o rapidez de cambio del impulso. A la cantidad $R \times F_\perp$ (producto de la distancia por la componente perpendicular de la fuerza) se le da el nombre de torca.† La rapidez de cambio

Fig. 5-4. La moneda se mueve (gira) aunque la suma vectorial de $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ es cero.



Respuesta 2. El estudiante empezará a girar sobre la mesa giratoria con un impulso angular que es del doble del que tenía originalmente la rueda.

* Esta sección puede omitirse si así se desea. Nada en el material subsecuente depende de lo aquí establecido.

† También llamada "par motor" o "momento de rotación".

del impulso angular es igual a la torca. Las torcas que tienden a producir una rotación en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj, se definen como torcas positivas, mientras que las que tienden a producir una rotación en el mismo sentido que las manecillas del reloj, son negativas. La condición necesaria para que el impulso angular de un cuerpo rígido no cambie, es que la suma de las torcas sea cero. Un cuerpo rígido estará en equilibrio estático, si las fuerzas que actúan sobre él son tales que permanece en reposo. Se ve que existen dos condiciones para que se satisfaga el equilibrio estático.*

Condición I: La suma de las torcas debe ser cero.

Condición II: La suma vectorial de las fuerzas debe ser cero.

En el caso de que se apliquen tres fuerzas externas en las posiciones R_1, R_2, y R_3 en un cuerpo rígido, estas condiciones resultan en las ecuaciones

$$R_1 \times (F_1)_\perp + R_2 \times (F_2)_\perp + R_3 \times (F_3)_\perp = 0$$

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0$$

Las distancias R_1, R_2 y R_3 pueden medirse desde cualquier punto arbitrario.

Ejemplo 3

En la Fig. 5-5 se muestra a un papá de 70 kg y a una mamá de 50 kg en los extremos de un "sube y baja" de 6 m. ¿En dónde se debe de sentar su hijo, de 25 kg, para que el sube y baja quede balanceado en el centro?

Sean F_1, F_2 y F_3 los pesos del padre, la madre y el hijo respectivamente y midamos las torcas desde el pivote. El padre ejerce una torca en contra de las manecillas del reloj de magnitud R_1F_1, donde $R_1 = 3$ m. La madre y el hijo ejercen torcas en el sentido de las manecillas del reloj, o negativas, de magnitudes $-R_2F_2$ y $-R_3F_3$, en donde $R_2 = 3$ m y R_3 se determinará. La condición I dice que

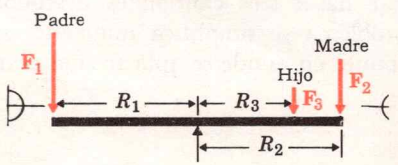
$$R_1F_1 - R_2F_2 - R_3F_3 = 0$$

Resolviendo para R_3.

$$R_3 = \frac{R_1M_1g - R_2M_2g}{M_3g}$$

$$R_3 = \frac{3 \times 70 - 3 \times 50}{25}\,\text{m} = 2.4\,\text{m}$$

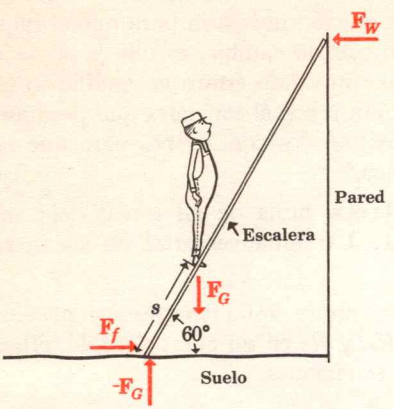
Fig.5-5. Una familia en un "sube y baja".



Pregunta 3. Si todas las fuerzas se encuentran en un plano, ¿cuántas ecuaciones simultáneas "útiles" se pueden obtener de las Condiciones I y II?

* Como ha quedado establecido, la Condición I resulta como consecuencia directa de las leyes de Newton. No es, como se establece en algunos libros de texto introductorios, una ley independiente de la naturaleza.

Fig. 5-6. Fuerzas ejercidas sobre la escalera por el hombre, la pared y el piso.



Respuesta 3. Tres. La Condición II da dos ecuaciones; una para cada componente de la fuerza.

Ejemplo 4

Una escalera de longitud $L = 4\,\text{m}$ está recargada contra una pared sin fricción, como se muestra en la Fig. 5-6. La máxima fuerza de fricción que puede proporcionar el piso, antes de que la escalera resbale, es $F_f = 200$ newtons. ¿Qué tan alto puede subir un hombre, que pesa 600 newtons antes de que la escalera resbale? Desprecie el peso de la escalera comparada con el peso del hombre.

Sea s la posición del hombre sobre la escalera, y mídanse las torcas desde el punto en que la escalera hace contacto con el piso. Entonces, existen dos torcas: una positiva debida a la fuerza F_w que ejerce la pared sobre la escalera y una negativa F_G debida al peso del hombre. Las componentes perpendiculares a la escalera de las fuerzas F_w y F_G son, respectivamente, $\frac{\sqrt{3}}{2} F_w$ y $\frac{F_G}{2}$. De acuerdo con la Condición I la suma de estas dos torcas es

$$L \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} F_w\right) - s \times \frac{F_G}{2} = 0$$

$$s = \frac{\sqrt{3} F_w}{F_G} L$$

De acuerdo con la Condición II, la suma de las fuerzas horizontales sobre la escalera debe ser cero, lo cual nos dice que $F_f = F_w$:

$$s = \frac{\sqrt{3} F_f}{F_G} L = \sqrt{3} \times \frac{200}{600} \times 4\,\text{m} = 2.30\,\text{m}$$

En los problemas de estática, pueden existir dos o tres fuerzas o distancias desconocidas. Las condiciones I y II pueden proporcionar tres ecuaciones simultáneas, que son suficientes para determinar hasta tres cantidades desconocidas. Generalmente, el problema se simplifica midiendo las torcas con respecto a un punto en donde se aplican una o varias fuerzas.

5-4 Energía

Joules y Ergs

En el sistema MKS se define a la energía, de una manera cuantitativa, del siguiente modo: se dice que un cuerpo recibe una unidad de energía, si sobre él se aplica una fuerza de 1 newton por espacio de 1 m en la dirección de la fuerza. Las unidades de energía serán entonces kg $\times$ m^2/seg^2. Sin embargo, como en el caso de la fuerza, la unidad de energía recibe un nombre especial: el joule. En el sistema CGS la unidad de energía recibe el nombre de erg; un erg es la energía comunicada a un cuerpo sobre el cual se aplica una fuerza de 1 dina, por espacio de 1 cm. La conversión es

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ newton} \times 1 \text{ m}$$
$$= 10^5 \text{ dinas} \times 10^2 \text{ cm}$$
$$= 10^7 \text{ ergs}$$

Energía cinética

Considere una situación ideal en la cual una masa M está flotando libremente en el espacio exterior. A continuación, se aplica súbitamente una fuerza externa F_{ext} sobre ella. De acuerdo con la segunda ley de Newton, la masa empezará a acelerarse bruscamente con $a = F_{ext}/M$. De acuerdo con la Ec. 2-11 adquirirá, después de moverse una distancia s, una velocidad v dada por

$$v^2 = 2as$$

ó

$$v^2 = 2\left(\frac{F_{ext}}{M}\right)s$$

ó

$$\tfrac{1}{2}Mv^2 = F_{ext} \cdot s$$

de aquí se ve que la cantidad $\frac{1}{2}mv^2$ es numéricamente igual a la energía comunicada a M. *La energía cinética (E_c) de un cuerpo se define como el producto de la mitad de la masa por el cuadrado de la velocidad del cuerpo.*

definición de energía cinética

$$E_c = \tfrac{1}{2}Mv^2$$

Si la masa hubiera tenido una velocidad inicial v_0, entonces, de acuerdo con la Ec. 2-11, se tendría

$$v^2 - v_0^2 = 2as = 2\left(\frac{F_{ext}}{M}\right)s$$

ó

$$\tfrac{1}{2}Mv^2 - \tfrac{1}{2}Mv_0^2 F_{ext} \cdot s$$

De aquí se ve que cualquiera que sea la energía $F_{ext.} \cdot s$ que se le comunique a la masa M, ésta se manifestará como un cambio en la energía cinética de M. La energía comunicada a M por medio de una fuerza externa F, se define como el trabajo realizado sobre M. "Trabajo" es sólo otra palabra con la que se designa a la energía comunicada a un objeto por un agente externo, o fuerza. Se acaba de mostrar que, en el caso ideal de una partícula libre, el trabajo realizado sobre la partícula aparece como la cinética de la misma.

Pregunta 4. ¿Puede ser negativa la energía cinética?

5-5 Energía potencial

Energía potencialmente disponible

Se verá que lo que se entiende por energía potencial significa exactamente lo que su nombre indica. Primero, considérese el caso de una masa M que se encuentra sobre la superficie de la Tierra. Ahora se utiliza una fuerza externa $F_{ext} = -F_G$ para levantar lentamente la masa hasta una altura h. El trabajo realizado será

$$W = F_{ext} \cdot h$$

ó

$$W = Mgh$$

En este caso, el aumento de energía cinética será cero. ¿Qué ocurrió con la energía Mgh? La respuesta es que existe una cantidad Mgh de energía en forma potencial, susceptible de ser extraída en forma de energía cinética. Todo lo que se tiene que hacer es dejar en libertad a la masa. Entonces M caerá a una distancia h y alcanzará una velocidad dada por la fórmula $v^2 = 2gh$. Veamos cuánta energía cinética representa esto:

$$\begin{aligned} E_c &= \tfrac{1}{2}mv^2 \\ &= \tfrac{1}{2}m(2gh) \\ &= Mgh \end{aligned}$$

o sea que todo el trabajo realizado ($W = Mgh$) puede convertirse en energía cinética, si así se desea.

Definición: *Se define como energía potencial U, a la energía que puede obtenerse en virtud de la posición de M.* Una forma alternativa de decir lo anterior, es que la energía potencial es el trabajo que se debe realizar sobre M para moverla en contra de una fuerza conservativa: por fuerza conservativa se entiende una fuerza que depende de la posición de M. En el ejemplo anterior $U = Mgh$. Siempre que M se encuentre a una altura h, la energía potencial U puede convertirse en energía cinética dejando caer a M la distancia h. Energía potencial significa exactamente lo que dice su nombre: es energía que está potencialmente disponible.

Nótese que la fuerza necesaria para mover lentamente a M en dirección horizontal es cero (despreciando la fricción) y por lo tanto no se realiza ningún trabajo al hacer esto. Si la masa se eleva hasta una altura h siguiendo una trayectoria

Respuesta 4. No. Tanto la masa como v^2 son siempre positivas.

cualquiera, el trabajo realizado por la componente vertical de la fuerza es Mgh y el trabajo realizado por la componente horizontal es cero. Por lo tanto, el trabajo realizado en llevar a M hasta una altura h es Mgh independiente de la trayectoria seguida.

La energía potencial existe, siempre que una masa M se encuentre bajo la influencia de una fuerza F_c, que sólo depende de la posición de la masa. Este tipo de fuerza se llama conservativa. La fuerza de resistencia del aire, que depende de la velocidad, es una fuerza no conservativa. La definición más general de energía potencial, está expresada por la ecuación

Definición de energía potencial

$$\Delta U = -F_c \cdot \Delta s \cdot \cos\theta \qquad (5\text{-}3)$$

en donde θ es el ángulo entre $\mathbf{F}_c$ y el desplazamiento $\Delta\mathbf{s}$. Si el objeto parte del reposo y tiene libertad de movimiento, la fuerza $\mathbf{F}_c$ lo moverá una distancia $\Delta\mathbf{s}$ en la dirección de $\mathbf{F}_c$ y, de acuerdo con el signo menos de la Ec. 5-3, su energía potencial disminuirá. A medida que la fuerza lo hace moverse más rápido, su energía cinética aumentará correspondientemente. En la siguiente sección se verá que el aumento en la energía cinética debe ser exactamente igual a la disminución en la energía potencial.

5-6 Conservación de la energía

Las disminuciones son iguales a los aumentos

Considérese un sistema cerrado formado por dos partículas de masas m y M. En general, existirá una fuerza F_c entre ellas. De hecho, todos los objetos (aun los ligeros) están constituidos por partículas elementales y cualquier par de partículas elementales interactúan a través de fuerzas eléctricas, o gravitacionales o ambas. (Si la distancia entre ellas es menor que 10^{-12} cm, también existirán fuerzas adicionales de corto alcance, debidas a las interacciones fuertes y/o débiles). Se calculará ahora el aumento en la energía cinética de estos dos objetos libres. Considérese primero a la masa m moviéndose, por simplicidad, en la dirección de la fuerza que sobre ella ejerce M. La aceleración de la masa m cuando se desplaza libremente una distancia Δs es

Pregunta 5. Si dos masas se presionan, una contra otra, ¿aumenta su energía potencial gravitacional?

$$a = \frac{F_c}{m}$$

Usando la Ec. 2-11, que establece que $a = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2\,\Delta s}$, se obtiene

$$\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2\,\Delta s}\right) = \frac{F_c}{m}$$

$$\tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^2 = F_c \cdot \Delta s$$

Pero de acuerdo con la Ec. 5-3, el segundo miembro de la ecuación anterior es $-\Delta U$; por lo tanto

$$\tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^2 = -(U - U_0)$$

ó

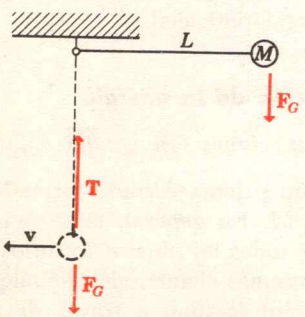
conservación de la energía mecánica

$$\tfrac{1}{2}mv^2 + U = \tfrac{1}{2}mv_0^2 + U_0 \qquad (5\text{-}4)$$

De aquí se ve que el aumento de la energía cinética es exactamente igual a la disminución de la energía potencial. Otra manera de enunciar esto es diciendo que la suma de la energía cinética más la energía potencial permanece constante, sin importar a dónde va la partícula. El argumento anterior se cumple igualmente para la segunda partícula M. Si existen tres o más partículas, un argumento similar muestra que la suma de la energía cinética total más la energía potencial total del sistema permanece constante, siempre y cuando no existan fuerzas externas.

Lo que se acaba de expresar, es la llamada ley de conservación de la energía y es una relación extremadamente útil. La energía cinética total de todas las partículas se puede calcular si en un instante dado de tiempo se conocen las posiciones de todas ellas, ya que la energía potencial de las mismas, sólo depende de sus posiciones, sin importar qué tan complicado sea su movimiento. El siguiente es un ejemplo de cómo se puede determinar la energía cinética, o velocidad de un objeto sin conocer su ecuación de movimiento.

Fig. 5-7. Un péndulo que se deja en libertad desde una posición horizontal.



Ejemplo 5

Un péndulo de masa m se deja en libertad desde una posición horizontal. (El movimiento que describe no es un movimiento armónico simple, porque la aproximación de pequeños desplazamientos no es aplicable en este caso). Si la cuerda tiene una longitud L, ¿cuál es la velocidad del péndulo y cuál es la fuerza sobre la cuerda, cuando éste alcanza la posición más baja? (Ver Fig. 5-7).

Las condiciones iniciales son: $v_0 = 0$ y $U_0 = mgL$. Cuando llega a su posición más baja, el péndulo ha caído una distancia vertical L y en ese momento $U = 0$. Si v es la velocidad cuando se encuentre en la posición más baja, la Ec. 5-4 establece que

$$\tfrac{2}{1}mv^2 + 0 = 0 + mgL$$

Respuesta 5. No. En este caso $F_c = F_G$ (la fuerza gravitacional) y Δs se encuentra en la dirección de F_c. Por lo tanto, el producto $F_c \cdot \Delta s \cdot \cos\theta$ (Ec. 5-3) es positivo.

6

$$v^2 = 2gL$$

$$v = \sqrt{2gL} \tag{5-5}$$

Sea T la fuerza que ejerce la cuerda sobre m. La fuerza neta sobre m es entonces

$$F_{\text{neta}} = T - F_G = ma_c$$

donde $a_c = v^2/L$ es la aceleración centrípeta de m. Como $F_G = mg$,

$$T - mg = m\left(\frac{v^2}{L}\right)$$

Substitúyase por v^2 el segundo miembro de la Ec. 5-5

$$T - mg = m\frac{(2gL)}{L}$$

$$T = 3mg$$

Ahora se definirá la energía mecánica total E_T como la suma de la energía cinética total más la energía potencial total. Se utilizará el símbolo E_T para la energía total; el símbolo E se empleará posteriormente para designar al campo eléctrico.

$$E_T = E_C + U$$

La ley de la conservación de la energía es entonces

$$(E_T)_1 = (E_T)_2$$

para cualquier par de tiempos t_1 y t_2, siempre que no hayan actuado fuerzas externas.

Hasta ahora, la discusión se ha restringido a fuerzas conservativas. Sin embargo, si nos mantenemos a nivel microscópico, o de partículas elementales, todas las fuerzas son conservativas, ya que sólo existen cuatro tipos diferentes: eléctricas, gravitacionales, fuertes y débiles, y todas ellas son conservativas. La resistencia del aire se convierte en una fuerza conservativa si se toman en cuenta explícitamente las energías cinéticas y potencial de cada una de las moléculas de aire. Así, desde un punto de vista microscópico, la ley de la conservación de la energía es completamente general y se aplica a todos los fenómenos.

Pero en ocasiones, es preferible considerar las energías cinética y potencial de todo el conjunto de moléculas de aire, en vez de considerar las energías de cada una de ellas. En este libro llamaremos energía calorífica a la energía de este movimiento al azar de las partículas. Este enfoque macroscópico de la conservación de la energía se discute en la sección 5-10.

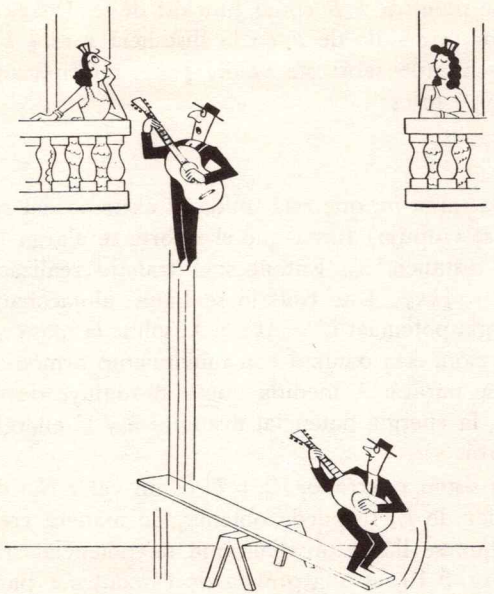


Fig. 5-8. Un ejemplo de conservación de energía. La cantidad $(1/2Mv^2 + Mgh)$ permanece constante. (Dibujo realizado por O. Soglow. ©. 1959, The New Yorker, Inc.).

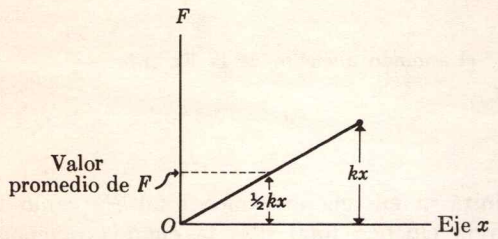
5-7 Diagramas de energía potencial

Mejores que diez mil palabras

A continuación se calculará y graficará la energía potencial de una masa m unida al extremo de un resorte. En este caso, de acuerdo con la ley de Hooke, $F_c = -kx$. La constante k se llama constante del resorte. De acuerdo con la definición de energía potencial, U es el trabajo realizado al estirar al resorte una distancia x. A medida que el resorte se estira, la fuerza aumenta uniformemente con la distancia desde el valor 0 hasta el valor kx. El trabajo realizado será el valor promedio de la fuerza F en la distancia x, multiplicado por esta última. En la Fig. 5-9 se muestra a F como función de x. De aquí se ve que el valor promedio de F en la distancia x es $\frac{1}{2}\,kx$. Así, el trabajo realizado será este valor, $\frac{1}{2}\,kx$, multiplicado por la distancia x; esto es:

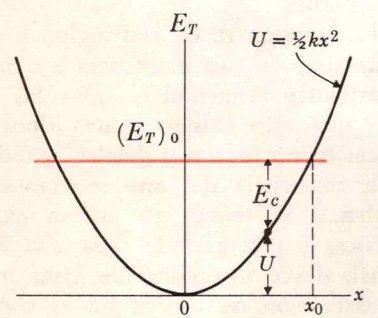
$$U = \tfrac{1}{2}kx^2$$

Fig. 5-9. Gráfica de la fuerza necesaria para jalar una resorte una distancia x, como una función de esta última.



Suponga que la masa m, que está unida al extremo del resorte, se jala (o se empuja) hasta que el resorte se alarga (o comprime) una distancia x_0. Entonces el trabajo realizado sobre m será $W = \frac{1}{2}kx_0^2$. Este trabajo se habrá almacenado en forma de energía potencial $U = \frac{1}{2}kx_0^2$. Al soltar la masa m, y si no existe fricción, ésta oscilará con movimiento armónico simple y nunca se parará. A medida que x disminuye de su valor máximo x_0, la energía potencial disminuirá y la energía cinética aumentará.

Fig. 5-10. Diagrama de potencial para un resorte estirado una distancia x_0.



Como para un sistema cerrado, $E_c + U$ es un valor fijo de la energía, el valor de E_c se puede obtener, de manera conveniente, de lo que se llama un diagrama de potencial. La parábola de la Fig. 5-10, es una gráfica de U contra x para un resorte tenso. La línea horizontal corresponde al valor de la energía $(E_T)_0 = \frac{1}{2}\,kx_0^2$, que es la energía inicial del resorte; es decir, cuando estaba estirado una distancia x_0, debido a la conservación de la energía,

$$E_c + U = (E_T)_0$$

ó

$$E_c = (E_T)_0 - U$$

$$= \begin{pmatrix}\text{Altura de la}\\ \text{línea roja}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Altura de la}\\ \text{parábola}\end{pmatrix}$$

que establece que la distancia vertical medida desde la curva (parábola) a la línea roja horizontal debe ser la energía cinética para ese valor de x.

Nótese que esta distancia sumada a U (distancia de la curva al eje x) es la energía total $(E_T)_0$ del sistema, que debe conservarse. Por lo tanto, el valor de E_c para cualquier posición x, puede obtenerse inmediatamente del diagrama de potencial. La utilidad de los diagramas de potencial quedará de manifiesto en los capítulos siguientes, en los que se tratarán fuerzas más complicadas que las debidas a los resortes.

De hecho, en Física siempre se trata con diferencias de energía potencial y, por lo tanto, la posición del origen para la medida de energía es arbitraria. Esto se puede mostrar cambiando el origen (o cero) de la escala de energía de la Fig. 5-10, pero manteniendo todo lo demás sin cambios (Fig. 5-11). Se desea determinar la energía cinética cuando $x = x_1$. La regla sigue siendo la misma: mídase la distancia vertical de la curva a la línea roja. En la Fig. 5-11 se denota por a a esta cantidad. Nótese que esta distancia sobre el eje vertical es independiente de donde se escoge el origen. Aquí se ha escogido el origen de tal manera que la energía potencial, y aun la total, sean negativas. Si se toman a y b como números positivos, entonces la energía potencial en $x = x_1$, es

$$U = -(a + b)$$

y la energía total es

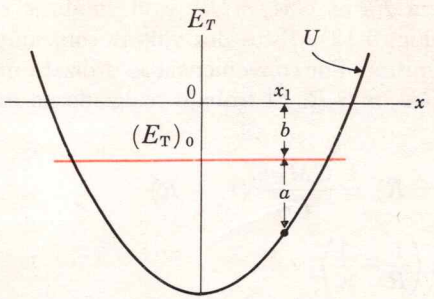
$$(E_T)_0 = -b$$

Como comprobación, considérese la diferencia

$$(E_T)_0 - U = (-b) - [-(a + b)]$$
$$= a$$

que es, como se esperaba, la energía cinética.

Fig. 5-11. Lo mismo que en la Fig. 5-10, excepto que se ha cambiado la posición del origen en la escala de la energía.



Pregunta 6. Si la escala de energía, en la Fig. 5-10, se hubiera escogido de tal forma que la línea roja fuera el eje x, ¿cuál sería el valor de la energía total?

5-8 Energía potencial gravitacional

El trabajo involucrado en alejarse de la Tierra

Hasta ahora los ejemplos relativos a la energía potencial, han tratado con el estirar un resorte ($U = \frac{1}{2}kx^2$) y con el levantar una masa m de la superficie terrestre ($U = mgh$). Ahora se considerará la situación más general que consiste en elevar una masa m a una distancia grande de la superficie terrestre. En este caso, la fuerza gravitacional F_G ya no puede considerarse constante, sino que varía inversamente con el

cuadrado de la distancia al centro de la Tierra: $F_G = GM_t\, m/r^2$, donde M_t es la masa de la Tierra. Se desea calcular el trabajo realizado al desplazar a la masa m desde una distancia R (radio de la Tierra) hasta una distancia r, medidas ambas desde el centro de la Tierra. Este cálculo no es tan simple como los anteriores ya que la fuerza no es constante ni varía uniformemente con la distancia, como en el caso del resorte.

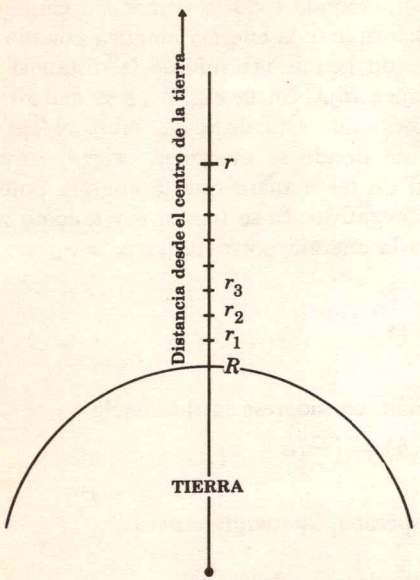
Una forma de hacer este cálculo es dividir la distancia de R a r, en pequeños intervalos en los cuales la fuerza F_G sea esencialmente constante. Entonces se puede calcular el trabajo en cada uno de los intervalos. El trabajo realizado en la distancia total, se obtiene entonces sumando los trabajos realizados en cada uno de los intervalos. Al iniciarse el primer intervalo, la fuerza F_G es $GM_t\, m/R^2$ y al finalizar éste, es $GM_t\, m/r_1^2$ (ver Fig. 5-12). Estos dos valores son, muy aproximadamente, el mismo. Por conveniencia se utilizará un valor promedio $F_G = GM_t\, m/r_1 R$. El trabajo realizado en este primer intervalo es

$$W_1 = F_G(r_1 - R) = \frac{GM_t m}{Rr_1}(r_1 - R)$$

ó

$$W_1 = GM_t m\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_1}\right)$$

Fig. 5-12. Para calcular el trabajo realizado al elevar un cuerpo alejándolo de la Tierra, la distancia $(r - R)$ se divide en pequeños intervalos.



En el segundo intervalo, la fuerza es, por analogía

$$F_G = \frac{GM_t m}{r_1 r_2}$$

y el trabajo realizado es

$$W_2 = \frac{GM_t m}{r_1 r_2}(r_2 - r_1) = GM_t m\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Similarmente, el trabajo realizado en el 3er. intervalo es

$$W_3 = GM_t m\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right)$$

Sumando los trabajos realizados en estos tres intervalos se obtiene

$$W_1 + W_2 + W_3 = GM_t m\left[\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_1}\right) + \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right)\right]$$

$$= GM_t m\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_3}\right)$$

Respuesta 6. Cero.

Nótese que los valores intermedios r_1 y r_2 se cancelan y sólo permanecen los valores extremos de $r(R$ y $r_3)$. Esto también debe ser cierto si se suman todos los trabajos realizados en los intervalos restantes de r_3 a r y se obtiene finalmente

$$W = GM_t m\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)$$

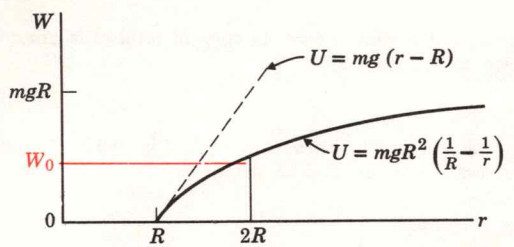
que es el trabajo realizado al mover la masa m hasta una distancia r, en contra del campo gravitacional terrestre. Por definición, esto es el cambio en la energía potencial gravitacional de la masa m, en el campo de la Tierra:

energía potencial gravitacional

$$U = GM_t m\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) \tag{5-6}$$

La gráfica de esta ecuación se muestra en la Fig. 5-13.

Fig. 5-13. Gráfica de la energía potencial gravitacional medida desde la superficie de la Tierra. ($U = 0$ cuando $r = R$). La línea punteada es la aproximación $U = mgh$, que es válida en las proximidades de la superficie terrestre.



Ejemplo 6

Muestre que cuando $(r - R)$ es pequeña comparada con R, U es aproximadamente mgh, en donde $h = (r - R)$.

De acuerdo con la Ec. 4-3,

$$GM_t = gR^2$$

Substituyendo gR^2 por GM, en la Ec. 5-6 se obtiene

$$U = (gR^2)m\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) \tag{5-7}$$

$$U = \frac{mgR(r - R)}{r}$$

Cuando r es aproximadamente R, el denominador r puede substituirse por R. Entonces

$$U = \frac{mgR(r - R)}{R} = mg(r - R) = mgh$$

5-9 Velocidad de escape

Cómo alejarse de todo

Después de que se apagan los motores de un cohete, la suma de sus energías cinética y potencial permanece constante. Inicialmente, la energía potencial del proyectil es cero, en tanto que la cinética es $\frac{1}{2}mv^2$, en donde v es la velocidad impartida por los motores a la última etapa del cohete. Si se apunta el cohete directamente hacia arriba, éste viajará alejándose de la Tierra, disminuyendo su velocidad, hasta

Pregunta 7. ¿Cuál es el valor de $(E_T)_0$, en términos de m, g y R, en la Fig. 5-13?

alcanzar una distancia máxima $r_{máx}$; a continuación empieza a caer de regreso a la Tierra. Cuando llega a su máxima distancia, toda la energía cinética del cohete, se ha transformado en energía potencial gravitacional. De acuerdo con la Ec. 5-7, la energía cinética inicial es igual a

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = mgR^2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_{máx}}\right) \qquad (5\text{-}8)$$

Si se conoce la velocidad inicial v, esta ecuación permite determinar la máxima altura posible del cohete.

Ejemplo 7

A un cohete se le comunica la velocidad circular (velocidad para quedar en una órbita rasante a la superficie de la Tierra) $v_c = 8$ km/seg pero se dispara directamente hacia arriba, en vez de dispararse paralelo a la superficie terrestre. ¿Qué tanto se alejará de la Tierra?

La condición de velocidad circular es que la aceleración centrípeta $v_c^2/R = g$ (ver Pág. 61). La energía cinética inicial se obtiene substituyendo gR por v^2:

$$\tfrac{1}{2}mv_c^2 = \tfrac{1}{2}m(gR)$$

Como la energía potencial inicial es cero, la energía total es la energía cinética inicial; esto es

$$(E_T)_0 = \tfrac{1}{2}mgR$$

Esta energía está indicada por la línea roja en la Fig. 5-13. Cuando $r = r_{máx}$, $E_c = 0$ y usando la Ec. 5-8 se tiene

$$(E_T)_0 = 0 + mgR^2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_{máx}}\right)$$

$$\tfrac{1}{2}mgR = mgR^2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_{máx}}\right)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{R}{R} - \frac{R}{r_{máx}}$$

$$r_{máx} = 2R$$

Por tanto, la altura máxima alcanzada sería 6,440 km.

Un fenómeno interesante ocurre cuando la energía cinética inicial es igual o mayor que mgR. Si se utiliza el valor mgR en el primer miembro de la Ec. 5-8, entonces se tiene $1/r_{máx} = 0$, o bien $r_{máx} = \infty$. Físicamente esto significa que el cohete nunca regresaría; su velocidad nunca llegaría a ser cero. El valor especial de la velocidad que hace que la energía

Respuesta 7. En $r = 2R$, $(E_T)_0 = U$; por lo tanto $(E_T)_0 = mgR^2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2R}\right) = \frac{1}{2}mgR^2$.

cinética sea igual con mgR, se llama velocidad de escape v_R. Este valor se obtiene de la energía cinética,

$$\tfrac{1}{2}mv_R^2 = mgR$$

velocidad de escape

$$v_R = \sqrt{2gR}$$

Nótese que la velocidad de escape es exactamente $\sqrt{2}$ veces la velocidad circular. Así, la velocidad de escape es 1.414 veces 8 km/seg, o aproximadamente 11.2 km/seg.

Ejemplo 8

¿Qué fracción de la velocidad de escape se necesita para mandar un cohete a la Luna?
La distancia a la Luna es 60 veces el radio de la Tierra, substituyendo $r_{máx} = 60\ R$ en la Ec. 5-8, se obtiene

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = mgR^2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{60R}\right)$$

$$v^2 = 2gR\left(1 - \frac{1}{60}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{59}{60}}\, v_R$$

$$v = 0.99v_R$$

La velocidad que se necesita para llegar a la Luna es el 99% de la velocidad de escape.

5-10 Fricción y calor

La energía del mundo microscópico

Existen muchas fuerzas comunes que no dependen sólo de la posición. La resistencia del aire es un ejemplo de este tipo de fuerzas. Las fuerzas de resistencia del aire y otras formas de fricción, siempre están en sentido contrario a la dirección del movimiento. Estas fuerzas de fricción dependen de la dirección y de la magnitud de la velocidad. Suponga que un bloque de madera se empuja lentamente una distancia x sobre una mesa áspera. Sea F_f, la fuerza de fricción de la mesa sobre el bloque. Entonces, el trabajo realizado para vencer a esta fuerza de fricción y mover el bloque la distancia x es $W = F_f \cdot x$. Después que se ha gastado esta energía, la energía cinética del bloque no ha aumentado, así como tampoco lo ha hecho la energía potencial. ¿A dónde se fue entonces la energía? Se observa que siempre que se empuja

Pregunta 8. Si se duplica la energía cinética de un satélite rasante a la superficie de la Tierra, ¿escapará éste de su influencia?

al bloque, se genera calor. Cuando los físicos aprendieron a medir el calor en forma cuantitativa, descubrieron que la cantidad de calor producido es siempre proporcional a la cantidad de trabajo realizado en contra de las fuerzas de fricción. El factor de proporcionalidad se conoce con el nombre de equivalente mecánico del calor. Como se verá en el siguiente capítulo, la energía calorífica es en realidad la misma energía mecánica, cinética y potencial, que ya se ha estudiado; pero es la energía cinética y potencial de las moléculas individuales que componen al objeto físico. Por lo tanto, la energía calorífica no aparece claramente como energía cinética y potencial de un objeto físico macroscópico.

La energía calorífica debe pensarse como energía cinética y potencial microscópicas, mientras que comúnmente los términos energía cinética y potencial se usan en un sentido macroscópico. Como la conservación de la energía debe ser válida tanto para pequeñas partículas como para objetos grandes, la ley de la conservación de la energía debe incluir a la energía calorífica. Así que la suma de las energías cinética, potencial y calorífica de cualquier sistema cerrado debe permanecer constante. Si una fuerza externa F_{ext} se aplica por un espacio Δx, entonces la ley de la conservación de la energía toma la forma

conservación de la energía

$$F_{ext} \cdot \Delta x = (\tfrac{1}{2}Mv^2 - \tfrac{1}{2}Mv_0^2) + (U - U_0) + F_f \cdot \Delta x \qquad (5\text{-}9)$$

ó

(trabajo realizado) = (aumento en E_c)
+ (aumento en U) + (aumento en energía calorífica)

Nótese que matemáticamente, una disminución es un aumento negativo. La Ec. 5-9 puede obtenerse aplicando la 2a. ley de Newton a los pequeños desplazamientos Δx de una masa M. La fuerza neta es la fuerza aplicada F_{ap}, más cualquier fuerza F_c que dé lugar a una energía potencial, menos la fuerza de fricción F_f.

$$F_{neta} = F_{ap} + F_c - F_f$$

$$(F_{ext} + F_c - F_f) \cdot \Delta x = Ma \cdot \Delta x$$

De acuerdo con la Ec. 2-11, se puede substituir $\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2)$ por la cantidad $(a \cdot \Delta x)$. Entonces

$$F_{ext} \cdot \Delta x + F_c \cdot \Delta x - F_f \cdot \Delta x = M \cdot \tfrac{1}{2}(v^2 - v_0^2)$$

$$F_{ext} \cdot \Delta x = \tfrac{1}{2}Mv^2 - \tfrac{1}{2}Mv_0^2 - F_c \cdot \Delta x + F_f \cdot \Delta x$$

Respuesta 8. Sí, pero apenas logra escapar. El duplicar su energía cinética hace que se duplique v^2, o bien que v aumente por un factor $\sqrt{2}$, que es exactamente la velocidad que necesita para escapar.

Por la Ec. 5-3, la cantidad $-F_c \cdot \Delta x$ es el aumento en energía potencial. Reemplazándola por $(U - U_0)$ se obtiene

$$F_{ext} \cdot \Delta x = (\tfrac{1}{2}Mv^2 - \tfrac{1}{2}Mv_0^2) + (U - U_0) + F_f \cdot \Delta x$$

En toda la discusión que sobre la energía se ha hecho hasta ahora, solamente se han usado fuerzas que son paralelas al desplazamiento. Sin embargo, la derivación anterior puede modificarse fácilmente para el caso, más general, en que F y Δx no son paralelos. La adaptación consiste básicamente en reemplazar a cada fuerza por su componente a lo largo de Δx. Así, en el caso general, el trabajo es el producto del desplazamiento por la componente de la fuerza en la dirección de éste; esto es

$$(\text{trabajo}) = F_{ext} \cdot \Delta x \cdot \cos\theta$$

Nótese que el desplazamiento de un objeto está en la dirección de su velocidad. Si la fuerza es siempre perpendicular a la velocidad, como en el caso de una fuerza centrípeta, entonces $\cos\theta = 0$ y no se realiza trabajo.

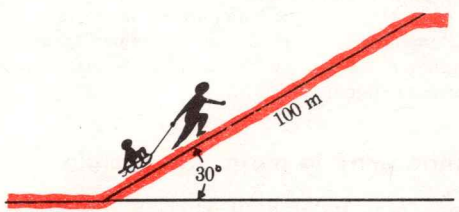
Ejemplo 9

La masa de un niño más la de su trineo es de 20 kg. La nieve ejerce una fuerza de fricción de 50 newtons.

a) ¿Cuánto trabajo se realiza para jalar al niño sobre el trineo una distancia de 100 m por una pendiente a 30°?

b) Una vez que llegan a la cima, el niño desciende sobre su trineo. ¿Cuál será su velocidad y su energía cinética cuando llegue a la parte baja de la pendiente?

Fig. 5-14. Se realiza trabajo al jalar un trineo en contra de la gravedad y de la fricción.



El trabajo realizado al subir el trineo por la pendiente es el aumento en E_c (que es cero), más el aumento en U, que es Mgh, más F_f multiplicado por la distancia que recorrió el trineo. Por lo tanto, la Ec. 5-9 resulta

$$(\text{trabajo realizado}) = 0 + Mgh + F_f \cdot s$$

donde $s = 100$ m, $h = 50$ m y $F_f = 50$ newtons. Así que

$$\begin{aligned}(\text{trabajo realizado}) &= (20 \times 9.8 \times 50 + 50 \times 100) \text{ joules} \\ &= (9800 + 5000) \text{ joules} \\ &= 14{,}800 \text{ joules}\end{aligned} \qquad 1$$

En la parte (*b*), el trabajo realizado es cero y el cambio en la energía potencial es justamente el negativo de lo anterior. La energía calorífica generada (5000 joules) debe ser la misma en ambos casos. Por lo tanto, para la bajada, la Ec. 5-9 resulta

$$0 = \tfrac{1}{2}Mv^2 - 9800 \text{ joules} + 5000 \text{ joules}$$

$\tfrac{1}{2}Mv^2 = 4800$ joules es la energía cinética

La velocidad es

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 4800 \text{ joules}}{M}}$$

$$v = 21.9 \text{ m/seg}$$

Ejemplo 10

Un satélite de 1 kg gira en torno a la Tierra a una altura de 30 km, en el momento de reingreso a la atmósfera. ¿Cuánta energía calorífica se generará durante el reingreso?

En este ejemplo, v_0 es la velocidad circular de 8 km/seg y $(U - U_0 = -Mgh$ donde $h = 30$ km. La Ec. 5-9 resulta

$$0 = (0 - \tfrac{1}{2}Mv_0^2) - Mgh + (\text{energía calorífica})$$

ó

$$(\text{energía calorífica}) = \tfrac{1}{2}Mv_0^2 + Mgh$$

Como es de esperarse, la ley de conservación de la energía establece que la energía cinética más la energía potencial se convierte en energía calorífica. Poniendo valores numéricos obtenemos:

$$(\text{energía calorífica}) = \tfrac{1}{2}(8 \times 10^3) + 9.8 \times 3 \times 10^4 \text{ joules}$$

$$= 32 \times 10^6 + 0.29 \times 10^6 \text{ joules}$$

$$= 32.3 \times 10^6 \text{ joules}$$

Este ejemplo ilustra el problema principal del reingreso: el calentamiento del satélite. Por ejemplo, 1 kg de aluminio eleva su temperatura en 1°C, por cada 10^3 joules de aumento en la energía calorífica. Así que aunque solamente el 1% de la energía calorífica generada en el reingreso permanezca en un satélite de aluminio, su temperatura aumentará en aproximadamente 300°C.

5-11 Equivalencia entre la masa y la energía

La enorme, pero inobtenible energía contenida en un grano de arena.

En las dos últimas secciones de este capítulo se verá que existe una fuente ilimitada de energía en torno a nosotros, pero nada de ella puede ser aprovechada.

Como se vio en la discusión de la Ec. 3-6, la teoría de la relatividad establece que si aumenta la velocidad o la energía de un cuerpo, también aumenta su masa. La relación entre el aumento de masa y el aumento de energía resulta particularmente simple. Einstein encontró que

$$\Delta M = \frac{\Delta E_T}{c^2}$$

en donde ΔM es el aumento en masa que corresponde a un aumento ΔE_T en la energía. Einstein propuso que la energía total de una masa M debería ser

relación de Einstein entre masa y energía

$$E_T = Mc^2 \tag{5-10}$$

en donde $c = 3.0 \times 10^8$ m/seg es la velocidad de la luz. Lo anterior establece que 1 kg de arena debe contener 1 kg $\times$ $(3.0 \times 10^8 \text{ m/seg})^2 = 9 \times 10^{16}$ joules de energía. Esta cantidad es casi el doble de la energía eléctrica consumida en una semana en los Estados Unidos.

Pero aunque existe tal cantidad de energía en la arena, o en cualquier otro tipo de materia, ella es inaccesible. Obtener energía útil de la masa quedaba estrictamente prohibido por la vieja ley de la conservación de la masa. Esta ley establece que la materia no puede ser creada ni destruida. Sin embargo, se sabe que esto no es c rrecto. La versión moderna de la ley de la conservación de la masa, que prohibe la extracción de energía de la arena, se discute en la siguiente sección. Sin embargo, existen ejemplos de transformación de la masa en reposo a energía y viceversa. (La masa en reposo de una partícula se define como la masa de la partícula cuando tiene velocidad cero). Por ejemplo, cuando la materia se bombardea con protones de alta energía, se producen en forma abundante nuevas partículas elementales (ver Cap. 16). En este proceso, la energía cinética de los protones de alta energía se convierte directamente en masa en reposo de estas partículas. Un ejemplo del proceso inverso lo constituye el hecho de que algunas de estas partículas decaen espontáneamente, convirtiendo así su masa en reposo en la energía cinética de los productos de la desintegración. Sin embargo hay que notar que, de acuerdo con la Ec. 5-10, la energía cinética debe poseer masa y que entonces no es correcto, hablando con rigor, decir que la masa se convierte en energía o que la energía se convierta en masa. (Esto es contrario a lo que suele aparecer en algunos libros de texto populares). Como se debe conservar la cantidad de energía total del universo, también debe permanecer constante, de acuerdo con la Ec. 5-10, la masa inercial del mismo. Lo que puede variar es la masa en reposo. Es esta masa la que puede convertirse en energía cinética y viceversa y aun en este proceso existen fuertes restricciones, que se discutirán en la siguiente sección.

5-12 Conservación de partículas pesadas

Protones y neutrones por siempre

La materia ordinaria está constituida por átomos. Los átomos están constituidos por un núcleo atómico rodeado por electrones orbitales. El núcleo atómico está formado por protones y neutrones que son, aproximadamente, 1800 veces más pesados que los electrones. Por esta razón, a los protones y neutrones se les llaman partículas pesadas. La ley de la conservación de partículas pesadas establece que, en cualquier sistema cerrado, el número de protones y neutrones debe permanecer constante. Como se verá en los capítulos 15 y 16, los protones y neutrones pueden interaccionar violentamente entre sí en procesos tales como la fisión, fusión y transmutación nuclear. De hecho, los neutrones pueden transformarse en protones, y viceversa. Sin embargo, en todas las interacciones nucleares posibles, siempre se ha observado que el número total de protones más el número total de neutrones permanece constante.* Nunca se ha observado una transformación de la masa en reposo del protón o del neutrón en otras formas de energía. La ley de la conservación de las partículas pesadas descansa en gran parte en la evidencia experimental. De acuerdo con esta ley, nunca se podrá utilizar la gran cantidad de energía contenida en un puño de arena.

Por otra parte, es posible obtener una cantidad limitada de energía nuclear. Los protones y neutrones, en el núcleo atómico, se atraen mutuamente con fuerzas muy grandes. Estas fuerzas nucleares representan una gran cantidad de energía potencial de los núcleos átomicos. En procesos tales como la fusión y la fisión nucleares, parte de esta energía se convierte en energía cinética. Esta es la fuente de energía de los reactores y bombas nucleares. Estos temas, así como las aplicaciones de la ley de la conservación de partículas pesadas a la antimateria y a otras partículas elementales pesadas, se discuten en los capítulos 15 y 16.

Problemas

1. Suponga que la llave inglesa de la Fig. 5-3 se lanza al aire a un ángulo de 45° con la horizontal. ¿Cuál será entonces la trayectoria de su centro de masas?

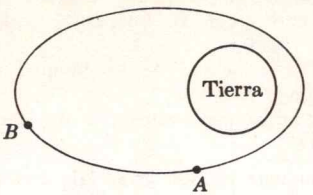
* Un antiprotón es una antipartícula pesada. En otras palabras, un protón más un antiprotón resultan en un total de cero partículas pesadas. Por lo tanto, al contar partículas pesadas se cuentan como + 1 cada protón o neutrón, y cada antiprotón o antineutrón como − 1.

2. La teoría del estado estacionario del universo postula que se están creando neutrones en forma espontánea (muy lentamente) ¿Qué leyes de conservación se violan en esta teoría?

3. Cuando un gato se deja caer de lomo, siempre cae parado. ¿Es esto una violación de la conservación del impulso angular?

4 Cuando uno sujeta un trompo, éste cesa de girar. ¿A dónde se va su impulso angular? (Sugestión: Suponga que el trompo es tomado por un hombre situado sobre una mesa rotatoria.)

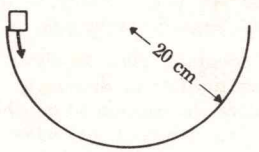
Prob. 5



5. Un satélite de la Tierra se encuentra en una órbita elíptica, como se muestra en la figura.
a) ¿En dónde es mayor la energía cinética, en *A* o en *B*?
b) ¿En cuál de estos puntos es mayor la energía potencial?
c) ¿En cuál es mayor la energía total?
d) ¿En cuál es mayor el impulso angular?

6. Un metro de madera uniforme tiene una masa de 100 gr. En el extremo que marca 100 cm se coloca un cuerpo de 50 gr. ¿En qué marca, sobre el metro, se localizará el centro de masas?

Prob. 7



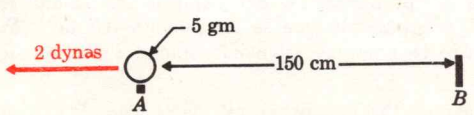
7. Se deja caer un trozo de hielo desde la parte superior de un recipiente, de forma de media esfera, y éste empieza a oscilar sin fricción entre los dos extremos. La masa del hielo es de 30 gr y el radio del recipiente es de 20 cm.
a) ¿Cuál es la velocidad del hielo cuando pasa por el fondo del recipiente?
b) ¿Qué fuerza ejerce el recipiente sobre el hielo en este punto?
c) Si se permite que el hielo oscile describiendo un pequeño arco en el fondo del recipiente, ¿Cuál será su período de oscilación?

8. Una rueda de bicicleta de 0.8 m de diámetro, tiene una masa de 1.5 kg. ¿Cuál es el impulso angular de la rueda cuando la bicicleta tiene una velocidad de 3 m/seg? Desprecie la masa de los rayos de la rueda.

9. Un carro viaja a 60 km/h. ¿En cuánto debe aumentar su velocidad para duplicar su energía cinética?

10. Una masa está sujeta en el extremo superior de una varilla liviana de un metro de longitud, cuyo extremo inferior está unido a un pivote. Cuando se deja en libertad a la masa, ésta describe una circunferencia de 2 m de diámetro; ¿cuáles serán las máximas velocidad y aceleración de la masa *M*?

Prob. 11



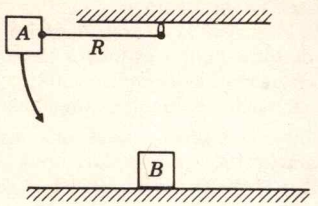
11. Una masa de 5 gr se mueve del punto *A* al *B*. Suponga que sobre la masa está actuando una fuerza electrostática constante de 2 dinas, apuntando hacia la izquierda. ¿Cuánto trabajo se realiza al desplazar a la masa desde *A* hasta *B*? al hacer esto, ¿aumenta, disminuye o permanece constante la energía potencial?

12. *a*) ¿Cuánto trabajo es necesario para subir un cuerpo de 10 gr a lo largo de un plano inclinado sin fricción cuya longitud es 3 m y cuya altura es 0.5 m?
b) Ahora suponga que la fuerza de fricción entre la masa y el plano es de 700 dinas. ¿Cuánto trabajo se realizará al subir el cuerpo por el plano inclinado?
c) Suponga que para subir el cuerpo por el plano, se utiliza una fuerza de 3000 dinas (suponga el mismo valor para la

fricción que en el inciso *b*). ¿Cuál será la velocidad del cuerpo cuando llegue a la parte superior del plano?

13. Un cohete viaja a una velocidad de 3 m/seg. Suponga que al explotar se parte sólo en dos pedazos de igual masa. Si uno de éstos tiene velocidad cero inmediatamente después de la explosión, ¿cuál es la relación entre las energías cinéticas final e inicial?

Prob. 14



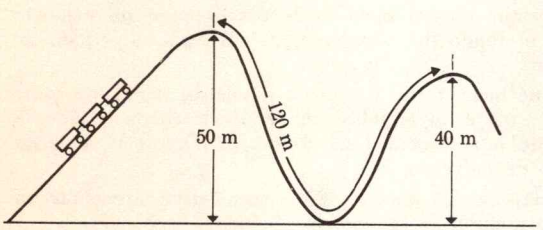
14. Un bloque *B* se encuentra sobre una superficie horizontal sin fricción. Un bloque idéntico *A* está unido al extremo de una cuerda de longitud *R*. El bloque *A* se suelta desde una posición horizontal y choca con *B*. Los dos bloques quedan unidos y continúan moviéndose.

a) ¿Cuál es la velocidad de los bloques inmediatamente después del impacto?

b) ¿Qué tan alto, con respecto a la horizontal, se elevarán los bloques?

15. Un tren de juguete de 800 gr se jala con una fuerza constante de 100 dinas. Al principio, el tren se acelera desde el reposo hasta que alcanza una velocidad constante v_0. Si en estas condiciones se realizan 2×10^3 ergs de trabajo cada segundo, ¿cuál es la velocidad v_0? (¿Qué tanto se desplaza el tren para realizar estos 2000 ergs de trabajo?).

Prob. 16



16. Un carro de montaña rusa se eleva a 50 m. Si la siguiente subida, después de 120 m de recorrido, es de 40 m, ¿cuál es la máxima fuerza de fricción permisible sobre un carro de 500 kg? (Si F_f fuera mayor que este valor, el carro no podría alcanzar la cima de la segunda subida).

17. Un cuerpo de 1 kg resbala por un plano inclinado, habiendo partido del reposo, desde la parte superior del mismo. La velocidad del cuerpo al llegar al fondo del plano es de 1 m/seg:

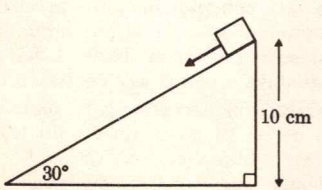
a) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de fricción?

b) ¿Cuál es la fuerza constante debida a la fricción?

c) Si se lubrica el plano inclinado y la fuerza de fricción se reduce a 1/10 de su valor inicial, ¿cuál será la velocidad con la que llegue el cuerpo al extremo inferior del plano?

18. ¿Cuánta energía cinética se pierde en la colisión de la situación planteada en el problema 1 del capítulo 3? ¿A dónde se fue esta energía?

Prob. 17

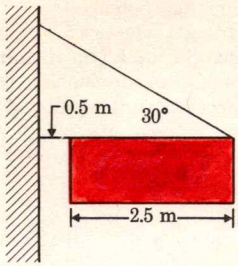


19. Con referencia al problema 14 del capítulo 3, ¿Cuál es la velocidad de M_1 después de que se ha movido 0.5 m? (*Sugerencia*: determine las energías potenciales inicial y final de ambas masas).

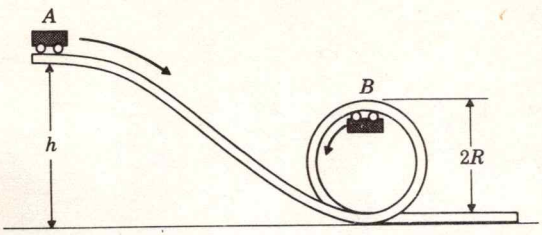
20. En el ejemplo de las "tres mancuernas" de la Pág. 115, ¿cuáles son las energías inicial y final de las mancuernas? ¿De dónde proviene esta energía adicional? La masa de cada mancuerna es de 20 kg.

21. Un anuncio de 15 kg cuelga de un alambre, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la tensión del alambre y cuál es la fuerza que ejerce el anuncio sobre la pared?

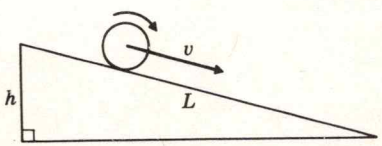
Prob. 21



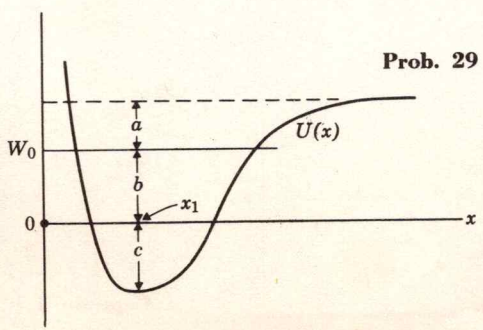
Prob. 27



Prob. 28



Prob. 29



22. Cuando un automóvil de 1000 kg se encuentra sobre una carretera horizontal, se requiere una fuerza de 500 newtons para desplazarlo lentamente con velocidad constante.
a) ¿Cuál es la fuerza de fricción, expresada en newtons?
b) ¿Cuál será la aceleración del automóvil, si se le aplica una fuerza de 100 newtons?
c) Si el automóvil se estaciona en una loma de 10 m de altura y los frenos ceden, ¿qué distancia recorre éste, antes de llegar al reposo?

23. En todos los ejemplos de movimiento armónico simple se tiene $U = \frac{1}{2}kx^2$, en donde $k = F/x$. ¿Cuál es la máxima energía potencial de un péndulo, en términos de M, g, L y x_0? ¿Cuál es su máxima velocidad, en términos de g, L y x_0, en donde x_0 es el desplazamiento máximo?

24. Si la escalera del ejemplo 2 tiene una masa de 15 kg, ¿hasta dónde puede subir el hombre antes de que la escalera resbale?

25. Una escalera de 10 kg descansa a un ángulo de 45° contra una pared sin fricción. ¿Cuál es la fuerza que ejerce la escalera sobre la pared?

26. Un tipo de núcleo de uranio, que contiene 92 protones y 143 neutrones, absorbe un neutrón y se fisiona en dos productos de fisión y cuatro neutrones. Si uno de los productos de la fisión es Cs^{137} (55 protones y 82 neutrones), ¿cuántos protones y cuántos neutrones habrán en el otro producto de la fisión?

27. Un carrito de juguete funciona como se muestra en la figura. Cuando se encuentra en la posición A, se le da un ligero empujón de tal manera que parte esencialmente con velocidad cero. A continuación, se desliza por la vía sin fricción y da la vuelta por el interior de la espira circular de radio R. La altura h es tal que el carro da la vuelta con una velocidad tal que apenas es suficiente para que no pierda contacto con la vía. ¿Cuánto vale h en términos de R? ¿Qué fuerza ejerce la vía sobre el carro en el punto B?

28. Considere una esfera sólida que rueda hacia abajo partiendo del reposo por un plano inclinado. Suponga que la energía cinética de rotación siempre es igual a la de translación ($\frac{1}{2}Mv^2$), en donde v es la velocidad del centro de masas. Se puede mostrar que la energía cinética total siempre es igual a la suma de estas dos.
a) ¿Cuál será la energía cinética total de la esfera, cuando llega al extremo inferior del plano? Indique la respuesta en términos de M, g y h.
b) ¿Cuál será v en el extremo inferior?
c) ¿Cuál es, en términos de v y L, la aceleración del centro de masas?

29. La figura representa un diagrama de energía potencial para un átomo en una molécula. Las cantidades a, b y c son ciertas cantidades de energía (son positivas). Además $(E_T)_0 = E_c + U$. Exprese las siguientes cantidades en términos de a, b y c cuando

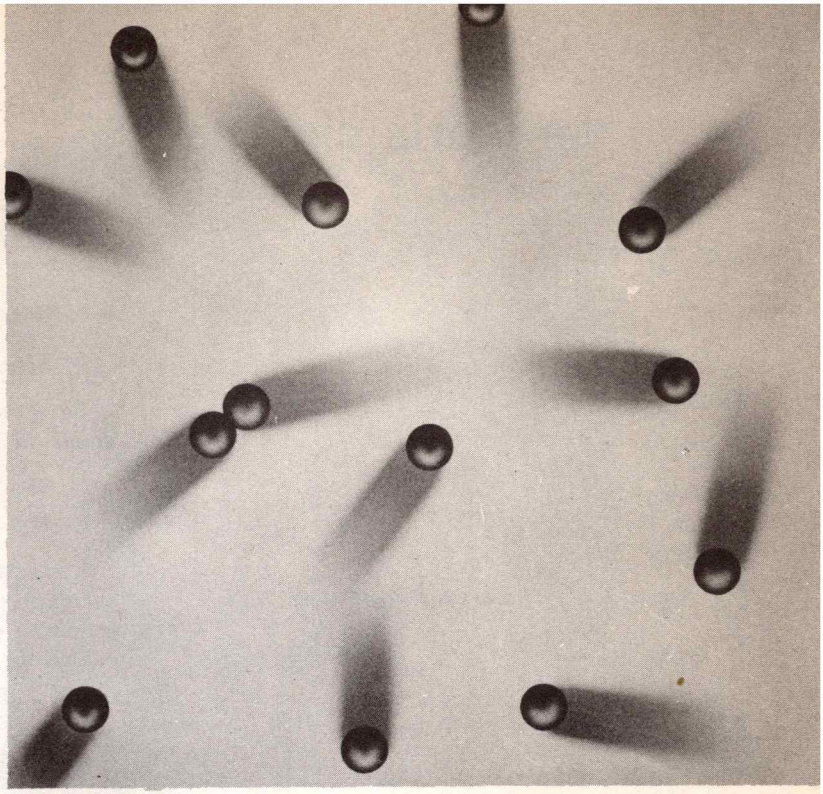
el átomo se encuentra en la posición x_1. Tenga en cuenta los signos negativos en su respuesta.

a) ¿Cuál es la energía potencial?

b) ¿Cuál es la energía cinética?

c) ¿Cuál es la energía total (sin incluir la energía en reposo)?

d) ¿Cuál es la energía de disociación (cantidad de energía adicional que se necesita para separar al átomo de la molécula)?



La teoría cinética

Capítulo 6

La teoría cinética

La teoría cinética explica las propiedades macroscópicas de los gases, en términos de las leyes de la mecánica aplicadas a las moléculas del gas. Antes de presentar la teoría cinética, se introducirán algunos de los conceptos macroscópicos tales como densidad y presión.

6-1 Densidad

El agua como "patrón"

La densidad de un cuerpo se define como el cociente M/V, donde M es su masa y V su volumen.

$$D = \frac{M}{V} \tag{6-1}$$

Recuérdese que cuando se elaboró el sistema métrico fue necesario definir una unidad de masa patrón. Esta unidad, el gramo, se definió como la cantidad de masa en un centímetro cúbico de agua. Así, la densidad del agua es convencionalmente 1 gr/cm³. En el sistema *MKS* la densidad del agua es

$$D_{\text{agua}} = \frac{1 \text{ gr}}{(1 \text{ cm})^3} = \frac{10^{-3} \text{ kg}}{(10^{-2} \text{ m})^3} = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

La tabla 6-1 muestra las densidades de varias substancias.

Tabla 6-1 Tabla de Densidades

Substancia	Densidad en gr/cm³
Materia nuclear	2×10^{14}
Centro del Sol	100
Platino	21.4
Oro	19.3
Mercurio	13.6
Plomo	11.3
Fierro	7.8
La Tierra	5
Aluminio	2.7
Agua	1.0
Hielo	0.92
Madera balsa	0.13
Aire	0.0013
El mejor vacío logrado por el hombre	10^{-19}
Espacio interestelar	10^{-24}
Espacio intergaláctico	10^{-29}

6-2 Presión

Fuerza sobre una superficie

Cuando un fluido (líquido o gas) está contenido en un recipiente, el fluido ejerce una fuerza sobre cada elemento de área del recipiente. Un ejemplo, considérese el gas dentro de un globo. Si se continúa soplando aire dentro del globo, la presión va aumentando hasta que la fuerza ejercida sobre las paredes es tan grande que el hule se rompe. *La presión P en un fluido, se define como la fuerza por unidad de área ejercida sobre las paredes del recipiente.*

Presión

$$P = \frac{F}{A} \tag{6-2}$$

en el sistema CGS la presión se mide en dinas/cm² y en newtons/m² en el MKS. La dirección de la fuerza es siempre perpendicular a la superficie, sin importar como está orien-

Fig. 6-1. Fuerzas sobre un cubo sumergido en un fluido sujeto a presión P.

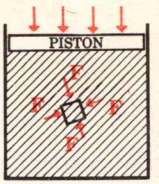


Fig. 6-2. Fuerzas sobre dos pistones de una bomba hidráulica.

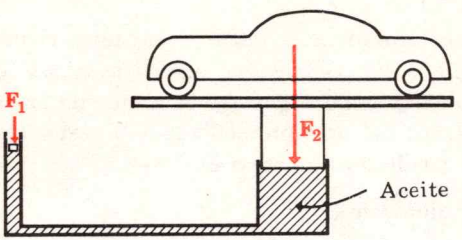
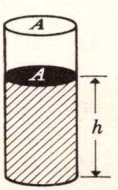


Fig. 6-3. Columna de líquido de altura h y área A.



tada ésta. Si se construye un pequeño cubo hueco con paredes metálicas delgadas de área A cada una y se sumerge en un fluido que está sometido a una presión P, la fuerza F sobre cada una de las caras del cubo será $F = PA$ sin importar la orientación del cubo. En cualquier región pequeña del fluido en reposo, la presión será la misma en todas direcciones; si no fuera así, existiría una fuerza neta sobre un cubito de fluido y tendería a moverse. Despreciando la gravedad, la presión ejercida sobre un recipiente será la misma en todos los puntos, independientemente de su forma.

Ejemplo 1

Un elevador de automóviles funciona mediante una bomba hidráulica que consiste de dos pistones conectados por un tubo (Fig. 6-2). El diámetro del pistón grande es de 1 m y el del pequeño es de 10 cm. Si el peso del carro es F_G; ¿qué fuerza habrá de aplicarse en el pistón pequeño, para levantar el carro?

Ambos pistones son parte integrante del mismo recipiente y, por lo tanto, experimentan la misma presión. Sea $P_1 = F_1/A_1$, la presión sobre el pistón pequeño, y $P^2 = F_2/A_2$ la presión sobre el pistón grande. Puesto que $P_1 = P_2$, se tiene

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_1 = F_G \frac{A_1}{A_2}$$

La relación A_1/A_2 es 1/100 ya que las áreas varían como el cuadrado del diámetro. Entonces F_1 sólo necesita ser el 1% del peso del carro.

6-3 Hidrostática

Líquido en reposo

Cuando un volumen de líquido está bajo la influencia de la gravedad, el peso del líquido en la parte superior ejerce una fuerza externa sobre el líquido de la parte inferior. Por esta razón la presión bajo el agua aumenta con la profundidad. Considérese un cilindro de área A que contiene un líquido de densidad D y altura h (Fig. 6-3). Entonces, la fuerza ejercida sobre el fondo del cilindro es la masa del líquido $M_{líq}$ multiplicada por g.

$$F = (M_{líq})g.$$

De acuerdo con la Ec. 6-1, la masa del líquido es D veces el volumen (Ah). Entonces

$$F = (DAh)g$$

Para obtener la presión, se dividen ambos miembros de la ecuación anterior entre A:

$$\frac{F}{A} = \frac{DAhg}{A}$$

ó

$$P = Dgh \tag{6-3}$$

La fórmula anterior no depende de A ni de la forma del recipiente. La presión a una profundidad h, sólo depende del peso del líquido; para dos puntos a la misma altura, la presión es la misma independientemente de la forma del recipiente.

Presión atmosférica

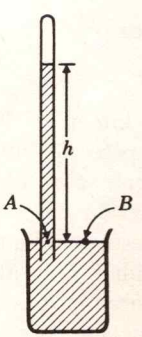
La altura de la atmósfera terrestre es de unos cientos de kilómetros. Según la Ec. 6-3, en la superficie de la Tierra habrá una presión P_0, igual a g veces la altura de la atmósfera por la densidad del aire promediada sobre la altura de la atmósfera. El resultado numérico es

presión atmosférica

$$P_0 = 1.01 \times 10^6 \text{ dinas/cm}^2$$

El barómetro

Fig. 6-4. El barómetro de mercurio.



Suponga que se toma un tubo lleno de mercurio ($D = 13.6$ gr/cm^3) y se invierte sobre un vaso que contiene la misma substancia (ver Fig. 6-4). La presión en los puntos A y B será la misma ya que éstos están a la misma altura. De acuerdo con la Ec. 6-3, $P_A = Dgh$ donde h es la altura de la columna de mercurio. La presión en la superficie de separación del mercurio y el aire debe ser $P_B = P_0$, la presión atmosférica. Entonces

$$Dgh = P_0$$

$$h = \frac{P_0}{Dg}$$

$$h = \frac{1.01 \times 10^6}{13.6 \times 980} \text{ cm} = 76.0 \text{ cm} \tag{6-4}$$

La altura de la columna de mercurio es proporcional a la presión atmosférica. Para medir el valor de la presión atmosférica, se usa un dispositivo llamado barómetro.

Fig. 6-5. Cómo no sacar agua de un pozo profundo.

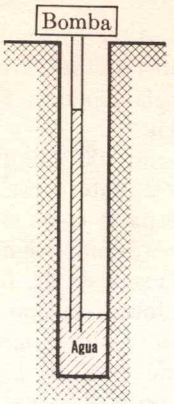
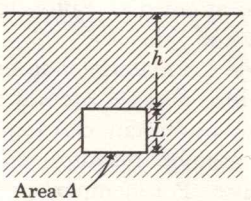


Fig. 6-6. Bloque de volumen AL sumergido en un líquido de densidad D.



Pregunta 1. Suponga que se introduce una burbuja de aire al tubo de vidrio del barómetro de la Fig. 6-4. Si la presión del aire dentro del tubo en la parte superior de la columna de mercurio es 1/10 de una atmósfera, ¿Cuál es la altura de la columna? $h =$ ————cm.

Ejemplo 2

El nivel del agua de un pozo, está a 15 m abajo del piso. Se introduce un tubo y en la parte superior del mismo se conecta una bomba para extraer el aire (Fig. 6-5). ¿Llegará el agua a la bomba? Esta es exactamente la misma situación física que la representada en el caso del barómetro de mercurio (Fig. 6-4). Entonces, se puede usar la Ec. 6-4 para calcular la altura máxima posible de la columna de agua.

$$h = \frac{P_0}{Dg} = \frac{1.01 \times 10^6}{1 \times 980} = 1.03 \times 10^3 \text{ cm}$$

Se ve que el agua sólo subirá 10.3 m. Aquellos de ustedes que han visto pozos profundos ya saben que el truco es colocar la bomba abajo, en el pozo. Entonces podrán bombear agua en vez de aire.

Principio de Arquímedes

Suponga que un bloque de altura L y área A se sumerge una distancia h en un líquido de densidad D (ver Fig. 6-6). La fuerza sobre la superficie inferior del bloque apuntará hacia arriba y su magnitud será

$$F_{\text{arriba}} = P \cdot A = Dg(h + L) \cdot A$$

La fuerza sobre la superficie superior será

$$F_{\text{abajo}} = (Dgh) \cdot A$$

La fuerza resultante del líquido sobre el bloque será:

$$F_{\text{arriba}} - F_{\text{abajo}} = DgL \cdot A = (M_{\text{liq}})g$$

donde $M_{\text{liq}} = DLA$ es la masa del líquido desplazado por el bloque. Entonces, éste experimenta una fuerza hacia arriba igual al peso del líquido desalojado. *El principio de Arquímedes establece que un cuerpo sumergido en un fluido experimenta una fuerza de empuje hacia arriba igual al peso del fluido desalojado.* Cuando se aplica este principio al caso de cuerpos que flotan se establece que un cuerpo flotante debería desplazar su propio peso en agua.

Ejemplo 3

Una pregunta muy común es: ¿Qué sucede con el nivel del agua que está en un vaso con agua y hielo, cuando éste se derrite? ¿El hielo fundido eleva o baja el nivel del agua?

La respuesta es que el nivel permanece constante, siempre y cuando el hielo se encontrara originalmente flotando. Puesto que un cubo de hielo desplaza su propio peso en agua, al derretirse ocupará exactamente el mismo espacio que ocupaba en el agua.

6-4 Atomos y moléculas

Los "ladrillos" invisibles

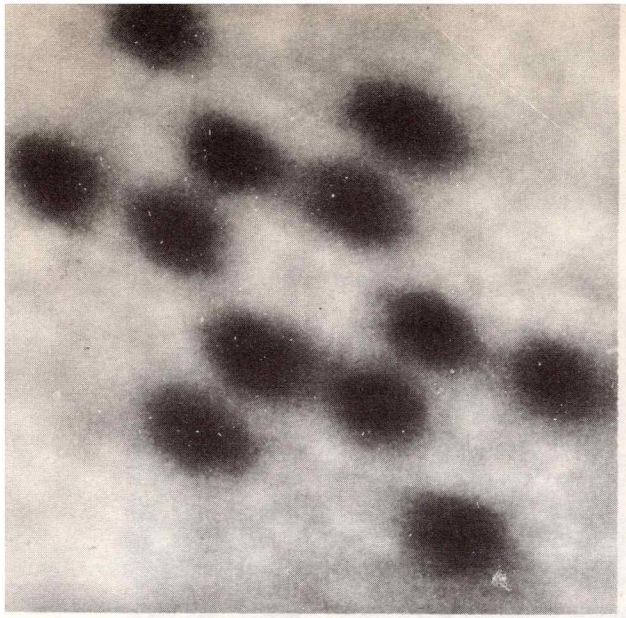
En los capítulos 13 y 14 se estudia en detalle la estructura de la materia. No obstante, antes de poder proceder con el estudio de la teoría cinética, se revisarán los conceptos de átomos y moléculas.

Alrededor del año 400 A.C. Demócrito, un filósofo griego, propuso que toda la materia está hecha de partículas llamadas átomos y que el espacio entre ellas está completamente vacío. El vocablo griego "átomo" significa indivisible. En la actualidad se conocen cerca de 92 diferentes clases de átomos que se encuentran en forma natural en la tierra. A las substancias hechas de un solo tipo de átomo se les llama elementos. Algunos ejemplos de estos 92 elementos son el hidrógeno, el carbono, el oxígeno y el cobre. En el apéndice aparece una tabla de todos los elementos. Se presentan ordenados de acuerdo a sus masas atómicas (con dos pequeñas excepciones). El primer elemento de la lista es el hidrógeno, el segundo el helio y el litio el tercero. A la posición numérica en la lista se le denomina número atómico Z. Entonces $Z = 1$ para el hidrógeno y $Z = 3$ para el litio.

La estructura de los materiales se explica por el hecho de que las fuerzas entre algunos átomos son fuertemente atractivas cuando éstos están tan cerca que casi se tocan entre sí. Aun ciertos átomos distintos ejercen intensas fuerzas atractivas entre ellos. Por ejemplo, un átomo de oxígeno tiene gran afinidad por uno y en ocasiones hasta dos átomos de hidrógeno. La unidad combinada de dos átomos de hidrógeno firmemente unidos a un átomo de oxígeno se llama una molécula de agua. El agua está hecha totalmente de estas moléculas H_2O. Si una muestra de vapor de agua se subdivide, hasta la partícula más pequeña que aún conserva las propiedades químicas del vapor de agua, el resultado es una molécula de H_2O. Cualquier substancia hecha de moléculas idénticas que contienen átomos distintos se llama compuesto.

En el capítulo 13 se muestra la estructura de los átomos y se hace un cálculo de sus tamaños; en la Fig. 13-21, aparece una gráfica de su volumen como función de Z. La mayoría de los átomos tienen un diámetro del orden de 10^{-8} cm. La longitud de onda de la luz visible es aproximadamente 5×10^{-5} cm, es decir miles de veces mayor; en consecuencia, es imposible observar a simple vista átomos individuales y

Respuesta 1. Ahora la columna de mercurio deberá sufrir una presión de $P = 0.9\,P_0$, donde $h = 68.4$ cm.



moléculas, ni siquiera con microscopios ópticos de alto poder. Sin embargo, es posible "ver" la estructura molecular mediante técnicas modernas con Rayos X. La Fig. 6-7 es una "fotografía", tomada con Rayos X, de una molécula de hexametilbenceno. Otra técnica para "ver" átomos individuales es el microscopio de campo iónico inventado por E. W. Muller. En este dispositivo, los átomos de la punta de un finísimo alfiler dan lugar a puntos luminosos en una pantalla fluorescente tal como se muestra en la Fig. 6-8. Las moléculas de un sólido o líquido están en íntimo contacto unas con otras. Por esta razón los líquidos y sólidos son casi incomprensibles. Por otra parte, los gases son generalmente alrededor de mil veces menos densos y por lo tanto, consisten de moléculas muy separadas. Usualmente en un gas una molécula recorre distancias equivalentes a muchos diámetros moleculares antes de chocar con otras.

6-5 La ley de los gases ideales

Un bombardeo continuo de moléculas

Los experimentos muestran que si el volumen de una cantidad dada de gas se reduce, la presión del gas aumenta, siempre que la temperatura se mantenga constante. Hace aproximadamente 300 años, Charles Boyle observó que para la mayoría de los gases el cambio en la presión guarda una relación simple con el cambio en el volumen. Si la presión y el volumen iniciales son P_1 y V_1 respectivamente y la presión y volumen finales son P_2 y V_2, la ley de Boyle establece

$$P_1V_1 = P_2V_2 \qquad (6\text{-}5)$$

mientras la temperatura se mantenga constante y se use la misma cantidad de gas.

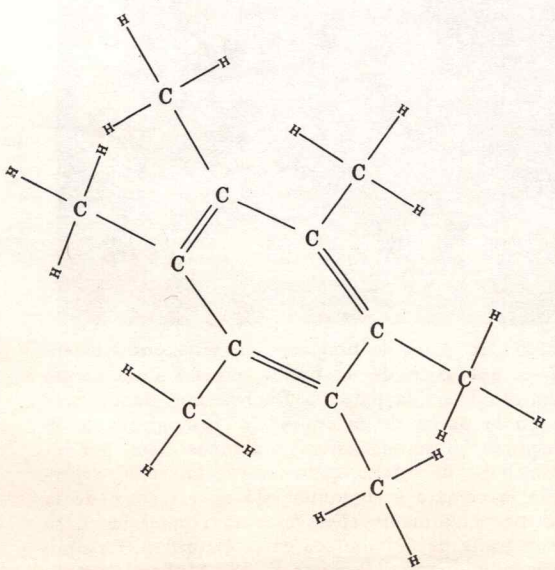
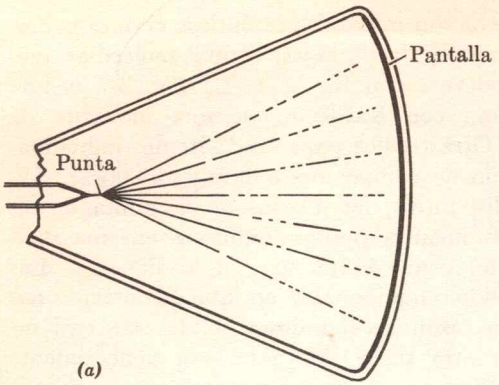
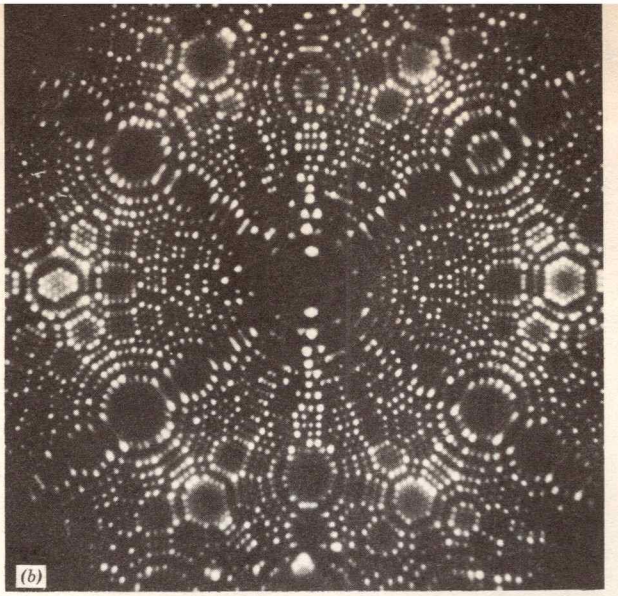
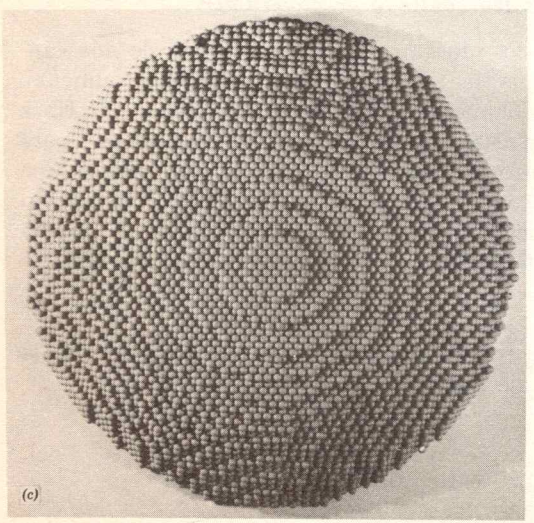


Fig. 6-7. "Fotografía" de la molécula de hexametilbenceno. El diagrama de la estructura se muestra abajo. La "fotografía" no se forma directamente sino mediante una conversión de la señal de rayos X en señal visible; el sistema usado es análogo a la conversión de una señal electrónica de televisión en señal visible. El factor de aumento es 10^8. (Cortesía del Dr. M. L. Higgins quien realizó la transformación de señal rayos X a señal visible en el Laboratorio de Investigación de Kodak.)







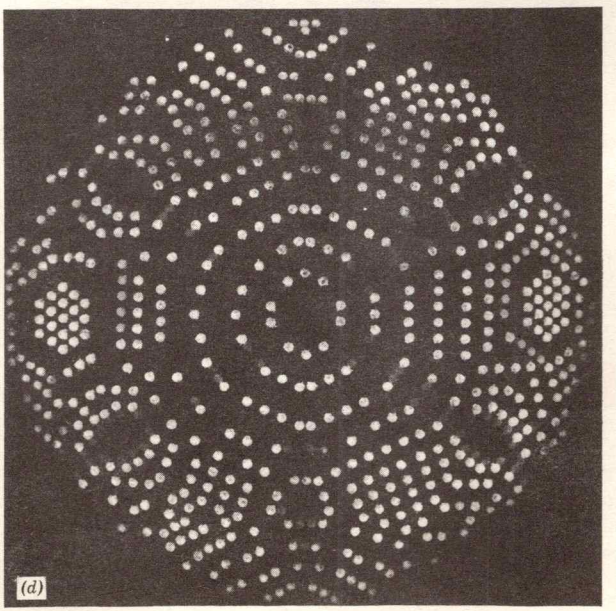


Fig. 6-8. Microscopio de campo iónico. (*a*) Esquema simple del miscroscopio. La aguja de tungsteno cargada positivamente, repele los iones de helio que se encuentran próximos a ella. Hay más iones que salen de un punto cercano a un átomo de la superficie que de un punto entre dos átomos. Los iones viajan radialmente hacia la pantalla fluorescente, donde producen un patrón de iluminación que reproduce el arreglo de los átomos en la punta de la aguja. (*b*) Fotografía de la pantalla fluorescente; cada punto brillante es causado por un átomo en la punta (o posiblemente, en algunos casos, por un grupo de dos o tres átomos). (*c*) Modelo de la punta de la aguja hecho con bolas de corcho, cada uno de los cuales representa un átomo de tungsteno. La aguja simulada, apunta directamente hacia la cámara y su punta está en el centro de la fotografía. Las bolas de corcho que representan a aquellos átomos que son particularmente efectivos para repeler iones, se cubrieron con pintura luminiscente y se ven en la figura (*d*), que es una fotografía de (*c*) tomada en la oscuridad. La similitud entre (*b*) y (*d*) confirma la hipótesis de que estamos viendo átomos individuales. (Profesor E. W. Müller, Pennsylvania State University.)

Ejemplo 4

Una burbuja de aire triplica su volumen al salir desde el fondo de un lago hasta la superficie. ¿Cuál es la profundidad del lago?

Sean P_1 y V_1 la presión y el volumen en el fondo del lago. Entonces $P_2 = P_0$ siendo P_0 la presión atmosférica y $V^2 = 3V$. De acuerdo a la ley de Boyle

$$P_1V_1 = P_2 \times V_2 = P_0 \times (3V_1)$$

$$P_1 = 3P_0$$

El aumento de presión en el fondo del lago debido al peso del agua es $P_1 - P_0$ ó sea $2P_0$. Según la Ec. 6-3 la profundidad h del lago está dada por

$$2P_0 = Dgh$$

$$h = \frac{2P_0}{Dg}$$

$$h = 20.6 \text{ m}$$

Ahora que se sabe que un gas consiste de partículas que chocan contra las paredes del recipiente, se puede derivar la ley de Boyle usando los conocimientos que se tienen sobre la mecánica newtoniana. Se sabe que siempre que una partícula rebota contra una pared, la partícula ejerce una fuerza sobre aquella. Entonces, la presión de un gas sobre una pared será debida a la fuerza promedio de muchas moléculas que chocan contra la pared. En efecto, ahora que se sabe que un gas es simplemente una colección diluida de moléculas, el mecanismo descrito anteriormente es la única fuente posible de fuerzas sobre una pared del recipiente.

Calcularemos primero la presión promedio sobre una pared, debida a las colisiones de una sola partícula de masa m que viaja con velocidad v_x en la dirección x dentro de una caja de longitud L y con paredes de área A, perpendiculares a la dirección de movimiento de la partícula. (Fig. 6-9). El tiempo transcurrido entre dos colisiones sucesivas con la pared A es

$$\Delta t = \frac{2L}{v_x}$$

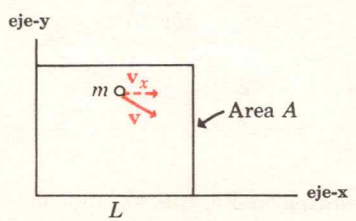
El cambio de impulso ΔP_x de la partícula en cada colisión es

$$\Delta P_x = mv_x - m(-v_x) = 2mv_x$$

De acuerdo con la segunda ley de Newton la fuerza promedio que la pared ejerce sobre la molécula es

$$F = \frac{\Delta P_x}{\Delta t}$$

Fig. 6-9. Partícula de masa m que rebota de un lado a otro en una caja de volumen AL.



Pregunta 2. ¿Puede usarse la ley de Boyle para comparar dos gases ideales diferentes?

Substituyendo las expresiones para ΔP_x y Δt en esta última relación, se obtiene

$$F = \frac{(2mv_x)}{\left(\frac{2L}{v_x}\right)} = \frac{mv_x^2}{L}$$

La presión promedio debida a esta partícula es:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mv_x^2}{AL} = \frac{mv_x^2}{V}$$

donde $V = AL$ es el volumen de la caja.

La presión debida a N partículas en la caja, es entonces

$$P = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{V} \tag{6-6}$$

en donde $\overline{v_x^2}$ es el valor promedio de v_x^2, para las N moléculas. A los gases que obedecen la Ec. 6-6 se les llama gases ideales. Cualquier gas que esté suficientemente diluido (N no demasiado grande) se comporta como un gas ideal.

El promedio v_x^2 puede relacionarse en forma simple con $\overline{v^2}$ observando que $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ (Teorema de Pitágoras en tres dimensiones). Tomando el promedio de ambos lados

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

Ya que todas las moléculas se mueven en direcciones al azar, el promedio $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$. Por lo tanto

$$\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}$$

ó

$$\overline{v_x^2} = \frac{\overline{v^2}}{3}$$

Si se substituye esto en la Ec. 6-6, se obtiene

$$PV = Nm\frac{\overline{v^2}}{3} \tag{6-7}$$

Nótese que el primer miembro es el mismo término que aparece en la ley de Boyle. Considérese la misma cantidad de gas (N moléculas) bajo dos condiciones diferentes. Según la Ec. 6-7

$$P_1V_1 = \frac{Nm}{3}\overline{v_1^2} \quad \text{(Condición 1)}$$

Respuesta 2. Según se establece en la pág. 147 No. Sin embargo, si ambos gases están a la misma temperatura y tienen el mismo número de moléculas, como se verá en la pág. 153. $P_1V_1 = P_2V_2$.

y

$$P_2V_2 = \frac{Nm\overline{v_2^2}}{3} \quad \text{(Condición 2)}$$

Como se verá en la siguiente sección, $v_1^2 = v_2^2$ cuando las temperaturas $T_1 = T_2$. De donde, los primeros miembros son iguales a la misma cantidad

$$\left(\frac{Nm\overline{v_1^2}}{3}\right)$$

cuando la temperatura es la misma, y

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

6-6 Temperatura

Energía cinética microscópica

El concepto de temperatura es familiar para todos. Estamos acostumbrados a medir la temperatura observando la expansión de una columna de mercurio o de alcohol coloreado. Aunque no es lo más conveniente, también es posible medir la temperatura observando la expansión de una columna de gas. En la Fig. 6-10 se muestra una versión sencilla de un termómetro de gas. Con objeto de impedir la fuga del gas, se coloca en la parte superior de la columna una pequeña gota de mercurio. La presión sobre el volumen de gas encerrado es la presión atmósferica P_0. De acuerdo con la Ec. 6-7 el volumen será

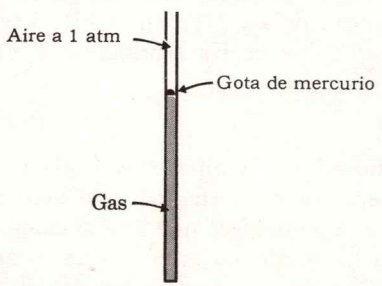
$$V = \frac{Nm\overline{v^2}}{3P_0}$$

Nótese que $m\overline{v^2} = 2\overline{E_c}$, donde $\overline{E_c}$ es lo que denomina la energía cinética promedio translacional por molécula. Se usará el símbolo $\overline{E_c}$ para indicar la energía cinética debida solamente al movimiento translacional de las moléculas. No se debe incluir la energía cinética debida a los movimientos rotacional y vibracional. Substituyendo la cantidad $2\overline{E_c}$ por $\overline{mv^2}$ en la ecuación anterior, se obtiene

$$V = \frac{2}{3}\frac{N}{P_0}\overline{E_c} \qquad (6\text{-}8)$$

Entonces, la temperatura marcada por un termómetro de gas es proporcional a la energía cinética promedio translacional por molécula. Para gases ideales esta relación entre

Fig. 6-10. Termómetro de gas. El área sombreada representa al gas encerrado, sometido a una presión constante. La altura de la gota de mercurio es proporcional a la lectura de la temperatura.



Respuesta 3. Si se duplicara la velocidad promedio de las moléculas en una caja, ¿qué ocurriría con la presión?

la temperatura T y $\overline{E_c}$ se puede expresar usando una constante de proporcionalidad ($\frac{3}{2}k$) donde

$$\overline{E_c} = \tfrac{3}{2}kT \qquad (6\text{-}9)$$

o, según la Ec. 6-8

$$T = \frac{P_0}{Nk}V$$

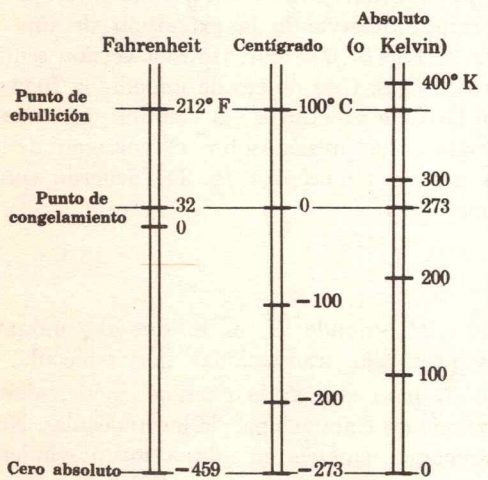
En este libro, *la definición de temperatura está dada en la ecuación anterior.* La constante de proporcionalidad k se conoce como constante de Boltzmann y deberán determinarse experimentalmente midiendo P y V a una temperatura conocida. El resultado es

Constante de Boltzmann

$k = 1.38 \times 10^{-16}$ *erg*/grado centígrado

En el sistema métrico, la unidad para la temperatura es el grado centígrado. Originalmente se estableció la escala centígrada definiendo 0°C como la temperatura de congelación del agua y 100°C como la temperatura de ebullición del agua (a presión atmosférica). En el sistema inglés la temperatura de congelación del agua es 32°F (Fahrenheit) y la de ebullición 212°F. Entonces, una diferencia de temperatura de 1°C corresponde a 1.8°F. En la Fig. 6-11 se muestra una comparación de las escalas centígradas y Fahrenheit.

Fig. 6-11. Comparación de las escalas Fahrenheit, centígrada y absoluta (o Kelvin).



El cero absoluto

Según la definición de temperatura dada en la Ec. 6-9, el cero de temperatura no corresponde al cero de la escala centígrada. La Ec. 6-9 establece que $T = 0$ cuando la energía cinética de todas las moléculas es cero, que es una temperatura mucho más baja que la de solidificación del agua. Para usar la Ec. 6-9 debemos "redefinir" el cero de la escala centígrada. A esta escala centígrada "redefinida" se le llama escala absoluta o escala Kelvin de temperatura. Los experimentos muestran que el agua se congela a $T = 273$°K (Kelvin). Por lo tanto el cero de la escala Kelvin está en -273°C en la escala centígrada. A esta temperatura todos los movimientos mecánicos de las moléculas deben detenerse (según la teoría cuántica debe existir una "energía del punto cero"). A esta temperatura especial se le llama el cero absoluto. Una de las consecuencias de definir la temperatura como una medida del movimiento molecular, es que no pueden existir

Respuesta 3. El cuadrado de la velocidad promedio se incrementaría por un factor de 4 al igual que la presión, ya que es proporcional a $\overline{v^2}$.

temperaturas menores que el cero absoluto. En experimentos de laboratorio se han alcanzado temperaturas menores que 0.0001°K, hasta el presente. Obsérvese que una diferencia de temperatura de 1°K es también 1°C. La escala Kelvin es una escala centígrada con el cero corrido 273°.

Ahora podemos escribir la ley de los gases ideales en su forma más completa, substituyendo el miembro derecho de la Ec. 6-9 en la Ec. 6-8. Entonces

$$V = \frac{2}{3}\frac{N}{P}\left(\frac{3}{2}kT\right)$$

ó

$$PV = NkT \tag{6-10}$$

Ley de los gases ideales

En la realidad, los gases se condensan y licúan a temperaturas mayores que el cero absoluto. Evidentemente la Ec. 6-10 no es válida en la región de temperaturas donde el gas cambia a líquido. Con todo rigor esta ecuación es válida sólo para los llamados gases ideales. En dichos gases, el volumen total de las moléculas debe ser mucho menor que V y las moléculas se comportan como esferas rígidas que no ejercen fuerza entre sí, excepto durante las colisiones. Así que la temperatura es tan sólo una definición matemática que no tendría ningún uso práctico, en tanto no se demuestre la llamada ley cero de la termodinámica. Esta ley establece que dos substancias cualesquiera en equilibrio estadístico (equilibrio térmico) estarán a la misma temperatura. Es decir, si dos gases ideales diferentes, formados por moléculas de masas m_1 y m_2, se mezclan en un solo volumen, ambos alcanzarán la misma temperatura después de estar en contacto íntimo. La Ec. 6-9 define la temperatura del gas 1 como $T_1 = 2\overline{E}_{c1}/3k$ y la temperatura del gas 2 como $T_2 = 2\,\overline{E}_{c2}/3k$. Para probar la ley cero de la termodinámica, se demostrará usando la mecánica newtoniana que $\overline{E}_{c1}$, será igual a $\overline{E}_{c2}$. Es decir

$$\tfrac{1}{2}m_1\overline{v_1^2} = \tfrac{1}{2}m_2\overline{v_2^2}$$

ó

$$\frac{\overline{v_1^2}}{\overline{v_2^2}} = \frac{m_2}{m_1}$$

La demostración rigurosa hace uso de matemáticas que escapan a las aspiraciones de este libro. Sin embargo, podemos dar una idea de dicha demostración, examinando qué ocurre cuando m_1 y m_2 parten con la misma velocidad y tienen un

Pregunta 4. ¿A qué temperatura tendrán las moléculas la mitad de la energía cinética que tienen a temperatura ambiente? $T =$ ————— °C.

choque frontal. Suponga que m_1 es la masa más grande. Entonces m_1 será frenada por la colisión. La colisión de m_2 contra un objeto más pesado en movimiento es similar al de una pelota de tenis contra una raqueta en movimiento. La rapidez de m_2 se incrementará. Después de muchos choques sucesivos el promedio de $m_1v_1^2$ será igual al promedio de $m_2v_2^2$. Entonces, cuando dos substancias estén a la misma temperatura tendrán la misma energía cinética translacional promedio.

La ley cero de la termodinámica es válida para todas las substancias, no sólo para los gases ideales. Los dos gases ideales constituidos por moléculas de masas m_1 y m_2 no necesariamente deben mezclarse en un solo recipiente, pueden estar en recipientes distintos separados por una pared de vidrio. Suponga que inicialmente el gas 1 es lo más caliente. Las colisiones de las moléculas transferirán energía a los átomos del vidrio hasta que se alcance el equilibrio. Ahora los átomos del vidrio se mueven más rápido y transfieren energía a las moléculas del gas 2 hasta que ellas alcancen la misma energía cinética promedio por molécula que tiene el gas 1. Así, el termómetro de gas dará la misma lectura si se encuentra en el sistema 1 que en el 2 o en la pared de vidrio.

Para terminar esta discusión sobre temperaturas haremos una pregunta. Una caja contiene N moléculas idénticas a la temperatura T. Si se duplica el número de moléculas, pero la energía cinética promedio por molécula se mantiene constante, ¿qué ocurre con la temperatura? Quien tenga dificultad para responder esta pregunta, no ha entendido completamente qué es la temperatura. La respuesta se obtiene observando que la definición de temperatura (Ec. 6-9) es independiente de N.

Ejemplo 5

Si la masa de un átomo de hidrógeno es 1.67×10^{-24}gr ¿Cuál es la densidad del gas hidrógeno a la presión atmosférica y 0°C?

La densidad D será la masa Nm dividida entre el volumen V.

$$D = \frac{Nm}{V}$$

Resolviendo la Ec. 6-10 para V y substituyendo en la ecuación anterior

$$D = \frac{Nm}{\left(\frac{NkT}{P}\right)}$$

$$D = \frac{mP}{kT}$$

Respuesta 4. La temperatura ambiente en escala absoluta es aproximadamente 300°K y un medio de esto es 150°K ó $T = -123$°C.

La cantidad m será dos veces 1.67×10^{-24}gr ya que en cada molécula de hidrógeno hay dos átomos. El valor para P es 1.01×10^6 dinas/cm^2 y el valor para T es 273°K. Substituyendo estos valores

$$D = \frac{2 \times 1.67 \times 10^{-24} \times 1.01 \times 10^6}{1.38 \times 10^{-16} \times 273} \text{ gr/cm}^3$$

$$= 8.9 \times 10^{-5} \text{ gr/cm}^3$$

6-7 Ley de Avogadro

Lo importante es el número de partículas

La ley de Avogadro establece que para dos gases cualesquiera, que estén en igualdad de presión, volumen y temperatura, el número de moléculas es el mismo. Se puede demostrar, resolviendo la Ec. 6-10 para N, que la ley de Avogadro es una consecuencia de la teoría cinética. Para el gas 1

$$N_1 = \frac{P_1 V_1}{kT_1}$$

Para el gas 2

$$N_2 = \frac{P_2 V_2}{kT_2}$$

Ahora, si $P_1 = P_2$, $V_1 = V_2$ y $T_1 = T_2$ se tiene

$$N_1 = N_2$$

Entonces, un litro de cualquier gas a temperatura ambiente y presión atmosférica contiene el mismo número de moléculas que un litro de cualquier otro gas en las mismas condiciones. La relación de las masas de los dos gases será entonces m_1/m_2, que es la relación de sus masas moleculares.

Ejemplo 6

¿Cuántas moléculas contiene 1 cm^3 de aire a 0°C? De acuerdo con la Ec. 6-10

$$N = \frac{PV}{kT}$$

$$N = \frac{(1.01 \times 10^6)(1)}{(1.38 \times 10^{-16})(273)} = 2.68 \times 10^{19}$$

El mol

La relación de las masas atómicas del oxígeno al hidrógeno es de 16.00 a 1.008. Con objeto de contar con una ta-

Pregunta 5. Si la caja 2 tiene el doble del volumen que la caja 1 y contiene gas al doble de temperatura y presión. ¿Cuál es la relación del número de partículas en las cajas?

$$\frac{N_2}{N_1} = \text{\_\_\_\_\_}$$

bla de masas atómicas relativas, los químicos han definido que el "peso" atómico del oxígeno natural es 16.* Entonces, el "peso" molecular de una molécula de oxígeno (O_2) es 32 y el de una molécula de hidrógeno (H_2) es 2.016. *El término mol se define como el "peso" molecular expresado en gramos.* Entonces, un mol de H_2 son 2.016 gr de gas hidrógeno y un mol de H_2O son 18.016 gr de agua. El número de moléculas en un mol se define como el número de Avogadro N_0 y se puede calcular si se conoce la masa de una molécula individual. Mediante técnicas de Rayos X que determinan con precisión la separación interatómica en cristales, se ha encontrado que la masa de un átomo de hidrógeno es 1.67×10^{-24} gr. Entonces, el número de moléculas en un mol es 2.016 gr de gas hidrógeno dividido entre $2 \times 1.67 \times 10^{-24}$ gr (masa de una molécula de H_2):

Número de Avogadro

$$N_0 = 6.02 \times 10^{23}$$

Según la ley de Avogadro, un mol de cualquier gas a la presión atmosférica y a 0°C, ocupará el mismo volumen que cualquier otro gas bajo las mismas condiciones de temperatura y presión. El volumen ocupado por un mol de gas bajo estas condiciones puede obtenerse de la Ec. 6-10

$$V = \frac{N_0 kT}{P_0}$$

$$= \frac{(6.02 \times 10^{23}) \times (1.38 \times 10^{-16}) \times 273}{1.01 \times 10^{6}} \text{ cm}^3$$

$$= 22.4 \times 10^{3} \text{ cm}^3$$

$$= 22.4 \text{ litros}$$

Ejemplo 7

El peso atómico del carbono es 12. Si cada átomo de carbono contiene 6 electrones, ¿Cuántos electrones hay en 1 gr. de carbono?

Un mol, o 12 gr de carbono contiene N_0 átomos de carbono o $6N_0$ electrones. Entonces, 1 gr de carbono contiene $6N_0/12$ ó 3.01×10^{23} electrones.

* A los físicos no les satisface esta definición, ya que existen tres isótopos del oxígeno que ocurren en la naturaleza, de ellos el más abundante es el oxígeno 16. En 1961 los físicos y los químicos se reunieron y estuvieron de acuerdo en una escala de masas atómicas basada en un isótopo del carbono, el carbono 12. Actualmente, el átomo de carbono 12 es el que tiene exactamente 12 unidades. Esto modifica la escala anterior en menos de una parte en 10^4, de manera que en este libro no se tomará en cuenta.

Respuesta 5. Puesto que

$$\frac{P_2V_2}{T_2} = 2\frac{P_1V_1}{T_1}, N_2 = 2N_1$$

6-8 La teoría cinética del calor

Una visión microscópica de la energía macroscópica

La unidad de calor en el sistema métrico es la caloría. Una caloría se define como la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 1 gr. de agua en 1°C. Como se discutió en la sección 5-10 una cantidad dada de calor se puede obtener de una cantidad equivalente de energía mecánica. Por ejemplo, se puede efectuar una cantidad determinada de trabajo sobre una cantidad conocida de agua, haciendo girar unas paletas dentro de ésta. Se observa que la temperatura del agua aumenta proporcionalmente a la cantidad de trabajo efectuado. Todos los experimentos de este tipo dan como resultado que una sola caloría de calor es equivalente a 4.18 joules de energía.

Equivalente mecánico del calor

$$1 \text{ caloría} = 4.18 \times 10^7 \text{ ergs}$$

En vez de calentar agua, caliéntese un mol de un gas monoatómico (molécula de un átomo). A la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura, en un grado, de un mol de gas manteniendo el volumen constante se le llama el calor específico C_v (el subíndice indica la condición de volumen constante). Los experimentos muestran que el calor específico del helio es 2.98 calorías/mol-grado; es decir, se necesitan 2.98 calorías o 12.5 joules de trabajo para aumentar en un grado centígrado, la temperatura de 4 gr de helio: ¿Qué ha pasado con la energía? A estas alturas, se sospecha que la energía se ha invertido en incrementar la energía cinética de las moléculas de helio. Veamos si el valor experimental 12.5 joules concuerda con la predicción de la teoría cinética; según ésta, la energía cinética de un mol de moléculas de helio está dada por el producto de N_0 por la Ec. 6-9:

$$E_c/\text{mol} = N_0 \times \tfrac{3}{2}kT$$

El aumento de energía cinética por grado centígrado es

$$E_c/\text{mol °C} = \tfrac{3}{2} N_0 k$$

$$C_v = \tfrac{3}{2} \times 6.02 \times 10^{23} \times 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg/mol grado}$$

$$C_v = 12.5 \times 10^7 \text{ ergs/mol-grado}$$

Se puede observar que la teoría cinética proporciona una completa comprensión física de lo que es realmente esta "misteriosa" cantidad: el calor.

Pregunta 6. A 0°C y presión atmosférica, ¿cuántos litros de oxígeno e hidrógeno habrán de combinarse para obtener 18 gr (1 mol) de agua? V_{H_2} = ———— litros, V_{O_2} = ———— litros.

Para moléculas diatómicas (moléculas de dos átomos) tales como H_2, O_2 y N_2, el calor no sólo se invierte en energía cinética de translación, sino también en energía cinética de rotación y vibración. En consecuencia, el calor específico de un gas diatómico es algo mayor que el de un gas monoatómico.

La mecánica clásica, o de Newton, hace predicciones definidas sobre qué tanta energía se invierte en movimientos rotacionales y vibracionales de las moléculas. En general, las medidas sobre calores específicos de gases (calor necesario para elevar la temperatura de un grado centígrado) no concuerdan con las predicciones de la mecánica clásica. Sin embargo, existe una excelente concordancia entre las mediciones y las predicciones de la teoría cuántica. (capítulo 12).

Como un ejemplo del fracaso de la mecánica clásica, considérese el caso del movimiento rotacional de las moléculas de gases monoatómicos. Cada átomo tiene tres grados de libertad rotacionales y sus translacionales. Usando las leyes de Newton y matemáticas avanzadas, se puede derivar la ley de la equipartición de la energía que establece que cada grado de libertad de una molécula tomará una energía cinética promedio de $\frac{1}{2}kT$. Entonces, la energía cinética promedio por átomo para un gas monoatómico debería ser $6 \times \frac{1}{2}kT = 3kT$, mientras que el valor experimental a temperatura ambiente está próximo a $\frac{3}{2}kT$. Esta discrepancia se explicó suponiendo que los átomos eran tan "lisos" que ningún tipo de colisión los podía hacer girar. Aún así, la discrepancia en el caso de moléculas diatómicas no pudo explicarse. Una molécula diatómica tiene dos grados de libertad rotacionales más uno vibracional. La energía cinética promedio será entonces $\frac{3}{2}kT$ para el movimiento de traslación, más $\frac{3}{2}kT$ para el rotacional, más $\frac{1}{2}kT$ para la energía cinética vibracional. Además, puesto que la energía potencial promedio de un oscilador en MAS es igual a la energía cinética promedio, debería existir $\frac{1}{2}kT$ adicional que sería energía potencial del movimiento de vibración. Entonces

$$E_c/\text{mol} = N_0 \times \tfrac{7}{2}kT$$

$$E_c/\text{mol grado} = 6.02 \times 10^{23} \times \tfrac{7}{2} \times 1.38 \times 10^{-16}$$

$$C_v = 29.1 \times 10^7 \text{ ergs/mol grado}$$

Sin embargo, a temperatura ambiente, el valor observado es 20.8 joules/mol grado. La molécula diatómica se comporta como si sólo se excitaran sus grados de libertad rotacionales

Respuesta 6. La reacción química es
$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow H_2O$

Un mol de hidrógeno molecular más 1/2 mol de oxígeno molecular dan un mol de H_2O; entonces $V_{H_2} = 22.4$ litros; $V_{O_2} = 11.2$ litros.

y no los vibracionales. Pero a muy altas temperaturas el movimiento vibracional se hace presente. Esta "extraña" dependencia del calor específico con la temperatura se predice adecuadamente con la teoría cuántica. Clásicamente, el calor específico sería independiente de la temperatura.

6-9 Cambios de estado

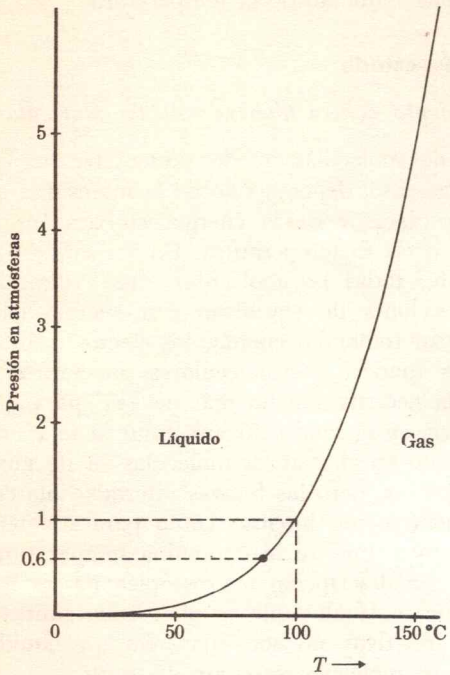
Aprisionamiento contra libertad (de las moléculas)

Un conjunto de moléculas puede presentarse en estado sólido, líquido o gaseoso, dependiendo de la intensidad de las fuerzas intermoleculares y de la energía cinética promedio por molécula, es decir la temperatura. En un sólido a temperatura ambiente, todas las moléculas están vibrando alrededor de suposiciones de equilibrio con energía cinética promedio $\frac{3}{2}kT$ (sin tomar en cuenta, los efectos cuánticos). Sin embargo, las fuerzas intermoleculares son tan intensas que una molécula necesita mucho más de $\frac{3}{2}kT$ para quedar libre de su posición en el sólido. Al aumentar la temperatura se alcanza un punto en el cual las moléculas ya no guardan sus posiciones relativas, pero las fuerzas intermoleculares son, todavía, lo suficientemente intensas como para mantenerlas juntas; a esta temperatura se le denomina temperatura del punto de fusión. La descripción microscópica de un líquido es un conjunto de moléculas que se mantienen juntas pero cuyas posiciones relativas no son fijas. En un líquido, es muy difícil que una molécula se separe del resto.

A una temperatura aún más elevada (un punto de ebullición), la mayoría de las moléculas adquieren energía suficiente para vencer las fuerzas intermoleculares. Ocasionalmente, incluso a temperaturas menores que la del punto de ebullición, alguna molécula cercana a la superficie del líquido, adquiere una energía superior a la energía cinética media y puede escapar de la superficie. A este proceso en el cual moléculas muy veloces (muy energéticas) escapan de la superficie se le denomina evaporación. El escape de las moléculas más veloces tenderá a disminuir la energía cinética media, o temperatura, del resto de ellas. En consecuencia, para convertir una cierta cantidad de líquido de este estado al estado gaseoso a la misma temperatura, será necesario suministrar una cierta cantidad de calor. A esta cantidad de calor por gramo de líquido se le llama calor latente de evaporación. El calor latente de evaporación para H_2O a 100°C es 540

Pregunta 7. Si en un sólido cada átomo tiene 3 grados de libertad vibracionales, ¿cuál será el calor específico por mol?

Fig. 6-12. Curva de la presión de vapor del agua en la región de temperatura de 0 a 150°C. La escala que corresponde a la presión está en atmósferas (1.01×10^6 dinas/cm^2).



Respuesta 7. Para cada átomo existirán $2(\frac{1}{2}kT)$ energía por cada grado de libertad vibracional. Por lo tanto se tienen $\frac{6}{2}kT$ por átomo ó $3N_0kT$ por mol. Entonces el calor específico de un sólido, por mol, será $C = 3N_0k$. Esta ley es excepcionalmente correcta para altas temperaturas. Se le llama ley de Dulong y Petit.

calorías/gr. Puede observarse que se necesita una cantidad de calor considerable para evaporar una olla de agua. Por razones similares se requieren 80 calorías/gr para fundir un gramo de hielo a 0°C. A esta cantidad se le llama calor latente de fusión. En general, un cambio de estado de cualquier substancia llevará asociado un calor latente.

Presión de vapor

Supóngase que se coloca cierta cantidad de agua en una caja vacía cerrada. El agua continuará evaporándose hasta que el número de moléculas que dejan la superficie por segundo sea igual al número de moléculas que regresan a la superficie por segundo. Para cualquier temperatura T dada, esta condición de equilibrio determinará una presión única P de gas. A este valor particular de P correspondiente al valor particular de T se le llama presión de vapor. Cuando un gas está en equilibrio con su líquido, comúnmente se le llama vapor. La curva de la Fig. 6-12 muestra el valor particular de P correspondiente a cada valor de T para el vapor de agua. Obsérvese que para $T = 100$°C, $P = 1$ atmósfera. Esta es la razón por la cual el agua hierve a 100°C al nivel del mar. Dentro de una cámara de vacío es posible hacer hervir agua fría.

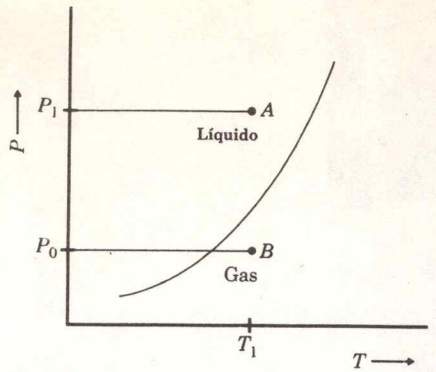
Ejemplo 8

¿A qué temperatura hervirá el agua en la cima de una montaña de 4,600 m de altura? A esa altura, la presión del aire es 40% menor que al nivel del mar.

Según la Fig. 6-12 a una presión de 0.6 atmósferas corresponde una temperatura de 86°C. A esta temperatura la presión de vapor del agua será igual a la presión atmosférica sobre el agua y por lo tanto ésta hervirá.

Si la presión sobre una muestra de H_2O es mayor que la que se muestra en la Fig. 6-12, toda agua estará en estado líquido. Si la presión es menor de acuerdo con la figura, toda agua estará en estado gaseoso. Para los valores especiales de P sobre la curva, existirán simultáneamente, en equilibrio, líquido y gas.

Fig. 6-13. Curva de presión de vapor de una cámara de burbujas. El punto *A* representa las condiciones del líquido antes de la expansión. El punto *B* corresponde a las condiciones posteriores a la expansión.



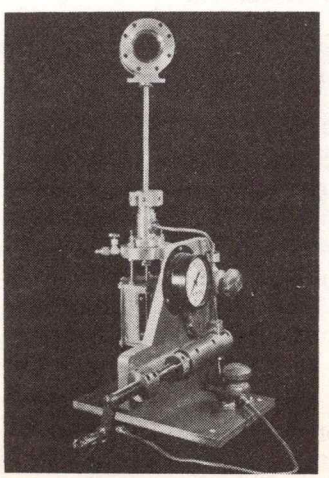


Fig. 6-14. Primera cámara de burbujas que se construyó con paredes metálicas, en 1954, y tiene 2 pulgadas de diámetro. (Cortesía del profesor D. A. Glaser.)

6-10 La cámara de burbujas

Un líquido que intenta hervir más rápido de lo que puede.

Suponga que con un pistón se empuja un cierto volumen de líquido. La fuerza sobre el pistón es tal que a la temperatura T_1 se tiene la presión P_1 (Punto *A* Fig. 6-13). Repentinamente se suelta el pistón. En consecuencia, la presión sobre el líquido disminuye hasta ser la presión atmosférica P_0 (Punto *B*). Bruscamente se ha puesto al líquido bajo condiciones de presión y temperatura en las que debería ser gas. En tales condiciones el líquido es inestable y se dice que está supercalentado. Tan pronto como cesa la presión sobre el pistón, muchos líquidos empiezan a hervir si están sobre superficies metálicas, no así si están sobre vidrio. Pero, si una partícula cargada, como un electrón o un protón, pasa a través del líquido supercalentado, éste empezará a hervir en varios puntos a lo largo de la trayectoria. El problema de dónde empieza a hervir un líquido, no ha sido dilucidado por la teoría. Si se escoge un líquido que no hierva sobre vidrio pero hierva a lo largo de la trayectoria de la partícula cargada, una fotografía del líquido, tomada a través del vidrio de la ventana mostrará los trazos de la partícula que viajó en el líquido. En las figuras 3-2, 8-12, 16-4, 16-6 y 16-7 se muestran fotografías de trazos en una cámara de burbujas. La primera cámara de burbujas que se construyó con paredes metálicas tenía 2 pulgadas de diámetro (Fig. 6-14). Esta cámara la construyó su inventor D. A. Glasser en 1954. En 1959 un grupo bajo la dirección de L. W. Álvarez construyó una cámara de burbujas en forma de un ataúd de 1.80 m de longitud en el Lawrence Radiation Laboratory de la Universidad de California. En la Fig. 6-15 se muestra esta cámara de burbujas de hidrógeno líquido que junto con sus aparatos auxiliares es tan pesada que no es posible sostenerla sobre ruedas. En vez de éstas se mueve a su alrededor elevándose y descendiendo sobre 4 pies gigantescos. Actualmente se está diseñando en el Laboratorio Nacional de Brookhaven una cámara de burbujas de hidrógeno líquido con un diámetro de 4.70 m.

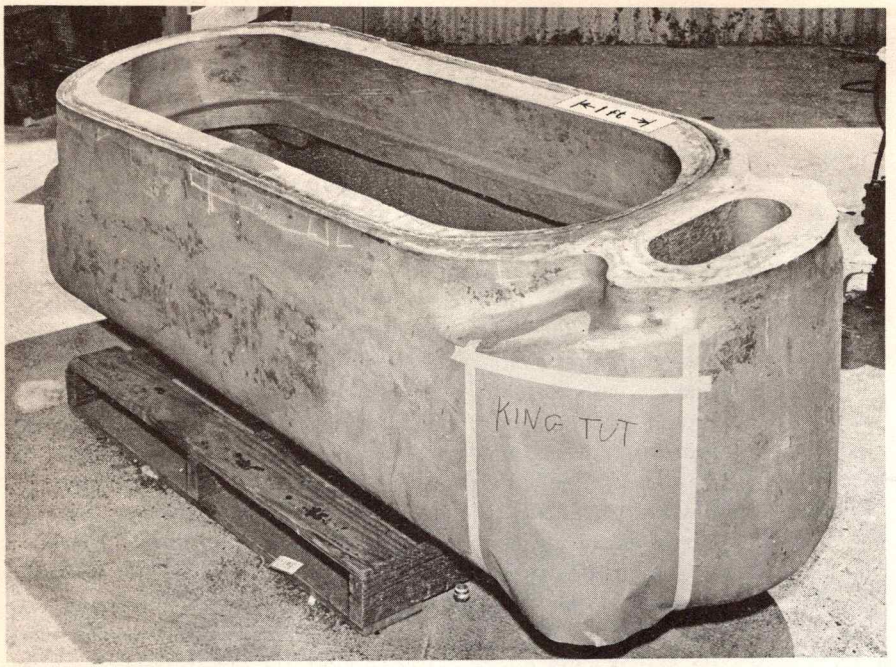


Fig. 6-15. "Ataúd" de acero inoxidable para la cámara de burbujas de 72 pulgadas. Esta fotografía y la siguiente son una cortesía del grupo de la cámara de burbujas de 72 pulgadas del Laboratorio Lawrence de Radiación, Universidad de California.

6-11 Mecánica estadística

"Todos los caballos de los reyes y todos sus hombres no podían reunir nuevamente a Humpty Dumpty"

Cualquier muestra de materia contiene un número tan enorme de moléculas que para tratar sus propiedades físicas se hacen necesarios métodos matemáticos llamados estadísticos. Como un ejemplo, consideremos dos cajas de 1 cm^3 cada una separada con una pared como se muestra en la Fig. 6-17. Si la presión en la caja 1 es 1 atmósfera, el número de partículas en la caja será 6.02×10^{23} dividido entre el número de cm^3 en 22.4 litros; es decir serán 2.7×10^{19} partículas/cm^3. Inicialmente la caja 2 se encuentra vacía. Ahora, abrimos un agujero en la pared de separación y después de un breve tiempo encontramos en la caja 2, la mitad de las partículas. El gas se expandió en el vacío. Sin importar qué tanto tiempo esperemos, el proceso inverso nunca sucederá. En realidad el número de partículas en la caja 2 tendrá pequeñas fluctuaciones. La estadística matemática muestra que aproximadamente el 70% del tiempo,

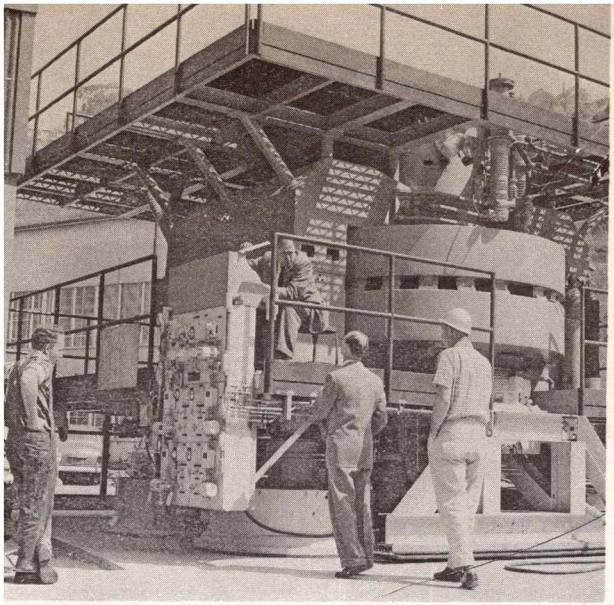


Fig. 6-16. Cámara de burbujas de 72 pulgadas con la estructura del imán, "caminando" de un laboratorio a otro en el Laboratorio Lawrence de Radiación.

el número de partículas en un volumen dado estará entre $N - \sqrt{N}$ y $N + \sqrt{N}$, donde N es el número promedio. En este caso particular se tiene:

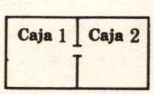
$$(1.35 \times 10^{19} \pm \sqrt{1.35 \times 10^{19}}) = (1.35 \pm 0.00000000037) \times 10^{19}.$$

Puede observarse que las fluctuaciones son tan pequeñas que son prácticamente indetectables y que es virtualmente imposible que ocurra una fluctuación tan grande que la caja 2 quedara espontáneamente vacía.

No obstante, suponga que después de hecho el agujero y una vez que las partículas han pasado de la caja 1 a la caja 2, repentinamente el tiempo se detiene y empieza a correr hacia atrás. Físicamente el tiempo nunca puede correr hacia atrás pero se puede visualizar pensando en que se ha tomado una película del experimento y después se corre en sentido inverso. En tal caso, la caja 2 quedaría espontáneamente vacía; y nos enfrentamos a una paradoja. Sabemos que en la naturaleza una caja nunca queda vacía espontáneamente cuando la abrimos hacia el aire exterior; sin embargo, en la película que corre al revés no se viola ninguna de las leyes de Newton. En efecto, la película nos muestra una configuración específica de las posiciones y velocidades de las partículas y éstas se mueven y chocan en tal forma que van abandonando la caja 2. Durante este proceso no hay violación alguna a las leyes de la Física. La solución a la paradoja está en observar que para una configuración especial de las partículas en la caja 2, existe virtualmente un número infinito de configuraciones donde las partículas estarán casi igualmente repartidas en ambas cajas. En la práctica esta configuración que permite a las partículas abandonar la caja 2, aunque permitida, nunca ocurre. Entonces, el proceso de un gas que se expande en el vacío, es irreversible, a pesar de que en principio las situaciones en que el vacío "se produce espontáneamente" son posibles.

Otro ejemplo de irreversibilidad debida a la estadística es el flujo de calor de una temperatura mayor hacia otra menor. Si dos piezas de metal, una fría y otra caliente, se ponen en contacto, el calor nunca fluirá de la parte fría a la caliente. Si esto fuera posible, uno podría extraer calor de una pieza de metal o del océano y usarlo en hacer funcionar una máquina de vapor. En el océano existe una cantidad de energía calorífica para satisfacer por millones de

Fig. 6-17. Expansión irreversible de un gas en el vacío. Cuando se abre un agujero en la pared de separación el gas que se encuentra en la caja 1 se expandirá hacia la caja 2.



años las necesidades humanas. Sin embargo, es estadísticamente imposible, convertir esta energía cinética desordenada de las moléculas del agua en el movimiento ordenado de una máquina. Una máquina que funciona mediante la energía calorífica extraída de un solo depósito de calor, se llama máquina de movimiento perpetuo de segunda clase. Tal máquina no violaría la ley de la conservación de la energía. Todo lo que se necesita para la conservación de la energía es que conforme trabaje la máquina, la temperatura del depósito de calor disminuya. La conservación de la energía aplicada a problemas de flujo de calor se llama la primera ley de la termodinámica.

Segunda ley de la termodinámica

Debe existir alguna nueva ley que prohíba el extraer la energía que en forma de calor se encuentra en el océano y la formación espontánea de vacío, por nombrar sólo dos ejemplos. Humpty Dumpty es un tercer ejemplo. Esta ley es la segunda ley de la termodinámica y es solamente una aplicación de la estadística o matemáticas de los números grandes. En este sentido, aquí no hay involucrado ningún principio físico realmente nuevo, es una consecuencia matemática del hecho de contar con un gran número de partículas. Una forma de establecer la segunda ley de la termodinámica es la imposibilidad práctica de una máquina de movimiento perpetuo de segunda clase. Otro modo es que la cantidad total de desorden en el universo (llamado también entropía) puede crecer, pero no disminuir.

Inversión en el tiempo

Se puede observar que cuando se expresa la segunda ley de la termodinámica como una ecuación matemática, ésta predice resultados físicamente distintos dependiendo del sentido en el cual transcurra el tiempo. Se ha apuntado en la discusión anterior que esto es puramente una consecuencia de la estadística y que en este sentido la segunda ley de la termodinámica no es realmente una nueva ley o principio fundamental de la Física. Es una descripción estadística de fenómenos macroscópicos, que es válida solamente cuando existe un gran número de partículas. Puede deducirse a partir de las leyes de Newton y de la teoría cinética, usando

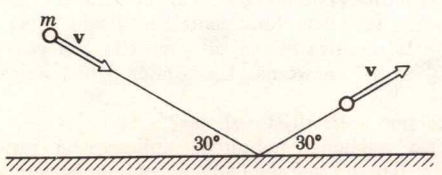
matemáticas (estadística). Por otra parte, la aplicación de la estadística matemática a las leyes de Newton abre un nuevo campo de la Física y proporciona conceptos físicos tan útiles como la temperatura.

Hasta ahora, todas las leyes verdaderamente fundamentales de la Física que hemos encontrado, son reversibles en el tiempo. Reversibilidad en el tiempo significa que si se invierten las direcciones de movimiento de todas las partículas (incluyendo sus rotaciones), entonces las mismas ecuaciones o leyes de la Física siguen siendo válidas (tal y como lo eran cuando el tiempo transcurría hacia adelante). Este principio de simetría de la naturaleza, ha sido comprobado recientemente por experimentos especialmente diseñados para mostrar posibles violaciones. En 1964 se encontró una violación en las interacciones débiles. Si la violación se restringe a las interacciones débiles, las interacciones que determinan la Física atómica y nuclear, a saber: las fuertes y las electromagnéticas, no serán afectadas. Se han encontrado dos violaciones más a principios básicos de simetría (conservación de la paridad y simetría de las antipartículas) que se comprobaron por la misma razón que la reversibilidad en el tiempo. El reciente derrocamiento de estos tres sagrados principios de simetría, se discutirá en el capítulo 16.

Problemas

1. ¿Qué tanto deberá uno sumergirse desde la superficie de un lago para experimentar el doble de presión que sentía sobre aquella?
2. A una temperatura de 0°C y presión de 1 atmósfera, la velocidad promedio de las moléculas de hidrógeno es 1.8×10^5 cm/seg. Suponga que una muestra de hidrógeno en estas condiciones se calienta manteniendo constante la presión, hasta que el volumen es tres veces el inicial.
   a) ¿Cuál será la temperatura del gas con este nuevo volumen?
   b) ¿Cuál será la velocidad promedio bajo estas nuevas condiciones?
3. Una molécula de masa M incide sobre una superficie a un ángulo de 30° y rebota a un ángulo de igual magnitud, como se muestra en la figura, sin cambiar la magnitud de la velocidad. ¿Cuál es el cambio en el impulso de la molécula?

Probl. 3



4. Un cierto gas tiene un peso molecular de 39. ¿Cuál será la masa de 6.02×10^{23} moléculas de este gas?
5. Cuando en el estado de Nueva York había un elaborado sistema de canales, había un canal que cruzaba un río sobre un puente. ¿Cuál era el aumento de carga sobre el puente cuando sostenía un barco de masa 10^6 kg? La densidad promedio del barco es 0.8 gr/cm^3.

6. Si se tiene agua al cero absoluto; ¿es posible extraer calor de ella? Explique.

7. El área de contacto entre la aguja de un tocadisco y un disco LP es un círculo de 10^{-3} cm de diámetro. Si la fuerza ejercida por la aguja es de g multiplicado por 5 gr; ¿cuál es la presión en dinas/cm^2?

8. Un gato hidráulico tiene dos pistones de diámetro de 1 y 5 cm.
a) ¿Cuál es la fuerza necesaria sobre el pistón pequeño para que el grande levante un objeto cuyo peso es de 10 newtons?
b) ¿Cuánto se levantará el objeto cuando el pistón pequeño se mueva 0.1 m?

9. Un globo meteorológico tiene una masa de 50 kg (incluyendo el gas encerrado) y un volumen de 110 m^3. Está unido a tierra con una cuerda. La densidad del aire es 1.3 kg/m^3.
a) Si la cuerda se mantiene vertical, ¿cuál es la tensión en ella?
b) Si un viento ocasiona que la cuerda haga un ángulo de 30° con la vertical, ¿cuál es ahora la tensión?

10. Un objeto pesa 300 newtons en condiciones normales y 200 newtons en el agua.
a) ¿Cuál es su densidad?
b) ¿Cuál es su volumen?

11. Se tiene una cierta cantidad de gas a 1 atm de presión y su temperatura cae de 100°C a 0°C. ¿Qué cambio de presión (en atmósferas) se necesita para mantener constante el volumen?

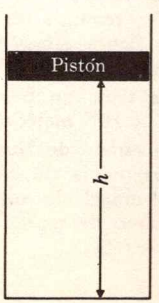
12. La densidad de un cubo de hielo de 1 cm^3 es 0.90 gr/cm^3. ¿A qué altura, sobre la superficie del agua, estará la parte superior de este cubo cuando flote en ella?

13. Un bloque de plomo de densidad 11.5 gr/cm^3 flota sobre mercurio cuya densidad es 13.6 gr/cm^3.
a) ¿Qué fracción del bloque se sumerge?
b) Si la masa del bloque es de 2 kg; ¿qué fuerza habrá de aplicarse para mantenerlo totalmente sumergido?

14. Un litro de un cierto gas, tiene una masa de 0.1 gr a 0°C y 1 atm, de presión. ¿De qué gas se trata?

15. Un pedazo de madera de densidad 0.8 gr/cm^3 flota en un líquido de densidad 1.2 gr/cm^3. El volumen total de la madera es de 36 cm^3.
a) ¿Cuál es la masa del pedazo de madera?
b) ¿Cuál es la masa del líquido desplazado?
c) ¿Qué volumen de madera queda por encima de la superficie del líquido?

Probl. 16



16. Se tiene un cilindro conteniendo una muestra de gas tapado con un pistón que se mueve libremente sin fricción (ver figura). El volumen de la muestra es 0.5 m^3 y la altura h es 1.0 m. El pistón pesa 5×10^4 newtons. La presión atmosférica es 10^5 newtons/m^2.
a) ¿A qué presión está sujeto el gas?
b) ¿Qué fuerza adicional habrá de aplicarse al pistón para reducir h a 0.6 m, manteniendo constante la temperatura?

17. Un cubo de 1 cm por lado y cuya densidad es 0.8 gr/cm^3 está flotando en agua. Se aumenta la temperatura en 50°C y el cubo

se expande 10% en sus dimensiones lineales. ¿Cuál es el aumento en volumen del agua desplazada? (Suponga que la densidad del agua a ambas temperaturas es de 1 gr/cm^3).

18. Una burbuja de 1 gr. de gas hidrógeno H_2, que está sumergida en agua, ocupa un volumen de 5.6×10^3 cm^3 a la temperatura ambiente (21°C).
a) ¿Cuál es la presión del gas?
b) ¿A qué profundidad está la burbuja? La presión atmosférica en la superficie del agua es 10^6 dinas/cm^2.

19. Se tienen N partículas en una caja de volumen V; la energía cinética promedio por partícula es ϵ. Dé todas las respuestas en términos de V, N, ϵ y k
a) ¿Cuál es la E_c total en la caja?
b) ¿Cuál es la temperatura en la caja?
c) ¿Cuál es la presión?
d) ¿Qué ocurre con la temperatura y la presión, si el volumen se duplica conectando una caja (vacía), del mismo volumen?

20. El mejor vacío logrado por el hombre es del orden de 10^{-14} cm de Hg. ¿Cuántas moléculas quedan en este "vacío"? El vacío interestelar contiene aproximadamente un protón por cm^3.

21. Durante la explosión de una bomba H, la temperatura es 10^8 grados centígrados. En este gas extremadamente caliente, existen en libertad núcleos de hidrógeno o protones y también muchos deuterones (dos veces la masa de un protón).
a) ¿Cuál es la velocidad promedio de los protones?
b) ¿Cuál será la relación de la energía cinética promedio por protón a la energía cinética promedio por deuterón, suponiendo que hay equilibrio térmico?

22. Una muestra de un gas ideal ocupa un volumen V a una presión P y temperatura absoluta T. La masa de cada molécula es m. ¿Cuál de las siguientes expresiones da el número de moléculas en la muestra: $¿PV/m,\ k/PVT,\ m/k,\ kT/V,\ PV/kT?$; y ¿Cuál da la densidad del gas: $mkT,\ m/V,\ Pm/kT,\ P/kTV$, ó P/kT?

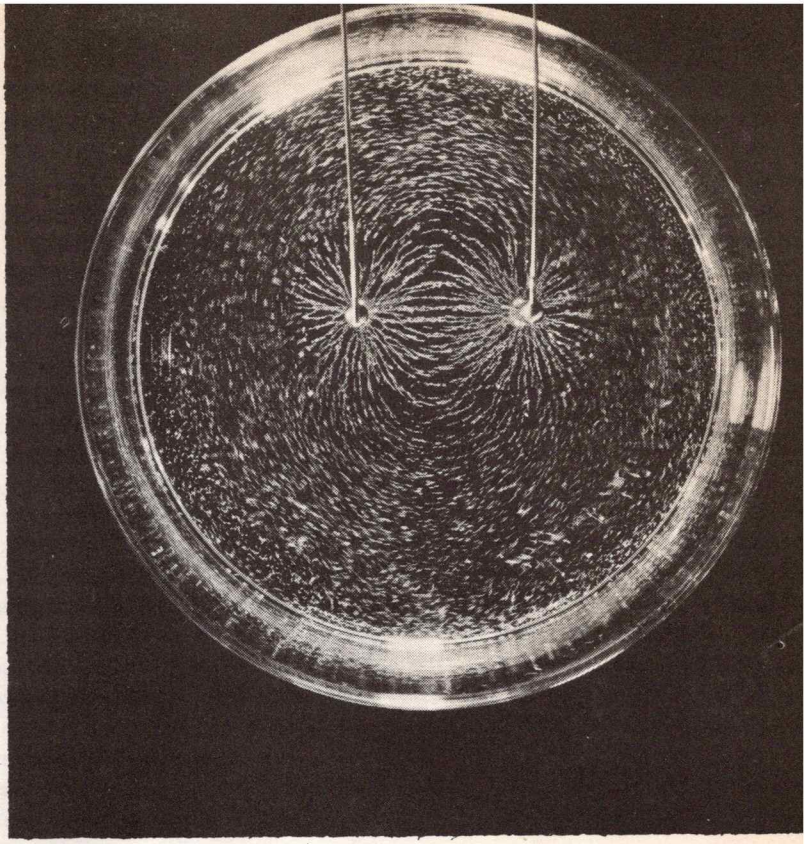
23. En un recipiente de volumen fijo se tiene un gas ideal a 0°C y presión atmosférica.
a) Si se duplica la velocidad promedio por molécula; ¿cuál es la nueva temperatura?
b) Si se duplica la velocidad promedio por molécula; ¿cuál es la nueva presión?
c) Si el volumen del recipiente es un litro; ¿cuántas moléculas contiene?

24. Considérense dos gases. Las moléculas del gas 2 tienen una masa igual a $\frac{1}{2}$ de la masa de las moléculas del gas 1 ($m_2 = \frac{1}{2}m_1$). Cuando el gas 1 está a una temperatura de 27°C sus moléculas tienen una velocidad promedio de 10^5 cm/seg. ¿Cuál es la temperatura del gas 2 cuando sus moléculas tienen una velocidad promedio de 2×10^5 cm/seg?

25. El peso atómico del oxígeno es 16. Un recipiente de 8 litros contiene ocho gramos de O_2 (1 litro = 10 cm^3). La presión del gas es 1 atm (10^6 dinas/cm^2).

a) ¿Cuántos moles de gas O_2 hay en el recipiente?
b) ¿Cuántas moléculas de O_2 hay en el recipiente?
c) ¿Cuál es la temperatura?
d) Suponiendo que el O_2 se comporta, para cualquier temperatura, como un gas ideal; ¿cuál es la E_c translacional total en el recipiente?

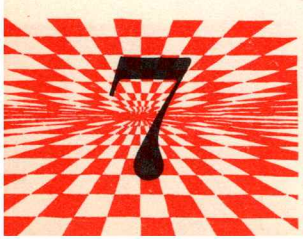
26. Se tiene una caja que contiene N moléculas de un gas ideal. Duplicando el número de moléculas en la misma caja y manteniendo constante la energía cinética total o energía calorífica del gas (la energía total de la nueva cantidad de gas es la misma).
a) ¿Cuál es la razón de la nueva presión a la presión original?
b) ¿Cuál es la razón de temperaturas?



Electrostática

Capítulo 7

Electrostática



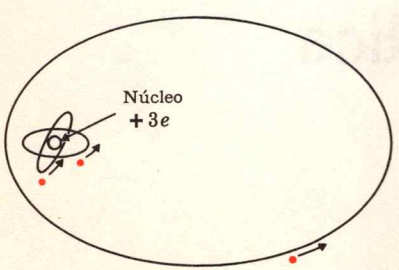
7-1 La estructura electrónica de la materia

Electrones por todas partes

El estudio de la electricidad y de sus muchas aplicaciones comprende una gran parte de la Física. Una de sus aplicaciones, como veremos, es la teoría electromagnética de la luz. Por lo tanto, todo el tema de la luz podría considerarse como uno de los tópicos de la electricidad. Otro tema de gran importancia, la teoría de la relatividad, se obtiene deductivamente de la teoría eléctrica, si se supone que las ecuaciones de la electricidad deben tener la misma forma en todos los sistemas de referencia. En el estudio de la física atómica, de la física del estado sólido, de la teoría molecular y de la química, se trata con las interacciones entre electrones y entre electrones núcleos. Las fuerzas entre los átomos y las moléculas resultan de la interacción electromagnética. Por lo tanto, casi todo este libro trata, de una manera o de otra, con el amplio tema de la electricidad.

En este libro se supone que el alumno tiene una idea general de la estructura atómica. Las representaciones atómicas en las que se muestra a un núcleo rodeado por electrones en movimiento, aparecen a cada momento en los periódicos, revistas, televisión, juguetes, cajas de cereal para el desayuno, etcétera. Un átomo tiene un tamaño de aproximadamente 10^{-8} cm y está formado por un pequeño núcleo pesado de carga positiva, rodeado de electrones orbitales, más ligeros, de carga negativa. Nótese que se han usado los términos carga positiva y negativa sin haberlos definido. La siguiente sección está completamente dedicada a presentar este nuevo e importante concepto: la carga eléctrica.

Fig. 7-1. El átomo de litio de acuerdo con el modelo de Bohr. Tres electrones, cada uno de carga $-e$, giran en órbitas planetarias en torno al núcleo de carga $+3e$.



Estas representaciones atómicas familiares, están basadas en la teoría de la estructura atómica propuesta por Niels Bohr en 1914. La Fig. 7-1 representa a un átomo de litio, de acuerdo con el modelo de Bohr. El litio tiene un peso atómico de 7 y un número atómico $Z = 3$. El núcleo de litio está constituido por tres protones positivos y por cuatro neutrones neutros. Suponga que los electrones son atraídos por el núcleo con una fuerza que varía inversamente con el cuadrado de la distancia. Entonces, como mostró Newton, un átomo sería como un sistema solar en miniatura con cada uno de los electrones girando en una órbita planetaria en torno al núcleo. A primera vista, uno podría pensar que es la fuerza gravitacional la que mantiene unido al átomo. Sin

embargo, si esto fuera así, los átomos siempre se atraerían sin importar qué tan próximos estuvieran. Entonces, la materia podría comprimirse hasta formar un núcleo gigantesco de protones, neutrones y electrones estacionarios. Sin embargo, se sabe que deben existir grandes fuerzas repulsivas entre los átomos, ya que los líquidos y los sólidos presentan gran dificultad para ser comprimidos. Así, deben existir grandes fuerzas repulsivas que son mayores que la fuerza de atracción gravitacional. La explicación de esta nueva fuerza requiere de la llamada fuerza electrostática, o fuerza de Coulomb, que resulta ser también una fuerza que varía inversamente con el cuadrado de la distancia. Una diferencia entre las fuerzas electrostática y gravitacional es que en el caso de las primeras existen tanto cargas eléctricas negativas como positivas, dando lugar a fuerzas electrostáticas atractivas cuando las cargas son de signo opuesto y repulsivas cuando son del mismo signo. Los protones y los núcleos atómicos se repelen entre sí, pero los electrones son atraídos a los núcleos por fuerzas electrostáticas. Más aún, la fuerza de repulsión electrostática entre dos electrones es ¡4.17×10^{42} veces más grande que la fuerza de atracción gravitacional! La razón por la cual comúnmente se piensa que las fuerzas gravitacionales son mayores que las eléctricas, es porque las personas y los objetos que nos rodean, tienen generalmente el mismo número de cargas positivas que negativas. Si un individuo tuviera sólo un pequeño exceso de alguna carga, ¡sería inmediatamente fulminado por un relámpago! Entonces se convencería de que la electricidad tiene un efecto mayor que la gravedad.

En realidad, el esquema de los electrones en órbitas planetarias en torno al núcleo, no es correcto. Está en conflicto con la teoría, más moderna, de la mecánica cuántica, que se discute a partir del capítulo 12. Sin embargo, cuando se toma en cuenta la teoría cuántica. las fuerzas electrostáticas continúan siendo las causantes de que los electrones "orbitales" se mantengan ligados al núcleo. En la página 170 se muestra el esquema, más moderno, con ondas electrónicas, para el átomo de litio que reemplaza a la Fig. 7-1.

7-2 Concepto de carga

Todo se encuentra en la mente

Pregunta 1. ¿Cuál es más fuerte, la fuerza electrostática entre dos electrones o entre dos protones?

No se puede dar una definición cuantitativa de la carga sino hasta que se establezca la ley de Coulomb, la cual des-

cribe a todas las fuerzas electrostáticas. Antes de hacer esto, será conveniente discutir ciertas propiedades de la carga. Por ejemplo, ¿es la carga una cantidad aditiva? ¿puede ser destruida?

Los efectos debidos a la carga fueron notados por los hombres antiguos, de la misma manera en que los modernos no pueden evitar el notar las chispas eléctricas cuando caminan sobre una alfombra en un día seco, o cuando se quitan el saco o la camisa. Estos efectos se llaman electrificación y resultan del contacto de dos substancias diferentes. Los efectos de la electrificación fueron estudiados por los antiguos griegos.

Suponga que se frota una substancia *A* contra una *B*. Entonces, algunos de los electrones orbitales de *A*, interaccionan con los de *B*. Algunos de ellos dejan la substancia *A* y se adhieren a *B*, y viceversa. Si los electrones exteriores de *A* no están tan fuertemente unidos como los de *B*, entonces faltarán algunos de ellos en *A* cuando los dos cuerpos se separan. El objeto *A* quedará con una carga neta positiva, y el *B* con una carga negativa correspondiente. Los términos positiva y negativa, al aplicarse a la carga, son arbitrarios. Fue Benjamín Franklin, quien estableció la convención actual que toma a los electrones como negativos. Él definió arbitrariamente como positiva, a la carga de una varilla de vidrio después de haber sido frotada con seda. En los siguientes capítulos, cuando se estudien corrientes en conductores y en tubos al vacío, se verá que hubiera sido conveniente escoger la definición contraria. De acuerdo con la definición de Franklin, una corriente positiva tendrá dirección contraria a la de las cargas que se mueven en realidad. No se debe culpar a Franklin por haber creado esta confusión, ya que su teoría de la carga eléctrica antecede al descubrimiento del electrón en aproximadamente cien años.

El concepto de carga tiene cierta similitud con el de masa. De la misma manera que a todo cuerpo o partícula se le atribuye la propiedad abstracta llamada masa, también a todo cuerpo o partícula se le asigna una carga que puede ser positiva, negativa o cero. Se encontró que los cálculos para cuerpos que interaccionan (sus aceleraciones relativas, etc.) se simplificaban notablemente introduciendo el concepto abstracto de masa. De una manera similar, la introducción del concepto de carga permite una representación simple de este nuevo tipo de fuerza, capaz de mantener a un átomo unido y a la vez de mantener a dos átomos alejados. La

Respuesta 1. Ninguna de las dos. Son iguales.

siguiente cita sirve para explicar la realidad de la carga: "Cuando digo que un electrón tiene cierta cantidad de carga negativa, lo que quiero decir es que se comporta de una manera determinada. La carga no es, como la pintura roja, una substancia que se le pueda añadir o quitar al electrón, sino que es simplemente un nombre conveniente para ciertas leyes físicas." *

Entonces surgen las siguientes preguntas: ¿exactamente qué clase de cantidad es la carga? Si a un cuerpo se le coloca una carga Q_1 y a continuación una carga Q_2, ¿la carga resultante en el cuerpo será $Q_1 + Q_2$? ¿Existe algún método mediante el cual se pueda crear o destruir carga? Por ejemplo un fotón cuya masa en reposo es cero, puede dar lugar a masa en reposo en el fenómeno de producción de pares, que consiste en la producción de un electrón y un positrón (electrón positivo). La respuesta está en postular que la conservación de la carga, es una ley de la Física que se cumple estrictamente. Como para otras leyes básicas de la Física, no existe una prueba absoluta de la misma. La única prueba que se tiene para las leyes de conservación y otras leyes de la naturaleza, es que han soportado pruebas experimentales continuas. Hasta ahora, en este libro, se han tratado cinco leyes de conservación que se consideran exactas (no se permiten violaciones de ningún tipo). Se aplican solamente a sistemas cerrados (sin influencia de agentes externos). He aquí una lista de estas leyes de conservación:

1. *Conservación de la energía total*

Se debe utilizar la energía relativista, que incluye la energía en reposo $(E_r)_0 = M_0c^2$.

2. *Conservación del impulso lineal total*

De una manera exacta, debe emplearse el impulso relativista, que es la masa relativista por la velocidad.

3. *Conservación del impulso angular total*

4. *Conservación de partículas pesadas*

La masa en reposo se puede transformar en energía pero con la restricción de que el número total de protones, neutrones y algunas otras partículas pesadas (ver capítulo 16) deben permanecer siempre constantes.

Pregunta 2. ¿Es la carga eléctrica de un núcleo atómico directamente proporcional a su masa?

* Bertrand Russell, *El ABC de los átomos,* E. P. Dutton, 1923.

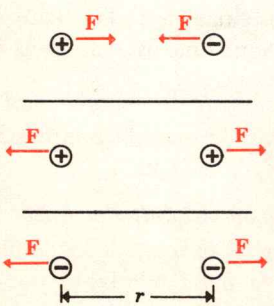
5. *Conservación de la carga*

La suma algebraica de la carga en un sistema cerrado debe permanecer sin cambio.

Los electrones y los protones tienen la misma carga, pero de signo contrario. A esta cantidad de carga se le llama carga electrónica e y es la mínima cantidad de carga que puede tener un cuerpo, o una partícula. Se dice que la carga está cuantizada; esto es, sólo puede tomar los valores 0, $\pm e$, $\pm 2e$, $\pm 3e$. etc., en donde e es la carga del electrón. De hecho, de acuerdo con la teoría cuántica, otras magnitudes físicas tales como la energía, el impulso y el impulso angular, también están cuantizadas. En esta sección se seguirá trabajando con la aproximación de que la energía, el impulso y el impulso angular pueden ser variables continuas. Esta aproximación se llama electrodinámica clásica y es bastante adecuada cuando se tratan las interacciones eléctricas entre cuerpos macroscópicos. La teoría cuántica es absolutamente indispensable cuando se tratan las interacciones eléctricas entre cuerpos microscópicos (dimensiones atómicas).

La teoría fundamental es la llamada electrodinámica cuántica. La electrodinámica clásica es un caso límite de la primera. Esto es, cuando la electrodinámica cuántica se aplica a cuerpos macroscópicos, generalmente se obtienen los mismos resultados que los de la electrodinámica clásica.

Fig. 7-2. Dependencia de la dirección de la fuerza electrostática con el signo de las dos cargas.



Respuesta 2. No. Núcleos atómicos diferentes contienen diferente número de neutrones, que tienen carga cero.

7-3 Ley de Coulomb

La "nueva" fuerza

Un conjunto de experimentos, realizados con gran precisión, muestran que la fuerza electrostática entre dos cargas, es directamente proporcional al producto de éstas y varía inversamente con el cuadrado de la distancia que las separa, de la misma manera que lo hace la fuerza gravitacional. A este comportamiento de la fuerza electrostática se le llama ley de Coulomb. Esta ley establece que la fuerza entre dos cargas puntuales estacionarias Q_1 y Q_2 es

$$F = K\frac{Q_1 Q_2}{r^2} \qquad (7\text{-}1)$$

en donde r es la distancia entre las cargas y K es una constante de proporcionalidad positiva, cuyo valor depende de la forma en que se escoge la unidad de carga. Si Q_1 y Q_2 tienen

signo contrario, el producto de ellas es negativo y F tiene sentido contrario a r; esto es, F es atractiva. En la Fig. 7-2 se ilustra la relación entre la dirección de F y el signo de las cargas. La fuerza electrostática puede ser repulsiva o atractiva, según que los signos de las cargas sean iguales u opuestos.

En el sistema CGS, las unidades de r y F son, respectivamente, centímetros y dinas. Si se usara la carga del electrón como la unidad de carga, entonces el valor de K, determinado experimentalmente, resultaría en un engorroso 2.3×10^{-19}. Como se tiene la libertad para definir el tamaño de la unidad de carga, tendría algunas ventajas definirla de tal forma que $K = 1$. Esto es lo que se hace en el sistema CGS. La unidad de carga en el sistema CGS se define haciendo $K = 1$ en la Ec. 7-1. A esta unidad de carga se le denomina statcoulomb y en muchas ocasiones se le denomina *ues* (abreviación de unidad electrostática) de carga. Para evitar confusiones y para hacer más clara la Física, en este libro se utilizará como unidad de carga statcoulomb. Por lo tanto, la *ley de Coulomb* toma la forma

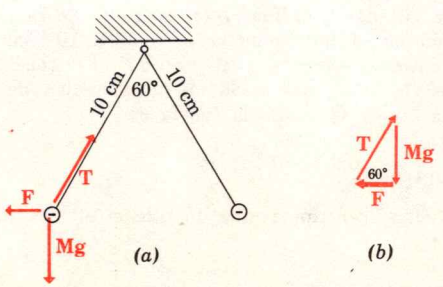
Ley de Coulomb

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \tag{7-2}$$

en donde Q se expresa en statcoulombs. *Entonces, la unidad de carga eléctrica (statcoulomb) se define como aquella carga que, si se encuentra colocada a 1 cm de otra de la misma magnitud y signo, será repelida con una fuerza electrostática de 1 dina.* La carga del electrón, en términos de esta unidad, toma el valor

$$e = 4.8 \times 10^{-10} \text{ statcoulomb} \tag{7-3}$$

Fig. 7-3. Las dos esferas cargadas del Ejemplo 2.



Ejemplo 1

Una pequeña esfera de carbón tiene una masa de 1 gr. ¿Cuántos electrones tiene la esfera?

Para el carbón $Z = 6$ y el peso atómico es 12. Por lo tanto, 12 gr de carbón hacen 1 mol de carbón y contiene 6.02×10^{23} átomos del mismo; el número de electrones en 12 gr es seis veces mayor. Entonces, el número de electrones en 1 gr de carbón es $\frac{1}{12}$ $(6 \times 6.02 \times 10^{23}) = 301 \times 10^{23}$.

$3'01 \times 10^{23}$

Ejemplo 2

En la Fig. 7-3 se muestran dos esferas de las mencionadas en el ejemplo anterior, a las cuales se las ha cargado con cargas negativas idénticas, suspendidas de cuerdas de 10 cm de longitud que forman un ángulo de 60° después de haberse cargado. (*a*) ¿Cuál es la fuerza

Pregunta 3. ¿Es cierto o falso que la fuerza electrostática entre cualquier par de objetos con cargas Q_1 y Q_2 queda expresada por la Ec. 7-2?

electrostática entre las esferas? (*b*) ¿Cuántos electrones se le añadieron a cada esfera? (*c*) ¿Cuál es la relación entre los protones, y los electrones en cada esfera? (*d*) ¿Cuál es la fuerza gravitacional entre ellas?

La suma de la fuerza electrostática **F**, la tensión **T** de la cuerda y la fuerza de atracción gravitacional sobre una de las esferas (su peso, 980 dinas), debe ser cero, (Fig. 7-3*b*). Como en un triángulo recto, con ángulos de 30° y 60°, la relación entre los catetos es $1/\sqrt{3}$, se tiene que $F/980 = 1/\sqrt{3}$ o $F = 565$ dinas.

Para el inciso (*b*), se debe calcular cuánta carga se le añadió a cada esfera. Esto se puede determinar usando la ley de Coulomb $F = Q^2/r^2$, o $Q = \sqrt{Fr^2}$. Al introducir los valores 565 dinas y 10 cm para F y r, se obtiene $Q = \sqrt{565 \times 10^2} = 238$ statcoulombs. El número de electrones que se añadieron, es este número dividido entre 4.8×10^{-10}, que resulta en 4.95×10^{11} electrones.

La relación de la parte (*c*), es el número de electrones añadidos (4.95×10^{11}) más el número de electrones (o protones) originales, 3.01×10^{23} divididos entre este último, o sea, $(3.01 \times 10^{23} + 4.95 \times 10^{11})/(3.01 \times 10^{23}) = 1 + 1.65 \times 10^{-12} = 1.000000000000165$. Nuevamente se nota que un pequeño exceso de carga da lugar a efectos gruesos.

La atracción gravitacional mutua entre las esferas, es de acuerdo con la ley de la gravitación de Newton

$$F = G\frac{M^2}{r^2} = 6.67 \times 10^{-8} \times \frac{1^2}{10^2} = 6.67 \times 10^{-6} \text{ dinas}$$

Nótese que la fuerza electrostática entre las esferas es 8.5×10^{11} veces mayor.

Ejemplo 3

De acuerdo con la teoría de Bohr para la estructura atómica, el átomo de hidrógeno consiste de un electrón girando en torno a un protón en una órbita circular (ver Fig. 7-4). El radio de Bohr para la órbita del electrón en el hidrógeno es de 0.53×10^{-8} cm. (*a*) ¿cuál es la fuerza entre el electrón y el protón? (*b*) ¿cuál es la velocidad del electrón? (*c*) ¿cuál es la energía cinética de éste?

De acuerdo con la ley de Coulomb la fuerza es

$$F = \frac{e^2}{r^2} = \frac{(4.8 = 10^{-10})^2}{(0.53 \times 10^{-8})^2} = 8.2 \times 10^{-3} \text{ dinas}$$

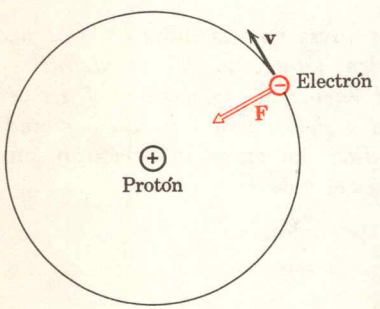
Como esta es la fuerza centrípeta que mantiene al electrón en órbita, se tiene

$$m\frac{v^2}{r} = F \quad \text{donde} \quad m = 9.1 \times 10^{-28} \text{ gr.}$$

es la masa del electrón.

$$v = \sqrt{\frac{rF}{m}} = \sqrt{\frac{0.53 \times 10^{-8} \times 8.2 \times 10^{-3}}{9.1 \times 10^{-28}}}$$

Fig. 7-4. Modelo de Bohr del átomo de hidrógeno.



Respuesta 3. Falso. La Ec. 7-2 se aplica a cualquier par de cargas puntuales. La fuerza neta sobre un objeto es la suma vectorial de las fuerzas sobre cada una de sus cargas puntuales.

$v = 2.18 \times 10^8$ cm/seg

La energía cinética es

$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(9.1) \times 10^{-28})(2.18 \times 10^8)^2 = 2.16 \times 10^{-11}$ erg.

Otra unidad común para la carga, que se encontrará en los siguientes dos capítulos, es el coulomb. Por razones muy importantes, que se discutirán en el capítulo 8, el coulomb y el statcoulomb están relacionados a través de la velocidad de la luz.

$$1 \text{ coulomb} = \frac{c}{10} \frac{\text{statcoulomb}}{\text{cm/seg}} = 3 \times 10^9 \text{ statcoulomb}$$

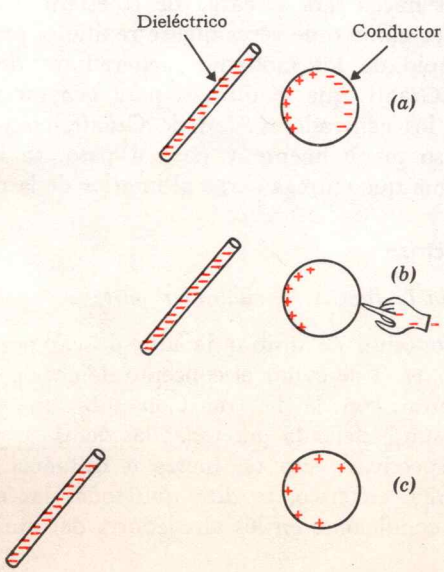
en donde $c = 3 \times 10^{10}$ cm/seg es la velocidad de la luz. De hecho, en la actualidad existen varios sistemas diferentes de unidades eléctricas. Un sistema común, que se utiliza en algunos campos de la ingeniería y que aparece en algunos libros de texto de Física, es el sistema MKS racionalizado. En este sistema, F se expresa en newtons, r en metros y Q en coulombs. Entonces K resultaría $c^2/10^7$, en donde c es 3×10^8 m/seg. Sin embargo, en este sistema se utiliza $1/4\pi\epsilon_0$ en lugar de K, así que $\epsilon_0 = 10^7/4\pi c^2$. En el sistema MKS, la ley de Coulomb toma la forma

$$F = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{4\pi r^2} \text{ newtons}$$

en donde $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ coulomb^{2}seg^2/kg m^2. En este libro no nos preocuparemos por estas complicaciones adicionales.

Otra ventaja del sistema de unidades que se empleará, es que se verá cómo, cuándo y por qué aparece la velocidad de la luz en las ecuaciones de la electricidad.

Fig. 7-5. Cargando una esfera conductora por inducción.



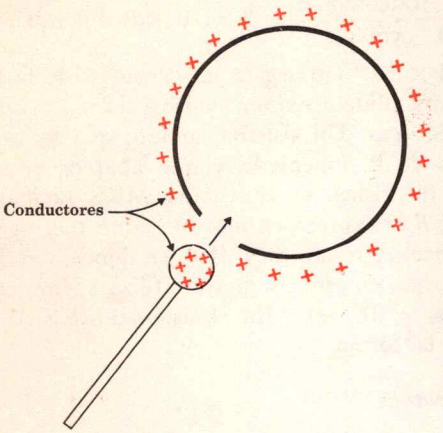
7-4 Inducción electrostática

"Producción" ilimitada de carga

Una de las formas más simples para cargar a una varilla de plástico o de vidrio es frotándola con un paño. Una vez hecho esto, parte de la carga de la varilla puede entregarse a objetos tales como esferas de saúco, poniéndolos en contacto con ella. Sin embargo, valiéndose de la inducción electrostática, es posible cargar conductores una y otra vez, sin necesidad de entregar parte de la carga original de la varilla. Un conductor tiene la propiedad especial que consiste en que los electrones exteriores de cada átomo, ya no están ligados a sus átomos respectivos, sino que son libres de mo-

verse por todo el conductor o a otros conductores que estén en contacto con él. Así, cuando en la Fig. 7-5*a*, una varilla cargada negativamente se acerca a una esfera conductora, los electrones de ésta son repelidos al lado diametralmente opuesto. Si se toca la esfera con la mano (el cuerpo humano es conductor) estos electrones pueden ser repelidos aún más lejos, de tal forma que abandonan totalmente la esfera. Si en ese momento se separa la mano de la esfera, ésta quedará cargada positivamente. Esto puede repetirse con cualquier número de esferas, sin que se pierda nada de la carga original de la varilla.

Fig. 7-6. Cargando una esfera conductora grande mediante contacto en su interior. Es el principio del generador Van de Graaff.



De hecho, con la ayuda de una gran esfera hueca, esta varilla cargada puede usarse, en principio, para establecer una carga gigantesca a millones de volts de potencial (el potencial eléctrico se definirá formalmente en la sección 7-9). En la siguiente sección, se verá que toda la carga sobre un conductor se debe encontrar en la superficie exterior del mismo y ninguna en el interior. En la Fig. 7-6 se muestra cómo se puede introducir la pequeña esfera cargada de la Fig. 7-5, en una esfera mayor, a través de un orificio hasta tocar a esta última por su superficie interior. Entonces, los electrones de la superficie exterior irán inmediatamente a neutralizar la carga de la esfera pequeña. La superficie externa quedará entonces cargada con la carga positiva original de la esfera pequeña. Repitiendo esta operación varias veces, la carga total de la esfera hueca será la carga de la esfera pequeña multiplicada por el número de veces que se repitió el proceso. Este es el principio de los modernos generadores de alto voltaje, Van de Graaff, que se utilizan para generar millones de volts. En los generadores Van de Graaff, en vez de realizar el proceso manualmente y paso a paso, se utiliza una banda continua que entrega carga al interior de la esfera.

7-5 Campo eléctrico

Lo que sería la fuerza en cualquier parte

Uno de los propósitos de utilizar la idea de campos eléctrico y magnético, es el de evitar el concepto de acción a distancia. De acuerdo con la ley de Coulomb, una carga en un punto P estará afectada por todas las demás cargas a sus distancias respectivas; esto es, fuerza a distancia. Pero al utilizar el campo eléctrico, se dice que todas las cargas producen ciertas condiciones en los alrededores del punto P;

esto es, un campo eléctrico en P. Si se conoce el campo en P, se puede describir la fuerza sobre una carga en ese punto, sin necesidad de hacer referencia a cómo se produjo ese campo. En este sentido, los campos eléctrico y magnético son definiciones matemáticas, que simplifican los cálculos y que facilitan el entendimiento de las cosas. El campo eléctrico en cualquier posición del espacio, se define como la fuerza eléctrica F sobre una pequeña carga de prueba estacionaria q, dividida entre ésta

Definición de campo eléctrico

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} \tag{7-4}$$

es el campo eléctrico, donde $\mathbf{F}$ es la fuerza electrostática sobre q, Las unidades de $\mathbf{E}$ son dinas/statcoulomb. Por lo tanto, el campo eléctrico en un punto dado, es numéricamente igual a la fuerza que experimentaría en ese punto, una carga de 1 ues positiva. El campo eléctrico en un punto cualquiera del espacio, sería la fuerza por unidad de carga en ese punto, si se tuviera una carga de prueba para medirla. El campo eléctrico lo producen todas las demás cargas del problema. Aunque la carga de prueba misma produce un campo eléctrico, esta contribución no debe incluirse al calcular la fuerza sobre la carga de prueba.

A continuación se calculará el campo eléctrico producido por una carga puntual Q. Por la ley de Coulomb, la fuerza sobre una carga de prueba q a una distancia r de Q, es $F = q(Q/r^2)$. El campo eléctrico E, en esta posición se obtiene dividiendo entre q esta expresión:

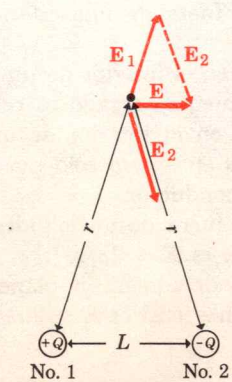
Campo producido por una carga puntual

$$E = \frac{Q}{r^2} \tag{7-5}$$

es el campo eléctrico; a una distancia r, debido a una carga puntual Q.

En muchas situaciones físicas, nos encontramos con varias cargas puntuales, o con una distribución uniforme de carga. En este caso, el campo eléctrico resultante $\mathbf{E}$ en un punto dado, será la suma vectorial de los campos individuales debidos a cada una de las cargas.

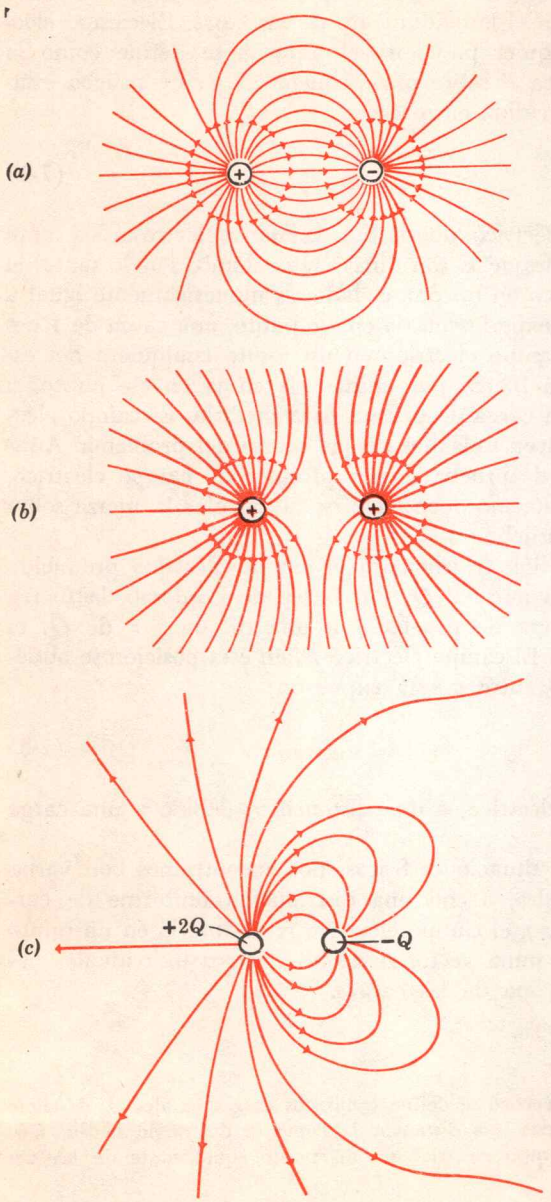
Fig. 7-7. Campo eléctrico producido por un dipolo eléctrico.



Ejemplo 4

Un dipolo eléctrico se define como dos cargas iguales Q, de signo opuesto, separadas una distancia L, como se ilustra en la Fig. 7-7. ¿Cuál es el campo eléctrico en un punto equidistante de las dos

Fig. 7-8. (*a*) Diagrama de líneas de fuerza para dos cargas iguales de signo opuesto. (*b*) Diagrama de líneas de fuerza para dos cargas idénticas. (*c*) Diagrama de líneas de fuerza para dos cargas cuyos valores son $-Q$ y $+2Q$.



cargas de dipolo eléctrico? La distancia del punto a cada una de las cargas es r.

Sea E_1 el campo debido a la carga No. 1. Entonces

$$E_1 = \frac{Q}{r^2}$$

Por semejanza de triángulos, $E/E_1 = L/r$. Entonces $E = (L/r)E_1$, o $E = LQ/r^3$.

Nótese que la fuerza debida al dipolo en el ejemplo anterior, varía con el inverso del cubo de la distancia y no con el cuadrado de la misma.

7-6 Líneas de fuerza

Cálculo para un hombre de pocos recursos

La Fig. 7-8 muestra cómo se puede indicar la dirección de **E** a medida que uno se mueve a través del espacio. Estas líneas, que representan a **E**, son llamadas líneas de fuerza. Las líneas de fuerza pueden usarse cuantitativamente, como una herramienta matemática poderosa, en problemas de electrostática (en donde nada se mueve). Sin embargo, en problemas donde aparezcan observadores en movimiento, este formalismo no se cumple y no debe emplearse. Si se usa este formalismo en electrostática, se pueden derivar y probar muchas cosas que normalmente requerirían del cálculo integral. Por ejemplo, se puede probar sin mayor problema, que el campo gravitacional de la Tierra se comporta como si toda la masa de ésta estuviera concentrada en su centro. Como se explicó en el capítulo 3, esto fue el obstáculo que causó que Newton mantuviera sin publicar, por muchos años, su ley de la gravitación. La siguiente es una lista de enunciados que se probarán usando líneas de fuerza:

1. El campo fuera de una esfera uniformemente cargada es $E = Q/r^2$.
2. El campo en el interior de un cascarón esférico, o cilíndrico, uniformemente cargado es cero.
3. El campo en el interior de un conductor es cero.
4. Las cargas en exceso sólo pueden estar en la superficie exterior de un conductor.
5. El campo fuera de un cilindro, o línea, cargado con ρ statcoulombs/cm es $E = 2\rho/r$.
6. El campo debido a un plano uniformemente cargado con σ statcoulombs/cm^2 es $E = 2\pi\sigma$.

Fig. 7-9. Líneas de fuerza correspondientes a un campo de $E = 5$ dinas/statcoulomb que apunta hacia arriba. Deben existir 5 líneas cruzando cada centímetro cuadrado.

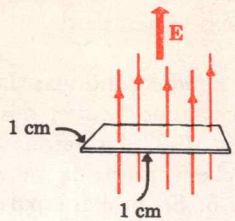
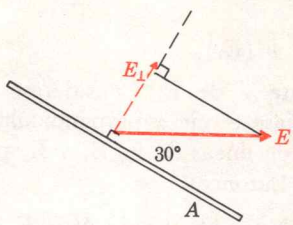


Fig. 7-10. Figura para el ejemplo 6.



Pregunta 4. ¿Es posible, en algún caso, tener un campo eléctrico cero producido por un conjunto de cargas del mismo signo?

7. El campo entre dos placas de un condensador, de área A y cargas Q y $-Q$, es $E = 4\pi(Q/A)$.

Para que las líneas de fuerza sean una herramienta cuantitativa, el número de líneas que pasan a través de cada centímetro cuadrado debe ser numéricamente igual a E, como se ilustra en la Fig. 7-9.* Si el número de líneas que pasan a través del área A, expresada en centímetros cuadrados, es N y si E es perpendicular a A, entonces

$$E = \frac{N}{A}$$

ó

$$N = E \cdot A \tag{7-6}$$

Si **E** no es perpendicular a A, entonces $N = E_\perp \cdot A$, donde $E_\perp$ es la componente de **E** perpendicular a A.

Ejemplo 5

Una área de 3 cm² es atravesada por quince líneas de fuerza. Si el área es perpendicular a las líneas, ¿cuál es la magnitud del campo eléctrico?

Resolviendo para E la Ec. 7-6, se obtiene

$$E = \frac{N}{A} = \frac{15}{3} = 5 \text{ dinas/statcoulomb}$$

Ejemplo 6

Una área de 3 cm² se encuentra en un campo uniforme $E = 100$ dinas/statcoulomb. Si el ángulo entre las líneas y la superficie es de 30°, como se muestra en la Fig. 7-10, ¿cuántas líneas cruzarán a esta superficie?

De la Fig. 7-10 se ve que $E_\perp = E$ sen $30° = 50$ dinas/statcoulomb. La Ecuación 7-6 resulta

$$N = E_\perp \cdot A = 50 \cdot 3 = 150 \text{ líneas}$$

Ahora se calculará el número total de líneas, a una distancia R de una carga puntual Q. El área total a esta distancia es $A = 4\pi R^2$. De acuerdo con la Ec. 7-6

$$N = E \cdot (4\pi R^2)$$

$$N = \frac{Q}{R^2} \cdot 4\pi R^2$$

$$N = 4\pi Q \tag{7-7}$$

* Si $E = 1.5$ dinas/statcoulomb, algunos de los centímetros cuadrados contendrán una línea y otros dos líneas. Para evitar tales dificultades al contar, se podría utilizar un factor de escala grande; por ejemplo, dividir cada línea en 10^8 sublíneas.

es el número total de líneas que parten de la carga puntual Q. Nótese que este resultado es independiente de R. Así, las líneas que parten de Q son continuas y se alejan radialmente hasta el infinito. Si Q es negativa, se invierte el sentido de las líneas: las líneas viajan desde el infinito y terminan en la carga Q.

¿Continuarán siendo continuas las líneas de fuerza del campo resultante cuando existen dos o más cargas como se muestra en la Fig. 7-8? La respuesta es que sí, pero para probar ésta se debe emplear la relación cuantitativa expresada en la Ec. 7-6. Se probará para el caso de dos cargas puntuales, aunque se puede hacer la misma derivación para cualquier número de cargas distribuidas en cualquier forma. El resultante para dos cargas es

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$$

y

$$E_x = (E_1)_x + (E_2)_x \tag{7-8}$$

es la componente x de $\mathbf{E}$. Considérese cualquier área pequeña A y escójase el eje x perpendicular a A. Sean N, N_1 y N_2 el número de líneas de $\mathbf{E}$, $\mathbf{E}_1$ y $\mathbf{E}_2$ respectivamente, que atraviesan a A. Entonces

$$N_1 = (E_1)_x \cdot A, N_2 = (E_2)_x \cdot A \text{ y } N = E_x \cdot A \tag{7-9}$$

Multiplicando por A la Ec. 7-8 se obtiene

$$E_x \cdot A = (E_1)_x \cdot A + (E_2)_x \cdot A$$

Substituyendo las Ecs. 7-9 en la expresión anterior, se obtiene el resultado esperado

$$N = N_1 + N_2$$

Como N_1 y N_2 son separadamente continuas, su suma debe ser continua también. Se ha mostrado que las líneas de fuerza no pueden empezar o terminar repentinamente, sino que lo hacen en una carga. También se ha mostrado que el número total de líneas que atraviesan a una superficie que encierra a dos cargas Q_1 y Q_2, es $4\pi(Q_1 + Q_2)$. Por lo tanto

Ley de Gauss

$$N = 4\pi Q_{\text{total}}$$

para cualquier cuerpo de forma arbitraria con carga total Q_{total}. Se encontrará que esta relación es tan útil que merece un nombre especial. Se le conoce como la ley de Gauss.

Por ejemplo, si dos cargas Q_1 y Q_2 se encuentran en el interior de una caja en forma de cubo, de volumen (L cm^3),

Respuesta 4. Sí. Un ejemplo lo constituye un conjunto de cargas iguales, igualmente distribuidas sobre un círculo; entonces el campo en el centro será cero.

el número total de líneas que atraviesan la caja no depende del área de la misma, que es $6L^2$. Tampoco depende de las posiciones de Q_1 y Q_2; éstas pueden estar en cualquier parte dentro de la caja. Suponga que una tercera carga Q_3 se encuentra fuera de aquélla; algunas de sus líneas entrarán a la caja, pero a continuación salen de ella, de tal forma que su efecto total es cero (una línea que entra es el negativo de una que sale). No importa lo que se haga, el número total de líneas que salen de la caja será $4\pi(Q_1 + Q_2)$.

En resumen, las líneas de fuerza de cuerpos cargados, de forma y distribución arbitrarias, deben cumplir las siguientes reglas:

1. El número total de líneas que salen de un cuerpo con carga total Q es $4\pi Q$.
2. Las líneas de fuerza son continuas. Siempre empiezan y terminan en una carga. De no ser así, se alejan hasta el infinito.
3. Las líneas de fuerza nunca se cruzan. Si esto ocurriera, **E** podría tener dos direcciones diferentes en el punto de intersección.

El formalismo anterior se deriva matemáticamente de la ley de Coulomb y puede usarse en vez de ésta. Usando este formalismo y algunos principios de simetría, se pueden probar los siete enunciados de la página 180. Esto se hará en la siguiente sección. Cabe señalar que la definición de líneas de fuerza empleada, corresponde a la definición de flujo eléctrico que aparece en otros libros de texto. Estos dos términos pueden usarse indistintamente.

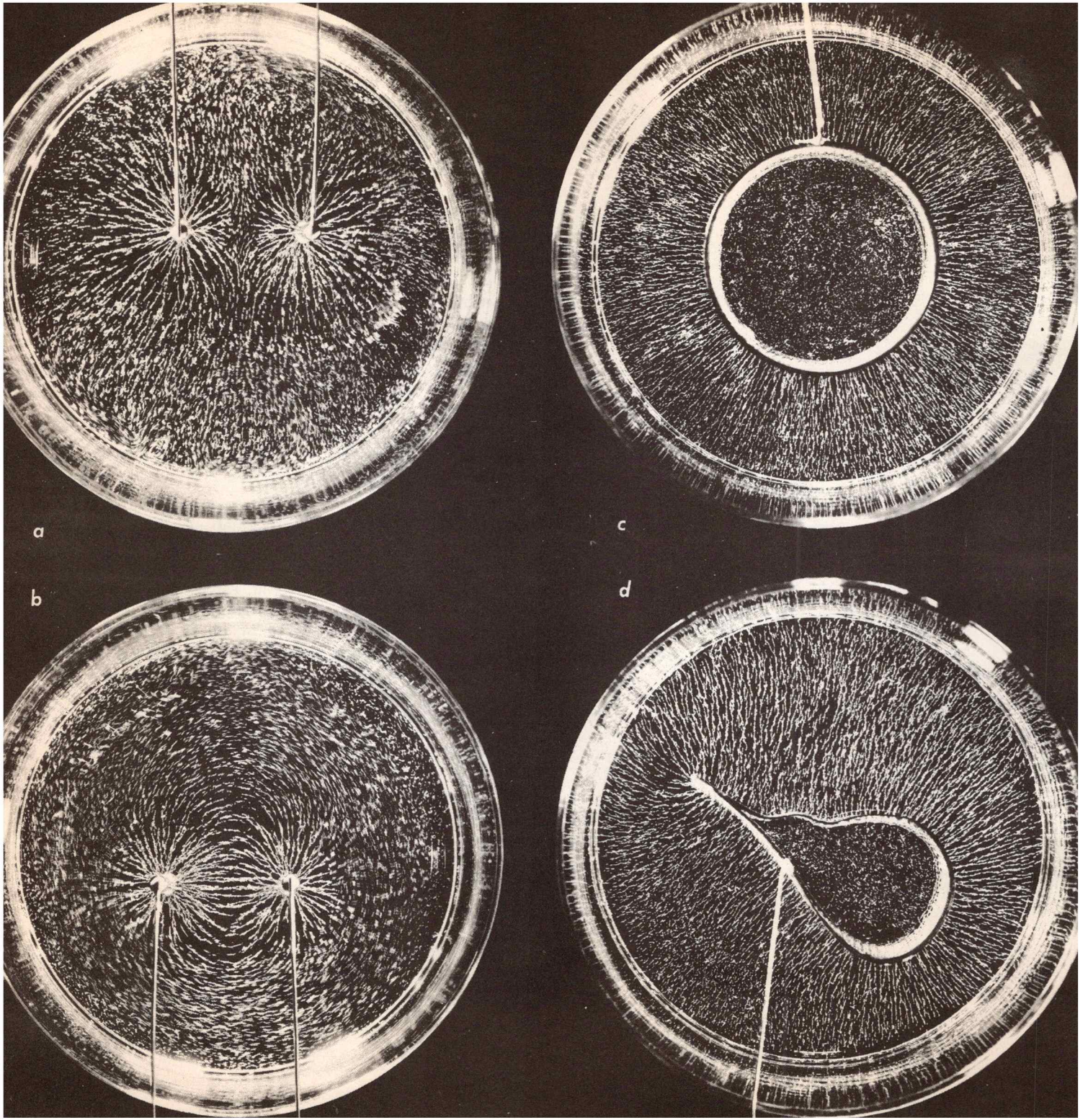
7-7 Distribuciones de carga

Una manera rápida de hacer un número infinito de sumas vectoriales

El modelo cualitativo de líneas de fuerza puede visualizarse para diferentes objetos cargados, suspendiendo semillas de pasto en un líquido aislante, como se muestra en la Fig. 7-11. Al aplicar un campo eléctrico, se inducen cargas opuestas en los extremos de las semillas, logrando con esto que se alineen con la dirección del campo.

Campo debido a una esfera cargada

Dispongamos primero del problema que tanto preocupó a Newton. Considérese una esfera cargada uniformemente con


a
b
c
d

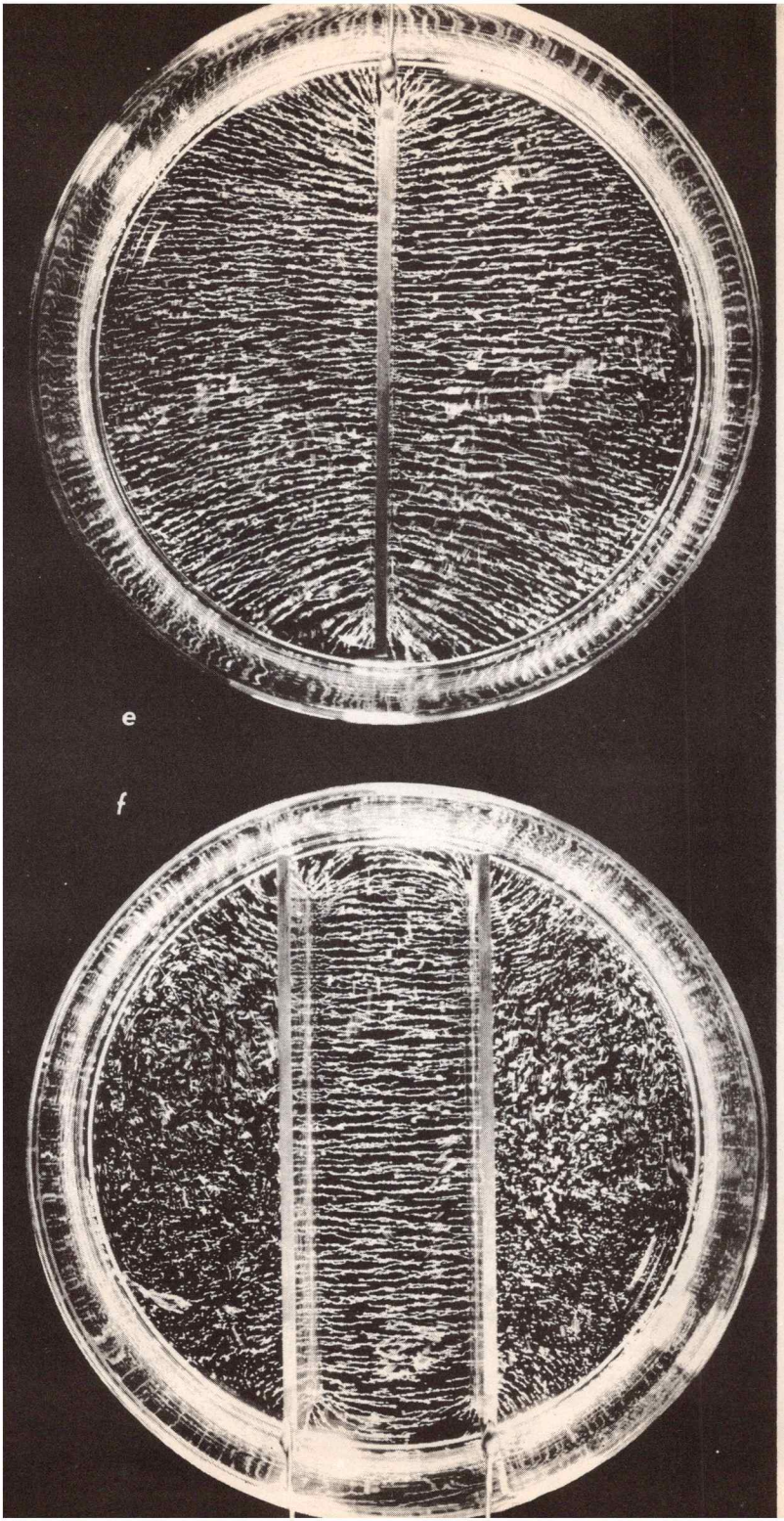


Fig. 7-11. Fotografías de patrones de líneas de fuerza en torno a varios conductores cargados. Para obtenerlas se usaron semillas de pasto suspendidas en un líquido aislante. (Cortesía de Berenice Abbott, Educational Services Inc.).

a) Dos varillas con la misma carga.
b) Dos varillas con la misma carga pero de signo contrario.
c) Un cilindro cargado. Nótese que en todo el interior, el campo es cero.
d) Un conductor cargado de forma arbitraria. Nótese que en el interior el campo es cero.
e) Un plano cargado.
f) Dos planos cargados con igual carga pero de signo contrario. Un condensador.

Fig. 7-12. Líneas de fuerza que parten de una esfera con carga Q y radio R.

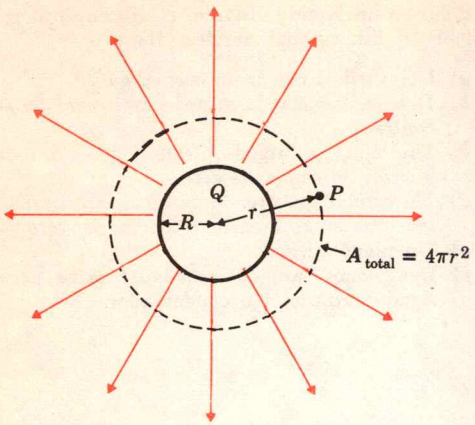
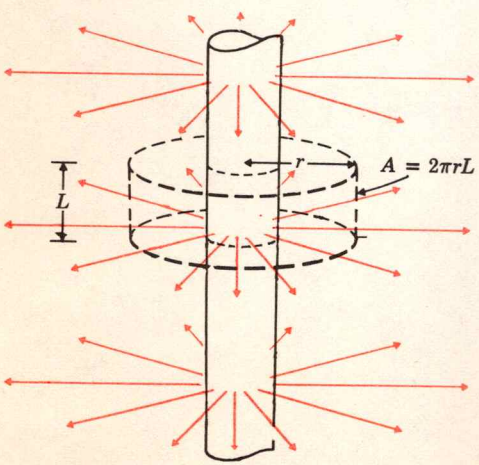


Fig. 7-13. Líneas de fuerza en una superficie cilíndrica uniformemente cargada.



carga total Q. Debido a la simetría, las líneas de fuerza que salen de la esfera tendrán densidad uniforme en todas las direcciones y se alejarán radialmente de su centro. De acuerdo con la Ec. 7-6, el campo en el punto P de la Fig. 7-12 es $E = \frac{N_{total}}{A_{total}}$, en donde $A_{total} = 4\pi r^2$ es la superficie de una esfera de radio r. Pero por la ley de Gauss, se tiene $N_{total} = 4\pi Q$, así que $E = 4\pi Q/4\pi r^2$, o bien $E = Q/r^2$. De acuerdo con la Ec. 7-5, este resultado es el mismo que se obtendría si toda la carga Q estuviera concentrada en un punto en el centro de la esfera. En el caso gravitacional, se usa el campo correspondiente (fuerza gravitacional por unidad de masa) en lugar del campo eléctrico (fuerza electrostática por unidad de carga). Como la fuerza gravitacional también varía con el inverso del cuadrado de la distancia, el formalismo de las líneas de fuerza se puede aplicar también al campo gravitacional y de esta manera se completa la derivación que le tomó a Newton varios años realizar.

Suponga, en la Fig. 7-12, que toda la carga está concentrada en la superficie, en vez de estar uniformemente distribuida en el volumen. Entonces las líneas de fuerza serían las mostradas en la misma figura. Cualesquiera líneas en el interior de la esfera se cruzarían o bien violarían la condición de simetría esférica (no puede existir una dirección radial privilegiada). El campo eléctrico en el interior de una esfera o cilindro, con carga superficial uniforme, debe ser cero.

El campo en el interior de un conductor

Se puede probar que el campo en el interior de un sólido conductor, en el cual no existen corrientes, debe ser cero. Para hacer esto, considérese lo que ocurriría si el campo fuera E, en vez de ser nulo. Los electrones de conducción del interior experimentarían una fuerza de magnitud $-eE$ y consecuentemente se desplazarían. Pero electrones en movimiento constituyen una corriente, violando así la condición de que en el conductor no existan éstas (la electrostática es el estudio de cargas eléctricas en reposo). De hecho, cuando a un sólido conductor se le entrega carga, aparece un campo en su interior y las cargas se desplazan rápidamente hasta alcanzar posiciones de equilibrio estático.

Ahora se puede probar que toda la carga excedente de un conductor, se encuentra en la superficie del mismo. Suponga

Fig. 7-14. Líneas de carga de un plano infinito uniformemente cargado.

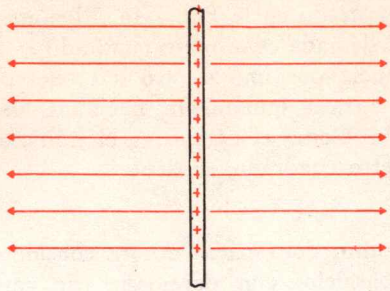
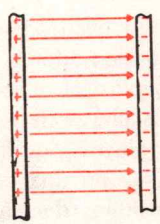


Fig. 7-15. Diagrama de líneas de fuerza para un par de planos infinitos paralelos, con igual carga pero de signo opuesto.



Pregunta 5. ¿Cuál es el campo eléctrico, tanto dentro como fuera, de los planos paralelos de la Fig. 7-15, cuando las cargas en ellos son iguales y del mismo signo? $E_{int} =$ ———, $E_{ext} =$ ———.

que existe una carga q en cualquier parte en el interior del conductor; entonces, de esta carga deben partir $4\pi q$ líneas de fuerza, violando así la condición de que en el interior de un conductor con cargas estacionarias no pueden existir líneas de fuerza.

Campo debido a un cilindro uniformemente cargado

En la Fig. 7-13 se muestra un cilindro con una carga uniforme de ρ statcoulombs por centímetro de longitud, en la dirección del eje del cilindro.* Como no puede existir preferencia en la dirección del eje, las líneas de fuerza deben ser perpendiculares al cilindro y se deben alejar radialmente. Considérese un segmento de L centímetros a lo largo del cilindro. Este segmento contiene una carga ρL y, por lo tanto, de él parten $N = 4\pi\rho L$ líneas. El campo es, por la Ec. 7-6,

$$E = \frac{N}{A} = \frac{4\pi\rho L}{2\pi r L}$$

$$E = \frac{2\rho}{r} \tag{7-10}$$

a una distancia r del eje del cilindro y fuera de éste. Tal resultado también es válido para un alambre cargado, o carga lineal, de ρ statcoulomb/cm.

Ejemplo 7

Se desea encontrar una fórmula para la fuerza por unidad de longitud entre dos alambres cargados paralelos con cargas ρ_1 y ρ_2 statcoulombs/cm respectivamente, separados una distancia de R cm. Por la tercera ley de Newton, la fuerza que experimenta 1 cm del alambre 1 debe ser igual a la que experimenta 1 cm del alambre 2.

La fuerza sobre 1 cm del alambre 2 se puede determinar, encontrando el campo eléctrico debido al alambre 1 en la posición del alambre 2.

$$E_1 \text{ (en el alambre 2)} = \frac{2\rho_1}{R}$$

Entonces la fuerza por unidad de longitud sobre el alambre 2 es su carga por unidad de longitud multiplicada por E_1.

$$\frac{F_2}{L_2} = \rho_2 E_1 = \rho_2 \left(\frac{2\rho_1}{R}\right) = \frac{2\rho_1\rho_2}{R}$$

* Los símbolos ρ y σ son las letras griegas ro y sigma, respectivamente.

Planos cargados

Considérese el plano cargado uniformemente con σ statcoulombs/cm^2, mostrado en la Fig. 7-14. El número total de líneas que parten de cada centímetro cuadrado es $4\pi\sigma$. Como no existe preferencia por uno u otro lado del plano, estas líneas deben repartirse igualmente hacia la derecha que hacia la izquierda. Como el campo es el número de líneas por cada centímetro cuadrado, se tiene

$$E = 2\pi\sigma \tag{7-11}$$

para todos los puntos del espacio. Ahora considérese el caso de dos planos paralelos con densidades de carga iguales pero de signo opuesto (Fig. 7-15). Debido a que **E** es una cantidad vectorial, el campo en cualquier punto del espacio será la suma de los campos individuales, debidos a cada uno de los planos. Entonces, el campo en la región externa de los planos será

$$E = 2\pi\sigma + 2\pi(-\sigma) = 0$$

Al campo entre los planos contribuye un campo $E = 2\pi\sigma$ que parte alejándose del plano de la izquierda y de otro $E = 2\pi\sigma$ apuntando hacia el plano de la derecha. Por tanto:

$E = 2\pi\sigma + 2\pi\sigma$ apuntando hacia la derecha

ó

$$E = 4\pi\sigma \qquad \text{entre las placas} \tag{7-12}$$

Un dispositivo eléctrico común, usado en muchos circuitos eléctricos, es el condensador o capacitor. Ambas palabras se utilizan para designar al mismo dispositivo. Un condensador consiste de dos placas de área A, separadas una distancia pequeña d. En la mayoría de las aplicaciones, el condensador tiene una carga $+Q$ en una de sus placas y $-Q$ en la otra. Entonces, la densidad de carga es $\sigma = Q/A$ y, por la Ec. 7-12

$$E = 4\pi \frac{Q}{A} \tag{7-13}$$

para un condensador de placas paralelas.

En muchos de los condensadores que se emplean en la práctica, el espacio entre las placas se llena con una substancia dieléctrica. Un dieléctrico tiene la propiedad de que, al estar en presencia de un campo eléctrico, en su superficie aparecen cargas eléctricas inducidas que reducen la intensidad

Respuesta 5. En el interior, los campos individuales apuntan en sentido contrario, así que $E_{\text{int}} = 0$. En el exterior estos dos campos se suman, así que $E_{\text{ext}} = 4\pi\sigma$.

del campo en su interior. En este caso, la Q de la Ec. 7-13 debe ser la suma de la carga original más la carga inducida, que es menor y de signo opuesto. Se define como constante dieléctrica del material a la relación entre el campo en el vacío y el campo en el dieléctrico.

7-8 Energía potencial eléctrica

Una cantidad finita de trabajo en una distancia infinita

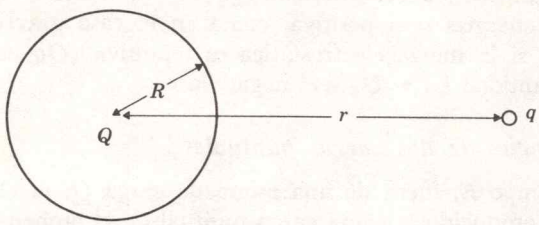
En el capítulo 5 se indicó que pueden existir muchas clases diferentes de energía potencial. Se puede pensar que la energía potencial es energía almacenada susceptible de emplearse posteriormente. De la misma manera que se puede acumular energía al elevar a una masa contra la gravedad (venciendo a la fuerza gravitacional) o tensando un resorte (venciendo a la fuerza del resorte), se puede almacenar también moviendo una carga en contra de una fuerza eléctrica. Si se deja en libertad a la carga, entonces la fuerza eléctrica hará que se acelere y entregue la misma cantidad de trabajo que se realizó en su contra. De acuerdo con la definición de energía potencial de la pág. 123, cuando una carga se mueve del punto A al B, el aumento en su energía potencial es

$$U_B - U_A = -\overline{F_x} \cdot \Delta x \qquad (7\text{-}14)$$

donde F_x es el promedio de la componente x de la fuerza electrostática y Δx es la distancia de A a B. Esta contribución a la energía potencial, debida a las fuerzas electrostáticas, se llama energía potencial eléctrica.

Considérese, como un ejemplo, la energía potencial de una carga de prueba positiva q colocada entre las placas cargadas mostradas en la Fig. 7-15. La fuerza sobre q apunta hacia la derecha y tiene el valor qE. Si se quiere realizar un trabajo positivo sobre q, ésta debe moverse hacia la izquierda. Por lo tanto, q tendrá una energía potencial mayor cuando se encuentre en la placa izquierda, que cuando se encuentre en la derecha. La diferencia en energía potencial es qEd, donde d es la distancia entre las placas. Si la carga tiene libertad de movimiento, se acelerará hacia la placa de la derecha convirtiendo en el camino toda su energía cinética.

Fig. 7-16. Carga puntual q en la vecindad de una esfera cargada con carga total Q.



Pregunta 6. ¿Es cierto o falso que la energía potencial $(U_r - U_R)$ es el trabajo realizado al llevar a la carga q desde r hasta R?

Energía potencial de una esfera y de una carga puntual

Suponga que, como se muestra en la Fig. 7-16, la fuerza F_x es debida al campo eléctrico producido por una esfera con carga total Q; entonces $F = Qq/r^2$. Matemáticamente, este problema es el mismo que el de determinar la energía potencial de una masa m, en un campo gravitacional producido por una esfera de masa M, ya que en este caso $F_G = -GMm/r^2$. Tanto la fuerza electrostática como la gravitacional varían inversamente con el cuadrado de la distancia y una se transforma en la otra reemplazando la constante (GMm) por $(-Qq)$. Por tanto, la fórmula para la energía potencial eléctrica, se obtiene reemplazando, en la Ec. 5-6, a (GMm) por $(-Qq)$.

$$U_r - U_R = -Qq\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)$$

$$= Qq\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$$

Se recuerda que ésta es la cantidad de trabajo necesaria para desplazar a la carga puntual q, desde la superficie de la esfera hasta la distancia r, medida desde el centro (Fig. 7-16). Si la fuerza es atractiva (el producto Qq es negativo), esta diferencia de energías será positiva, como en el caso gravitacional. Pero si la fuerza electrostática es repulsiva (Qq es positivo), la cantidad $U_r - U_R$ será negativa.

Energía potencial de dos cargas puntuales

Como el campo E, fuera de una esfera de carga Q, es el mismo que el producido por una carga puntual Q, el aumento en la energía potencial eléctrica al pasar del punto A al punto B debe ser también

$$U_B - U_A = Qq\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) \qquad (7\text{-}15)$$

en donde r_A y r_B son las distancias a la carga puntual Q. Este es el trabajo realizado contra la fuerza electrostática al mover a q desde el punto A hasta el B. Es interesante notar que esta cantidad de trabajo es independiente del camino seguido al pasar de A a B. Si el trabajo fuera mayor en un camino que en otro, se tendría una fuente perpetua de energía, simplemente viajando de A a B por el camino de menor trabajo y regresando por el de mayor trabajo. Como el

Respuesta 6. Falso. Es el trabajo realizado al moverla de R hasta r.

trabajo realizado por la fuerza electrostática en el viaje de regreso se convierte en energía cinética de la carga, habría una ganancia neta en cada viaje redondo.

En todos los cálculos que se han hecho de la transferencia de energía, sólo ha aparecido el *cambio* en la energía potencial. Sin embargo, es conveniente hablar *de la* energía potencial de una carga de prueba q a una distancia r de una carga puntual Q. Esta definición de energía potencial "absoluta" debe ser arbitraria. En ella interviene el escoger una posición arbitraria, o nivel de referencia, desde la cual se mide la energía potencial. La convención es medir la energía potencial desde la distancia $r = \infty$. Sea U_A este nivel de referencia, en la Ec. 7-15. Entonces $U_A = 0$ y

$$U_B - 0 = Qq\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{\infty}\right)$$

ó

$$U_B = \frac{Qq}{r_B}$$

Energía potencial de dos cargas puntuales

Que usualmente se escribe

$$U = \frac{Qq}{r} \tag{7-16}$$

(energía potencial de dos cargas puntuales separadas una distancia r). El significado físico de esta expresión es que la energía potencial eléctrica U de dos cargas puntuales separadas una distancia r, es la cantidad de trabajo que se necesita para acercar a esta distancia a las dos cargas, habiendo empezado desde una separación infinita. Si las dos cargas tienen la misma polaridad, la fuerza electrostática será repulsiva y se necesitará realizar un trabajo positivo, para acercar a las cargas desde el infinito hasta la distancia r. Sin embargo, si las cargas tienen polaridades opuestas, el trabajo realizado, o la energía potencial, será negativo.

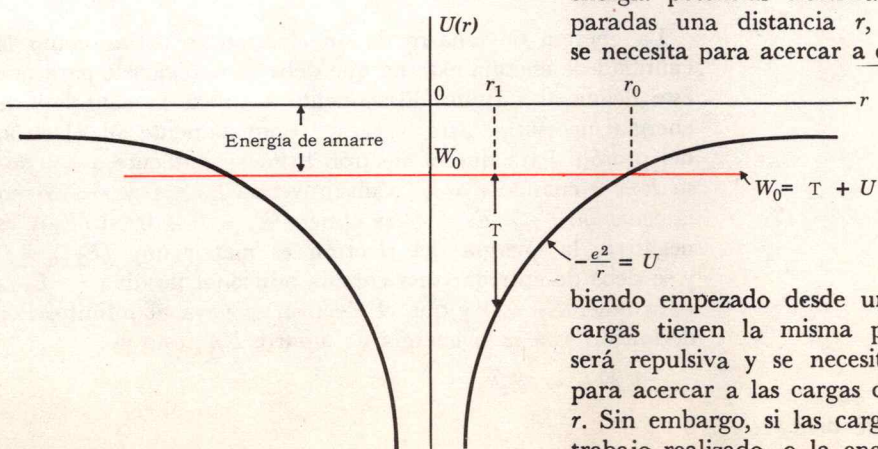


Fig. 7-17. Diagrama de potencial de un electrón en el campo de un protón. La curva es la energía potencial del electrón como una función de su distancia r al protón.

Pregunta 7. ¿Es cierto o falso que la energía potencial de la Ec. 7-16 es el trabajo realizado al mover a q desde r hasta el infinito?

Considérese, como un ejemplo, la energía potencial de un electrón en el campo de un protón. En este ejemplo $Q = e$ (carga del protón) y $q = -e$ (carga del electrón).

Entonces $U = -e^2/r$. La gráfica de esta función se muestra en la Fig. 7-17.

Suponga que el electrón se encuentra inicialmente en reposo a una distancia r_0 del protón. Su energía mecánica total es entonces $(E_T)_0 = E_C + U$, donde $E_C = 0$ y $U = -e^2/r_0$ con el resultado de que $(E_T)_0 = -e^2/r_0$. Si se deja en libertad al electrón, éste se acelerará hacia el protón ganando energía cinética y perdiendo una cantidad correspondiente de energía potencial. De acuerdo con la ley de la conservación de la energía, la suma $(E_C + U)$ debe permanecer constante e igual a su valor inicial $(E_T)_0$. La relación $(E_T)_0 = E_C + U$ puede representarse en forma conveniente mediante el uso de un diagrama de energía potencial (ver pág. 126). En la Fig. 7-17 se representa a la suma $(E_T)_0 = E_C + U$, que tiene un valor constante, como una recta horizontal roja. Como $E_C = (E_T)_0 - U$, la energía cinética es la diferencia entre la altura de esta línea y la altura de la curva que representa a U. En $r = r_0$ esta diferencia es cero; por lo tanto r_0 es la máxima distancia posible a la que se puede alejar del protón, un electrón con energía total $(E_T)_0$. Nótese que en este diagrama, tanto $(E_T)_0$ como U son siempre negativos; sin embargo, la diferencia $[(E_T)_0 - U]$ es positiva siempre que r sea menor que r_0.

Energía de amarre

La energía de amarre de un electrón se define como la cantidad de energía externa que debe comunicársele para que éste llegue al infinito. Físicamente significa la cantidad de energía necesaria para separar completamente al electrón del protón. Para que el electrón llegue justamente a $r = \infty$, su $E = 0$ cuando $r = \infty$. Substituyendo $E_C = 0$ y $r = \infty$ en la ecuación $E_T = E_C + U$ se obtiene $E_T = 0 + 0$. Si $(E_T)_0$ es negativa, la energía del electrón es menor que $(E_T)_0 = 0$ y se debe de entregar una energía adicional positiva $(-E_T)_0$ para tener $E_T = 0$ y que el electrón se vaya al infinito. Por definición ésta es la energía de amarre EA; esto es

$$EA = -(E_T)_0$$

Energía de amarre ó

$$EA = \frac{e^2}{r_0}$$

La energía de amarre siempre será un número positivo.

Respuesta 7. Falso. Es el trabajo realizado al mover a q desde el infinito hasta r.

Ejemplo 8

Un electrón tiene una energía cinética de 1.6×10^{-11} ergs, cuando se encuentra a 2.4×10^{-9} cm de un protón. ¿Cuál es su energía de amarre?

$$(E_T)_0 = E_C + U = E_C - \frac{e^2}{r}$$

$$(E_T)_0 = 1.6 \times 10^{-11} - \frac{(4.8 \times 10^{-10})^2}{2.4 \times 10^{-9}} \text{ erg}$$

$$(E_T)_0 = -7 \times 10^{-11} \text{ erg}$$

Así, la energía de amarre es $EA = -(E_T)_0 = 7 \times 10^{-11}$ ergs

Ejemplo 9

En el modelo de Bohr para el átomo de hidrógeno, el electrón se encuentra en una órbita circular de radio $R = 5.3 \times 10^{-9}$ cm. (*a*) Encuentre una fórmula para la energía de amarre en términos de e y R solamente. (*b*) ¿Cuál es la energía de amarre expresada en ergs?

La energía de amarre es

$$EA = -(E_T)_0$$

$$= -\left(\frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{R}\right)$$

Se puede encontrar otra expresión para v igualando la fuerza centrípeta con la fuerza electrostática:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{e^2}{R^2}$$

ó

$$mv^2 = \frac{e^2}{R}$$

Substituyendo en la ecuación para la energía de amarre se obtiene

$$-(E_T)_0 = -\frac{1}{2}\left(\frac{e^2}{R}\right) + \frac{e^2}{R}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{e^2}{R}\right) \text{ es la respuesta de la parte } (a)$$

$$= \frac{1}{2}\frac{(4.8 \times 10^{-10})^2}{5.3 \times 10^{-9}}$$

$$= 21.8 \times 10^{-12} \text{ erg}$$

7-9 Potencial eléctrico

De dónde provienen los volts

Pregunta 8. Suponga que el potencial eléctrico aumenta a medida que se mueve a lo largo del eje x. ¿Cuál es la dirección de E_x?

De la misma manera que la fuerza eléctrica por unidad de carga es una cantidad conveniente para trabajar, así lo es la energía potencial eléctrica por unidad de carga. A la fuerza

por unidad de carga se le dio el nombre de campo eléctrico. A la energía potencial eléctrica por unidad de carga se le da el nombre de potencial eléctrico. *Por definición, el potencial eléctrico en cualquier punto del espacio, es el trabajo realizado para llevar una carga unitaria positiva desde el infinito hasta ese punto.* Las unidades para el potencial en el sistema CGS son ergs/statcoulombs. Esta unidad recibe el nombre especial de statvolt. En el sistema MKS la unidad correspondiente es el joule/coulomb que recibe el nombre especial de volt. El factor de conversión es

1 statvolt = 300 volts

Si una carga de prueba q tiene una energía potencial eléctrica U en un punto dado del espacio, su potencial V en ese punto es

$$V = \frac{U}{q} \tag{7-17}$$

El trabajo realizado al mover una carga q una distancia Δx contra un campo E, es la fuerza $-qE_x$ multiplicada por el desplazamiento Δx. Por tanto

$$\Delta U = -qE_x \Delta x$$

es el aumento en energía potencial eléctrica. Dividiendo ambos miembros entre q, se obtiene

$$\Delta V = -E_x \Delta x \tag{7-18}$$

Ejemplo 10

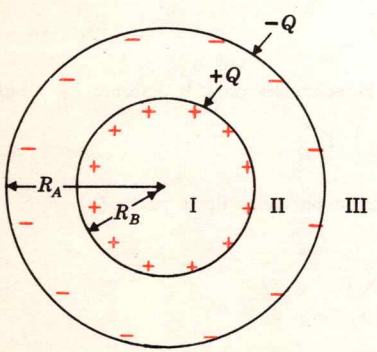
La energía potencial eléctrica de un electrón es 21.8×10^{-12} ergs. (*a*) ¿Cuál es su potencial, expresado en statvolts? (*b*) ¿Cuál es el potencial, expresado en volts?

$$V = \frac{U}{q} = \frac{21.8 \times 10^{-12}}{4.8 \times 10^{-10}} = 0.0453 \text{ statvolt}$$

Como 1 statvolt = 300 volts, la conversión se obtiene multiplicando por 300.

$V = 300 \times 0.0453 = 13.6$ volts

Fig. 7-18. Un condensador esférico que consiste de dos casquetes concéntricos de radios R_A y R_B.



Respuesta 8. E_x está en la dirección de x negativa y tiene el valor $E_x = -\dfrac{\Delta v}{\Delta x}$.

Capacitancia

Una aplicación simple de la Ec. 7-18, es calcular la diferencia de potencial V entre las placas de un condensador. Como E es constante entre las placas, la diferencia de potencial entre éstas es $V = -Ed$, donde d es la separación

entre ellas. Substituyendo el valor de E, dado por la Ec. 7-13, se obtiene, para la magnitud de V:

$$V = \frac{4\pi d}{A} Q \tag{7-19}$$

Nótese que la diferencia de potencial es directamente proporcional a la carga. La relación entre la carga y la diferencia de potencial es una cantidad muy útil y se le define como la capacitancia, o capacidad, C.

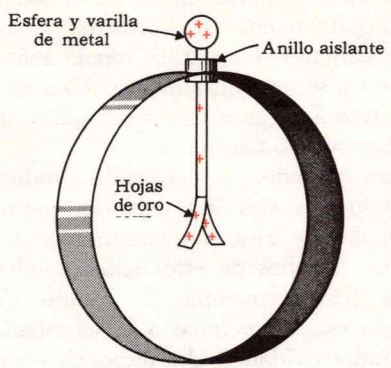
$$C = \frac{Q}{V} \tag{7-20}$$

La capacitancia de un condensador de placas paralelas se obtiene substituyendo el segundo miembro de la Ec. 7-19, en la Ec. 7-20.

$C = \dfrac{A}{4\pi d}$ para un condensador de placas paralelas.

Cuando existe un dieléctrico entre las placas, E y por lo tanto V, se reducen por un factor ϵ para una carga aplicada Q. La capacitancia para un condensador de placas paralelas, con un dieléctrico con constante ϵ, es $C = \epsilon(A/4\pi d)$.

Fig. 7-19. Un electroscopio cargado.



Ejemplo 11

El condensador esférico mostrado en la Fig. 7.18, tiene una carga $+Q$ en su esfera interior y una carga $-Q$ en el exterior. ¿Cuál es el campo electrostático en las regiones I, II y III? ¿Cuál es su capacitancia?

Las líneas de fuerza existen solamente en la región II; $4\pi Q$ líneas dejan la superficie interior y llegan a la exterior. Por lo tanto E_I y E_{III} son 0. El campo en la región II es $4\pi Q$ (el número total de líneas) dividido entre $4\pi r^2$ (el área total a través de la cual pasan estas líneas). Por lo tanto $E_{II} = Q/r^2$. Como éste es el mismo campo que el producido por una carga puntual Q, se puede usar la Ec. 7-15 para obtener la diferencia del potencial.

$$V_B - V_A = \frac{Q}{R_B} - \frac{Q}{R_A}$$

$$\frac{Q}{V_B - V_A} \qquad \frac{1}{\dfrac{1}{R_B} - \dfrac{1}{R_A}}$$

$$C = \frac{R_A R_B}{R_A - R_B} \text{ es la capacidad}$$

El electroscopio

En la Fig. 7-19 se muestra un dispositivo usado para detectar cargas y medir potenciales eléctricos. Si la esfera de metal de la parte superior se toca con un conductor cargado, las hojas de metal delgadas (panes de oro o de aluminio) adquieren el mismo potencial que el conductor. La carga sobre las hojas será proporcional a la diferencia de potencial entre las hojas y la cubierta. La fuerza repulsiva entre las hojas debida a sus cargas, que son idénticas, se mide observando la magnitud de la deflección.

Un electroscopio también puede cargarse por inducción de la misma forma que la esfera de la Fig. 7-5. Un electroscopio cargado puede utilizarse para detectar la presencia de carga, así como para determinar su signo. Suponga que una varilla cargada negativamente se aproxima a un electroscopio igualmente cargado. La varilla repele más electrones hacia las hojas y éstas se separan aún más. Una varilla cargado positivamente traerá algunos electrones sobrantes hacia la esfera y las hojas se aproximarán.

Un electroscopio cargado irá perdiendo gradualmente su carga, en un período de varios días, debido a que un pequeño número de moléculas de aire son continuamente ionizadas por rayos cósmicos. Algunos de estos iones pueden cancelar parte de la carga del electroscopio. La rapidez de descarga de un electroscopio es proporcional a la cantidad de radiación de fondo (radiactividad). Un dispositivo común para medir la dosis de radiación recibida por el personal, es un pequeño electroscopio del tamaño de un lápiz. La cantidad de descarga de este dosímetro de bolsillo puede leerse fácilmente poniéndolo contra la luz. Este dispositivo simple tiene un gran valor para la defensa civil.

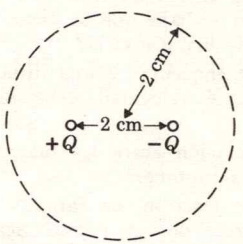
Resumen

Nos encontramos a la mitad del camino del estudio de la teoría de la electricidad. Sabemos, en principio, cómo calcular las fuerzas y las energías de objetos cargados en reposo. En el capítulo 8 se estudiará un nuevo tipo de fuerza, que aparece sólo cuando las cargas están en movimiento. A esta fuerza se le llama magnética y se verá que puede utilizarse como una corrección relativista de la ley de Coulomb. También se verá que esta fuerza magnética explica al magnetismo y los motores eléctricos. A continuación se estudiará otra clase

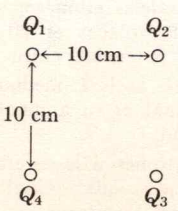
de fenómenos (inducción electromagnética) que ocurren sólo cuando las corrientes eléctricas cambian de valor. Finalmente todas las leyes de la electricidad se combinan en un esfuerzo para probar que una corriente variable debe radiar una onda electromagnética viajera con velocidad $v = c$. El punto culminante del capítulo 8 será demostrar el gran éxito final de la Física clásica: La explicación de la luz en términos de la teoría de la electricidad.

Problemas

Prob. 3



Prob. 7



1. Se aplica una carga positiva a una esfera metálica. ¿Aumenta, disminuye o permanece constante la masa de la esfera?
2. Una carga de -40 ues se coloca a 10 cm de una carga de $+90$ ues:
   a) ¿Cuál es la fuerza entre ellas?
   b) ¿Cuántas líneas de fuerza van al infinito? (suponiendo que no existen otras cargas).
3. Un dipolo eléctrico consiste de dos cargas, $+Q$ y $-Q$, de 100 statcoulombs cada una separadas 2 cm,
   a) ¿Cuál es el número neto de líneas de fuerza que atraviesan la superficie esférica punteada?
   b) ¿Cuál es el potencial eléctrico en el centro de la esfera?
   c) ¿Cuál es el campo eléctrico en el centro de la esfera?
4. Una carga negativa de -10 statcoulombs se encuentra en el centro de una esfera metálica hueca, la cual tiene una carga superficial positiva de 15 statcoulombs.
   a) Dibuje un diagrama de líneas de fuerza que represente al campo eléctrico resultante.
   b) ¿Cuál es el número neto de líneas de fuerza que atraviesan a la esfera?
5. Una carga de 6×10^3 ues se encuentra a 1 m de una esfera de saúco de 3 gr que tiene una carga de 300 ues, ¿Cuál es la aceleración inicial de la esfera de saúco?
6. Una carga de $+400$ ues está colocada en la esquina de un cuadrado de 10 cm de lado y en la esquina opuesta está una carga de $+300$ ues. Encuentre la fuerza total sobre una carga de $+10$ ues, colocada en alguna de las otras esquinas del cuadrado.
7. Un cuadrado de 10 cm de lado tiene colocadas, en cada una de sus esquinas, cargas de 100 ues de magnitud. Encuentre la magnitud y dirección de E en el centro del cuadrado, si los signos de Q_1, Q_2, Q_3 y Q_4 son:
   a) $+, +, +, +$
   b) $+, -, +, -$
   c) $+, +, -, -$
8. Calcule los potenciales en el centro del cuadrado del problema anterior para los incisos (*a*), (*b*) y (*c*). El potencial resultante es la suma algebraica de los potenciales individuales.

9. ¿Cuáles de las siguientes cantidades físicas tienen unidades de campo eléctrico: B (en gauss); q/r; q/r^2; $volts/cm$; E_T/q; Cq?

10. Un acelerador de alta energía dispara un haz de protones, con energía cinética $E_c = 1.6 \times 10^{-5}$ ergs, sobre gas de hidrógeno.
a) ¿Cuál será la energía potencial eléctrica, expresada en ergs, entre un protón del haz y un núcleo de hidrógeno, cuando su aproximación es máxima?
b) ¿Será positiva o negativa esta energía potencial?
c) ¿Cuál es, en cm, la distancia de mayor acercamiento?

11. ¿Cuántos electrones existen en un gramo de hidrógeno, carbón y uranio 238?

12. Una varilla cargada negativamente se acerca a un electroscopio descargado. Las hojas de éste se separan. ¿Cuál es la carga sobre las hojas? A continuación se toca ligeramente con la mano la esfera del electroscopio y se aleja la varilla cargada. ¿Cuál es ahora la carga en las hojas?

13. Un electroscopio se carga por inducción con una varilla de vidrio que se frotó con seda. A continuación se aproxima una carga desconocida y se observa que las hojas convergen. ¿Cuál es el signo de la carga desconocida?

14. Suponga que en el núcleo de helio existen dos protones, separados una distancia de 1.5×10^{-13} cm.
a) ¿Cuál es la fuerza electrostática entre ellos?
b) ¿Cuál es el trabajo que se tiene que realizar para aproximarlos desde esa distancia?

15. Un electrón se encuentra a una distancia de 5.3×10^{-9} cm de un protón. ¿Qué velocidad debe alcanzar para escapar del protón?

16. ¿Cuál es la relación entre las fuerzas electrostática y gravitacional para dos protones?

17. Considere a un electrón, de carga $-e$, separado una distancia R de un neutrón, de carga cero. Sean m y M las masas del electrón y del neutrón, respectivamente.
a) ¿Cuál sera la fuerza entre ellos, en términos de la distancia R y de cualquier otra constante física universal?
b) Suponga que el electrón se encuentra en una órbita circular en torno al neutrón. ¿Cuál es la fuerza entre ellos, en términos de m, R y v (la velocidad circular del electrón)?
c) ¿Cuál es le energía cinética del electrón, en términos de G, m, M y R?
d) ¿Cuál es la energía potencial del electrón? (Suponga que $U = 0$ cuando $R = \infty$).

18. Dos placas paralelas están separadas una distancia de 2 cm. El campo entre las placas es 20 dinas/statcoulomb. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas?

19. Un electrón se acelera mediante una diferencia de potencial de 1 volt. ¿Cuál es su aumento en energía? Repita el cálculo para un protón.

20. Se atraen electrones a la esfera cargada de un Van de Graaff de un millón de volts. ¿Cuál es su energía cinética en ergs, cuando alcanzan la esfera?

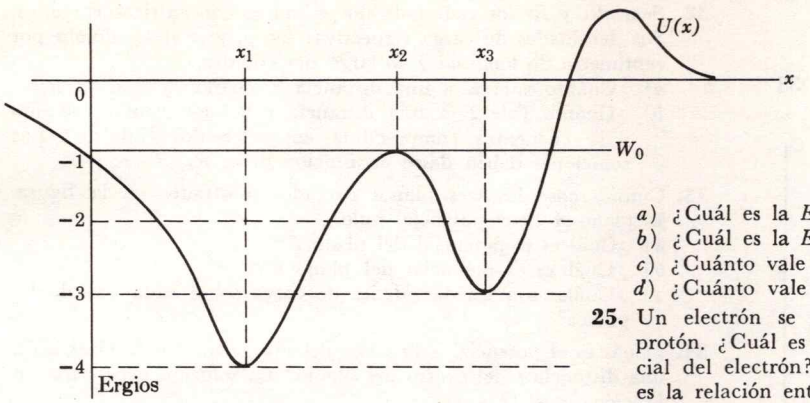
21. Considere el caso de dos placas infinitas paralelas separadas una distancia de 8 cm. Ambas tienen una carga de 5 ues/cm^2.
a) ¿Cuál es el campo eléctrico entre las placas?
b) ¿Cuál es el campo eléctrico a 3 cm fuera de la placa de la izquierda?

22. Suponga que una esfera de carbono de 1 cm de diámetro, tiene un electrón adicional por cada millón de protones.
a) Si su densidad es $D = 1.7$ gr/cm^3, ¿cuál es la carga?
b) ¿Cuál es el campo eléctrico en la superficie de la esfera?

23. Haga una gráfica del diagrama de potencial para el condensador de placas paralelas de la Fig. 7-15.

24. La figura muestra el diagrama de energía potencial de una carga q en las vecindades de otras cargas estacionarias. La carga q puede moverse libremente (no hay fuerzas externas). La energía total (sin contar la energía en reposo) de q es $(E_T)_0 = E_C + U$

Prob. 24



a) ¿Cuál es la E_C de q cuando se encuentra en x_1?
b) ¿Cuál es la E_C de q cuando se encuentra en x_2?
c) ¿Cuánto vale U en x_1?
d) ¿Cuánto vale $(E_T)_0$ en x_3?

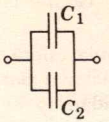
25. Un electrón se encuentra en órbita circular en torno a un protón. ¿Cuál es la relación entre las energías cinética y potencial del electrón? ¿Es positiva o negativa esta relación? ¿Cuál es la relación entre la energía de amarre y la energía cinética?

26. Grafique el diagrama de potencial para el condensador esférico mostrado en la Fig. 7-15.

27. Dos placas metálicas de 100 cm^2 de área, están separadas una distancia de 2 cm. La carga en la placa de la izquierda es de -5 ues y la de la derecha es de -10 ues.
a) ¿Cuál es el campo inmediatamente a la izquierda de la placa izquierda?
b) ¿Cuál es el campo entre las placas?
c) ¿Cuál es el campo inmediatamente a la derecha de la placa derecha?
d) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas?

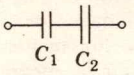
28. Suponga que la Tierra tiene densidad uniforme.
a) Si su diámetro fuera la mitad de lo que mide en realidad, ¿Cuál sería su masa, en función de M_0, la masa de Tierra?
b) ¿Cuál sería el valor de g sobre la superficie de esta Tierra reducida a la mitad?
c) Considerando ahora la Tierra con su tamaño normal, si se excavara un agujero cuya profundidad fuera igual a la mitad de la distancia al centro, ¿cuál sería el valor de g en el fondo del agujero?

Prob. 30



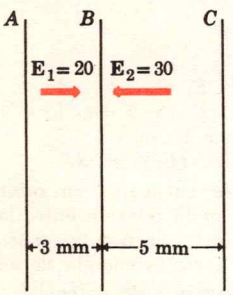
En paralelo

Prob. 31



En serie

Prob. 33



29. Supóngase que la Tierra tuviera un exceso de carga superficial de 1 electrón/cm^2.
a) ¿Cuál sería el campo eléctrico exactamente bajo la superficie?
b) ¿Cuál sería el campo eléctrico exactamente sobre la superficie?
c) ¿Cuál sería el valor del potencial terrestre?

30. Dos condensadores, C_1 y C_2, se conectan en paralelo. ¿Cuál es la capacidad total, C, de esta combinación?
Sugestión: $C = \dfrac{Q_1 + Q_2}{V}$

31. ¿Cuál es la capacidad de dos condensadores conectados en serie? Sugestión: Puesto que los dos condensadores llevan consigo la misma carga Q, se tiene
$$C = \frac{Q}{V_1 + V_2}$$

32. Sean R_1 y R_2 los radios de dos cilindros concéntricos cargados. Sus densidades de carga respectivas son ρ_1 y ρ_2 statcoulombs por centímetro de longitud a lo largo del cilindro.
a) ¿Cuánto vale E a una distancia r, cuando $r > R_2 > R_1$?
b) ¿Cuánto vale E a una distancia r del eje común, cuando r se encuentra comprendida entre los dos cilindros? Las soluciones deben darse en función de r, R_1, R_2, ρ_1 y ρ_2.

33. Considérense los tres planos cargados mostrados en la figura. El plano A tiene potencial nulo.
a) ¿Cuál es el potencial del plano B?
b) ¿Cuál es el potencial del plano C?
c) ¿Cuáles son las densidades de carga sobre cada uno de los planos?

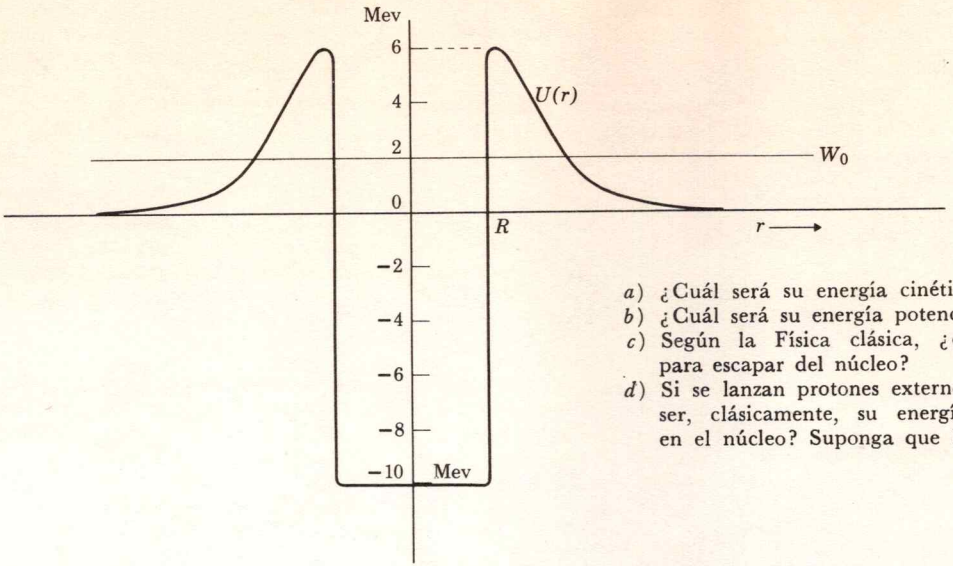
34. ¿Cuál es el potencial a lo largo del eje de un dipolo eléctrico a una distancia r del centro del dipolo? La solución debe darse en función de r, Q y L.

35. El campo gravitacional se define como la fuerza gravitacional por unidad de masa. Si se define al número de líneas de fuerza gravitacional por cm^2 como igual al valor del campo gravitacional, ¿cuántas líneas de fuerza gravitacional entran a un cuerpo de masa M?

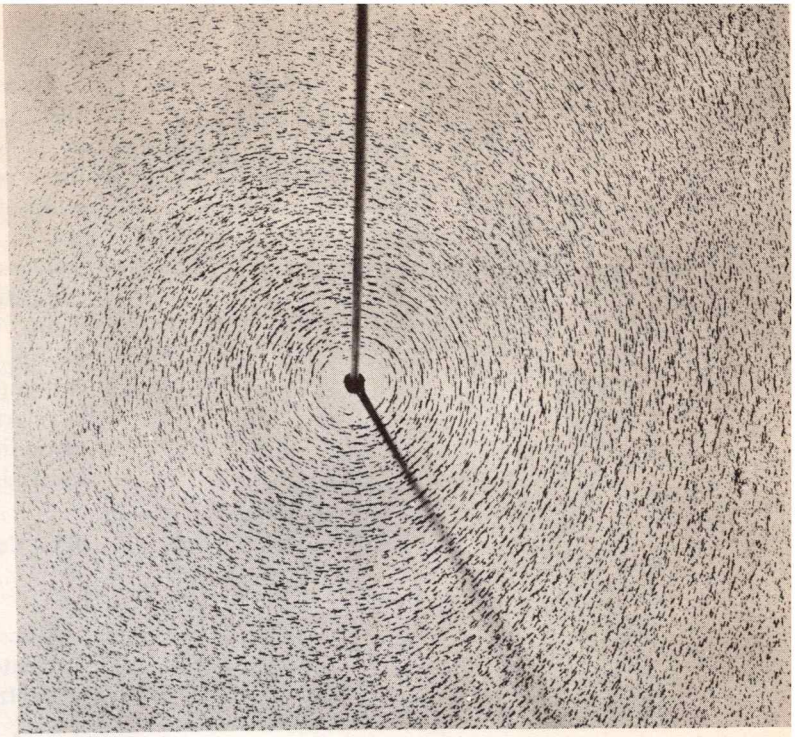
36. En un átomo del tipo hidrógeno, sólo un electrón (de carga $-e$) circula, a una distancia R, alrededor de un núcleo estacionario de carga Ze.
a) ¿Cuál es la fuerza electrostática entre el electrón y el núcleo?
b) Sea T el tiempo necesario para que el electrón complete una órbita. ¿Cuál es, en términos de R y T, la aceleración del electrón?
c) ¿Cuánto es T, expresado en términos de e, m, Z y R?

37. Sea Mev un simbolo para designar a una nueva unidad de energía (1 Mev $= 1.6 \times 10^{-6}$. Suponga que un protón "ve" una curva de energía potencial U (r) como la mostrada en la figura, a medida que se acerca a cierto núcleo atómico. Suponga también que un protón de energía total $(E_T)_0 = 2$ Mev se encuentra atrapado en el núcleo de radio R.

Prob. 37

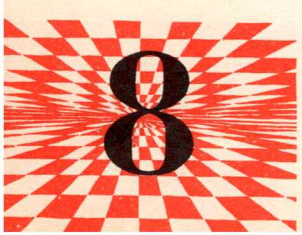


a) ¿Cuál será su energía cinética dentro del núcleo?
b) ¿Cuál será su energía potencial dentro del núcleo?
c) Según la Física clásica, ¿qué energía adicional necesita para escapar del núcleo?
d) Si se lanzan protones externos contra el núcleo, ¿cuál debe ser, clásicamente, su energía cinética para que penetren en el núcleo? Suponga que los protones parten del infinito.



Electromagnetismo

Capítulo 8



En este capítulo se completará el estudio de la teoría de la electricidad. El capítulo 9 trata con más detalle aplicaciones de la teoría tales como la electrónica y teoría de circuitos. Aquí por primera vez se encuentran dos nuevos tipos de fenómenos eléctricos fuerzas intensas entre corrientes (cargas en movimiento) y un campo eléctrico producido por cambios de corriente. El nuevo tipo de fuerza se llama fuerza magnética y el fenómeno de un campo eléctrico inducido se llama inducción electromagnética. El punto culminante de este capítulo será una demostración de que un cambio de corriente radía una onda electromagnética que se propaga con la velocidad $v = c$. La explicación de la luz en términos de la teoría de la electricidad fue el último gran logro de la llamada física clásica.

8-1 Corriente eléctrica

Electricidad

Antes de pasar a discutir una nueva clase de fuerza entre corrientes, es necesario primero definir corriente. La corriente eléctrica I se define por la siguiente ecuación

Corriente eléctrica

$$I = \frac{Q}{t} \tag{8-1}$$

donde Q es la cantidad de carga neta que pasa a través de una área dada en un tiempo t. El statampere se define como un statcoulomb por segundo. La unidad en el sistema MKS es un coulomb por segundo y se llama un ampere. Entonces

$$1 \text{ amp} = 3 \times 10^9 \text{ statcoul/seg} = 3 \times 10^9 \text{ statamp} \tag{8-2}$$

En un alambre metálico, las cargas positivas (núcleos atómicos) no pueden moverse; ellas están ligadas en una estructura cristalina. Sin embargo, los electrones exteriores o electrones de conducción tienen completa libertad para moverse a lo largo del conductor. Esto es contrario a todas las ideas de la física clásica y sólo puede explicarse usando mecánica cuántica como se hace en el capítulo 14. Si a través de cualquier área dada del conductor pasan N electrones por segundo, la magnitud de la corriente es Ne, donde e es la carga del electrón.

Pero, ¿cuál es la dirección de la corriente? Según la convención establecida por Benjamín Franklin, una corriente que fluye hacia una placa de un condensador dotará a la

placa de carga positiva. No obstante, actualmente se sabe que una placa del condensador se carga positivamente, debido a la *extracción* de electrones de la placa. En consecuencia, la conducción de electrones siempre es opuesta a la dirección de la corriente. Si la carga del electrón se hubiese escogido como positiva en lugar de negativa, no existiría esta dificultad.

Ejemplo 1

En el modelo de Bohr para el átomo de hidrógeno ¿Cuál es el valor de la corriente electrónica que circunda al protón?

La corriente será e multiplicado por el número de veces por segundo que el electrón pasa por un punto dado de su órbita. Es decir, $I = fe$, donde $f = v/2\pi R$ *es la frecuencia orbital.*

$$I = \frac{ev}{2\pi R}$$

De la página 177 se tiene $v = 2.18 \times 10^8$ cm/seg y $R = 5.3 \times 10^{-9}$ cm. Haciendo las substituciones numéricas la expresión anterior resulta

$I = 3.14 \times 10^6$ statamp $= 1.05 \times 10^{-3}$ amp

También es posible producir corriente moviendo una línea de carga de ρ statcoulombs por centímetro con una velocidad v a lo largo de su longitud. Entonces, la cantidad de carga que pasa por un punto dado en un segundo es ρ veces la longitud del conductor que pasa por ese punto en un segundo. En este caso

$$I = \rho v \qquad (8\text{-}3)$$

para una carga lineal en movimiento de ρ statcoulomb/cm.

Ejemplo 2

Una corriente de un ampere fluye a través de un alambre de cobre de 1 mm^2 de sección. ¿Cuál es la velocidad de arrastre promedio v de los electrones de conducción?

Calculemos primero el número $\mathfrak{N}$, de electrones de conducción por centímetro del alambre. Entonces $\rho = \mathfrak{N}e$ y podemos calcular v de la ecuación $I = \rho v$. Supongamos un electrón de conducción por átomo, el número de electrones de conducción por cm^3 es el número de moles, por cm^3 multiplicado por el número de Avogadro, es decir $\frac{D}{A} N_0$, en donde D es la intensidad, A el peso atómico y N_0 el número de Avogadro

$$\frac{D}{A} N_0 = \frac{8.9 \text{ gm/cm}^3}{63.6 \text{ gm/mol}}$$

$\times 6.02 \times 10^{23}$ átomos/mol $= 8.45 \times 10^{22}$ átomos/cm^3.

Pregunta 1- Señale la respuesta correcta.
La corriente es
- ☐ Carga/cm^3 multiplicada por la velocidad
- ☐ Carga por unidad de área multiplicada por la velocidad
- ☐ Ninguna.

Un centímetro de longitud del alambre tiene un volumen de 10^{-2} cm^3 y por lo tanto contiene $\mathcal{N} = 8.45 \times 10^{20}$ electrones de conducción/cm. Entonces

$$\rho = \mathcal{N}e = (8.45 \times 10^{20})(4.8 \times 10^{-10}) = 4.06 \times 10^{11} \text{ statcoul/cm.}$$

De acuerdo con la Ec. 8-3 la velocidad de arrastre es

$$v = \frac{I}{\rho} = \frac{3 \times 10^9 \text{ statcoul/seg}}{4.06 \times 10^{11} \text{ statcoul/cm}} = 0.74 \times 10^{-2} \text{ cm/seg}$$

La corriente también puede fluir en líquidos y gases. Las luces fluorescentes y de neón son ejemplos de corrientes en gases. En éstos, la corriente es debida tanto al movimiento de iones positivos como de electrones. Sin embargo, los electrones son mucho más rápidos y son la mayor contribución a la corriente. Cuando un electrón choca con un ion o átomo del gas, la energía cinética de la colisión puede ser absorbida por el átomo y entonces radiada en la forma de radiación electromagnética, la cual puede ser captada por el ojo como la luz visible.

Muchos líquidos contienen iones libres y por lo tanto son capaces de conducir electricidad. Si dos placas de metal o electrodos se conectan a una fuente de voltaje y se insertan en un líquido, la corriente consistirá tanto de iones positivos como negativos, que se mueven en direcciones opuestas hacia sus electrodos respectivos. Cuando los iones alcanzan los electrodos, se neutralizan. Por ejemplo, si se disuelve sal de mesa (NaCl) en agua, los iones de Na^+ fluyen hacia el electrodo negativo y los iones de Cl^- hacia el positivo. Cuando los iones de Cl^- se neutralizan, se combinan químicamente para formar CL_2 (gas cloro) que se desprende en forma de burbujas. Este proceso de descomposición química se llama electrólisis y tiene muchas aplicaciones comerciales.

Respuesta 1. Las unidades de la primera respuesta son

$$\frac{Q}{L^3} \times \frac{L}{T} = \frac{Q}{L^2T}.$$

y las de la segunda son

$$\frac{Q}{L^2} \times \frac{L}{T} = \frac{Q}{LT}.$$

Ninguna es correcta. Las unidades de la corriente son $\frac{Q}{T}$.

Elementos de corriente

Se define un elemento de corriente como el producto de la corriente I en un conductor multiplicado por un segmento Δl del mismo.

$$\text{Elemento de corriente} = I\,\Delta l = (\rho v)\,\Delta l$$
$$= (\rho\,\Delta l)\,v$$

Pero $(\rho\,\Delta l)$ es la cantidad de carga móvil en Δl; que denominándola q, resulta en

$$I\,\Delta l = qv \qquad (8\text{-}4)$$

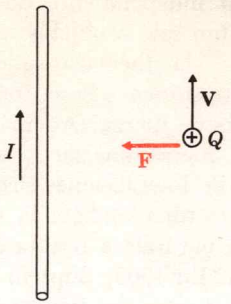
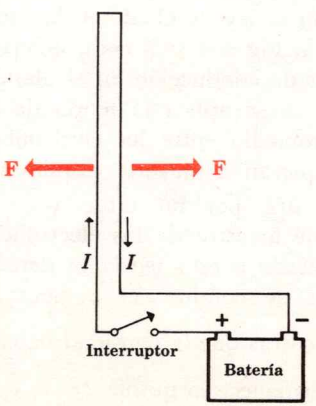


Fig. 8-1. Fuerza entre una carga Q en movimiento y una corriente.

Fig. 8-2. Circuito para observar la fuerza entre corrientes paralelas.



Pregunta 2. ¿Cuáles son las unidades de un elemento de corriente?

Puede observarse que una carga puntual q en movimiento, es matemáticamente equivalente a un elemento de corriente y por consiguiente las fuerzas sobre cargas en movimiento y sobre corrientes serán prácticamente la misma cosa.

8-2 La fuerza magnética

Una corrección relativista a la ley de Coulomb

Hasta ahora, en nuestro estudio de la electricidad, sólo se ha introducido una nueva ley fundamental (la ley de Coulomb) y en ella se especificó estrictamente que todas las cargas deberán estar en reposo. Esto se hizo por razones de conveniencia. Ocurre que cuando las cargas se mueven, aparece una nueva fuerza que deberá sumarse a la fuerza de Coulomb: la fuerza magnética. En efecto, en algunos casos donde la ley de Coulomb predice una fuerza igual a cero, pueden existir grandes fuerzas magnéticas. En la Fig. 8-1 se muestra un ejemplo de esto. Una carga Q en movimiento en presencia de una corriente I sentirá una fuerza proporcional a la corriente que circula por el alambre y también proporcional a la velocidad V de la carga Q. Esto es cierto aun si la carga neta en el alambre es cero; esto es ¡el campo eléctrico que actúa sobre Q es nulo! Aún así se observará una fuerza $F_m \propto \frac{QVI}{r}$. Esta fuerza es la que da lugar a la deflexión de los electrones móviles en un tubo de televisor. Cambiando I en los alambres que circundan el tubo, la fuerza sobre el haz electrónico cambia y mueve el punto luminoso producido por el choque de electrones en la pantalla (Ver Fig. 8-15). Otro ejemplo de esta "extraña" fuerza magnética es la fuerza atractiva que se observa entre corrientes paralelas (Fig. 8-2). La esencia del motor eléctrico es la fuerza magnética que actúa entre dos alambres paralelos sin carga, cuando a través de ellos circula una corriente. Todo lo que se necesita para observar este fenómeno es una batería, un switch y un alambre como se muestra en la Fig. 8-2. Cuando se cierra el interruptor, los alambres se repelen apreciablemente. No debe dejarse cerrado el interruptor por mucho tiempo pues este tipo de conexión es un corto circuito y la corriente en estos casos es muy intensa; los alambres se calientan demasiado y la batería se descarga rápidamente.

Explicación de la fuerza magnética en términos de la ley de Coulomb y la relatividad

Propiamente, esta nueva fuerza entre alambres neutralmente cargados sería independiente de la fuerza de Coulomb, que es aplicable tan sólo a objetos cargados. Así, se le dio un nombre distinto —la fuerza magnética— para distinguirla de la fuerza electrostática. ¿Pero, son realmente independientes estas dos clases de fuerza? Además de la interacción gravitacional y de la fuerza nuclear, ¿tendremos que tratar con dos tipos básicos de interacciones eléctricas: la electrostática y la magnética? Afortunadamente la respuesta es no.

Usualmente la naturaleza resulta ser más simple de lo que se podría esperar. En 1905, Einstein en su teoría de la relatividad propuso que estas dos fuerzas son una sola y la misma. Muchos experimentos han demostrado que esta afirmación es correcta, así que actualmente a estas fuerzas se les denomina la fuerza electromagnética. Einstein propuso que la fuerza magnética, es tan sólo una corrección relativista a la ley de Coulomb. En el siguiente párrafo se demostrará cómo es posible derivar la expresión para la fuerza magnética entre corrientes, partiendo de la ley de Coulomb y de la contracción de Lorentz (un famoso efecto relativista que describe una contracción en longitud de objetos en movimiento. En el capítulo 11 se discutirá esto con mayor detalle).

De acuerdo con la ley de Coulomb la fuerza electrostática neta sobre Q en la Fig. 8-1 será cero, independientemente de que los electrones de conducción en el alambre se muevan o no. Sin embargo, si se aplica la teoría de la relatividad, el espaciamiento promedio entre los electrones de conducción, cuando éstos empiezan a moverse disminuirá, según la contracción de Lorentz, por un fator $\sqrt{1 - v^2/c^2}$, donde v es la velocidad de arrastre de los electrones de conducción. Entonces, de acuerdo a esta teoría la densidad de carga ρ^- de los electrones de conducción aumentará por el factor $\dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$; mientras que la densidad de carga de las cargas positivas fijas, permanece la misma ($\rho^+ = \rho_0$). En consecuencia, la carga neta dejará de ser nula y en el sistema de laboratorio la situación se verá como en la Fig. 8-3. Se sabe que es perfectamente lícito el usar la ley de Coulomb para calcular la fuerza neta sobre Q, si Q está en reposo. Entonces, la fuerza sobre Q será $\mathbf{F} = Q\mathbf{E}$, donde $\mathbf{E}$ es el campo eléctrico

Respuesta 2. Las unidades de $[I \Delta l] = \dfrac{QL}{T}$.

Fig. 8-3. Carga en movimiento Q con velocidad V, flujo de corriente en un alambre vistos desde el sistema de referencia del laboratorio. La velocidad de arrastre de los electrones de conducción es v. Las cargas positivas están fijas.

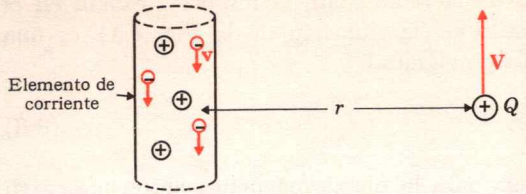
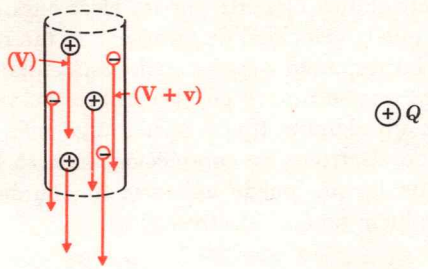


Fig. 8-4. La misma situación anterior, pero vista por un observador que se mueve con la carga. Ahora Q está en reposo, las cargas positivas "fijas" tienen una velocidad V hacia abajo y los electrones de conducción tienen velocidad $(V + v)$.



Pregunta 3. ¿En qué dirección se mueve el observador de la Fig. 8-4 con respecto al conductor estacionario en el sistema de laboratorio?

neto producido por el alambre. A pesar de que Q no está en reposo en el sistema de laboratorio, es posible considerarlo así, moviéndose con él; (un observador que se mueve hacia la parte superior de la página con velocidad V, verá la situación tal como se muestra en la Fig. 8-4). En esta situación

$$\rho^+ = \rho_0\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad \text{y} \quad \rho^- = -\rho_0\left[1 - \frac{(v+V)^2}{c^2}\right]^{-1/2}$$

La carga neta es $\rho = \rho^+ + \rho^-$ y el campo neto en Q está dado por la Ec. 7-10

$$E = \frac{2\rho}{r} = \frac{2(\rho^+ + \rho^-)}{r}$$

$$= \frac{2\rho_0}{r}\left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2} - \left(1 - \frac{(v+V)^2}{c^2}\right)^{-1/2}\right] \qquad (8\text{-}5)$$

Recuérdese del ejemplo 2, que la velocidad de arrastre de los electrones de conducción en un metal es aproximadamente 1 mm/seg o menos. Por lo tanto, v/c es mucho menor que uno y se puede usar con seguridad el teorema del binomio, que establece que $(1 + a)^n \approx 1 + na$ en donde a es mucho menor que uno. Entonces $(1 + a)^{-1/2} \approx (1 - \frac{1}{2}a)$ ó $\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{V^2}{c^2}$ y la Ec. 8-5 resulta en

$$E \approx \frac{2\rho_0}{r}\left[\left(1 + \frac{V^2}{2c^2}\right) - \left(1 + \frac{(v+V)^2}{2c^2}\right)\right]$$

$$\approx \frac{2\rho_0}{r}\left[\frac{V^2 - (v+V)^2}{2c^2}\right]$$

$$\approx -\frac{\rho_0 v}{rc^2}[2V + v]$$

Estaremos interesados en ejemplos donde V es mayor que 1 cm/seg, o donde $V \gg v$, de modo que en la ecuación anterior el término v puede despreciarse comparando con $2V$. Entonces

$$E \approx -\frac{2\rho_0 vV}{c^2 r}$$

y $\quad F = QE$

$$\approx Q\left(-\frac{2\rho_0 vV}{c^2 r}\right)$$

$$\approx -Q\frac{V}{c} \times \left(\frac{2I}{cr}\right)$$

donde $I = \rho_0 v$ es la corriente en el alambre. El signo menos significa que la fuerza es atractiva. Según la teoría de la relatividad, la fuerza vista por el observador en movimiento no es igual a la que ve un observador estacionario. Resulta que si los cálculos anteriores se realizan sin ninguna aproximación usando la teoría de la relatividad, la respuesta exacta en el sistema de laboratorio (la situación de la Fig. 8-1) es una fuerza atractiva de magnitud

$$F_m = \frac{QV}{c} \times \frac{2I}{cr} \tag{8-6}$$

Esta es la fórmula para la fuerza magnética entre una carga en movimiento y una corriente que circula por un alambre.

Pero; ¿por qué es tan intensa la fuerza magnética si es simplemente una pequeña corrección relativista a la ley de Coulomb? En efecto, puede observarse en la derivación anterior que el efecto relativista es del orden de $\frac{vV}{c^2}$ multiplicado por la fuerza electrostática ejercida por los electrones de conducción y se sabe que la velocidad de arrastre v es tan pequeña que $v/c \sim 10^{-12}$. La respuesta a este acertijo, está en la enorme cantidad de carga que se mueve en el alambre. Se vio en el ejemplo 2 que en un alambre típico existen algo más de 10^{22} statcoulomb/cm de electrones de conducción. Esto es 10^{20} veces más carga que la que puede aplicarse al alambre para propósitos de producir fuerzas electrostáticas.

8-3 El campo magnético

Fuerza por unidad de carga móvil

La fuerza electromagnética general sobre una carga q, usualmente se separa en dos términos

$$\mathbf{F}_{\text{electromagnética}} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m$$

donde $\mathbf{F}_e$ es la fuerza que existirá sobre q si ésta estuviera en reposo (fuerza electrostática) y $\mathbf{F}_m$ es la parte de la fuerza que depende de la velocidad (la fuerza magnética). El campo eléctrico se define del mismo modo que antes:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}_e}{q}$$

Es igualmente común definir un campo para describir la

Respuesta 3. Se mueve hacia arriba con respecto al alambre.

parte de la fuerza electromagnética que depende de la velocidad. Se le llama campo magnético y se define como sigue

$$F_m = \frac{qv}{c} \times B$$

ó

$$B = \frac{F_m}{\frac{qv}{c}} \tag{8-7}$$

que es el campo magnético que actúa sobre una carga de prueba q cuando ésta se mueve en la dirección en la cual la fuerza magnética es máxima. En la siguiente sección se discutirán las direcciones relativas de $\mathbf{v}$, $\mathbf{B}$ y $\mathbf{F}_m$ y podrá parecer extraño al lector. Ello es debido solamente a que la relatividad no es cosa común en su vida diaria. En términos de los campos, la fuerza electromagnética completa, es

$$F = qE + \frac{qv}{c} \times B$$

Históricamente, el campo magnético se definió como la fuerza sobre una unidad de polo magnético. Sin embargo, en la actualidad se sabe que no existen realmente polos magnéticos libres y que tales fuerzas magnéticas son debidas a fuerzas entre corrientes o cargas en movimiento. En este libro se tratará el enfoque más moderno que consiste en expresar los fenómenos magnéticos como fuerzas entre corrientes o cargas en movimiento en vez de tratar con el concepto "menos físico" (pero matemáticamente equivalente) de polos magnéticos libres o cargas magnéticas. Sin embargo, en la sección 8-6 se discutirá la teoría del magnetismo. De la Ec. 8-7 puede observarse que B tiene las mismas unidades que E, newton/coulomb en el MKS y dina/statcoulomb en CGS; esta última unidad recibe el nombre especial de gauss*.

Fuerza entre dos alambres paralelos

Si se substituye la Ec. 8-6 en la Ec. 8-7, se obtiene

$$B = \frac{2I}{cr} \tag{8-8}$$

para el campo magnético producido por una corriente I en línea recta. Nótese la similitud que existe entre la fórmula para

Pregunta 4. ¿Cómo mediría la fuerza F_m sobre una carga q en presencia de un campo eléctrico?

* Hablando estrictamente a B se le llama inducción magnética. Sin embargo, el campo magnético en el vacío (o en el aire) es igual a B y en este libro se trata únicamente con campos en el vacío.

el campo magnético producido por una corriente que circula por un conductor infinito y la fórmula para el campo eléctrico producido por un conductor infinito cargado. Si en la Ec. 8-8 se substituye I/c por ρ, se obtiene $2\rho/r$ que es la fórmula para E producido por una carga lineal.

Ejemplo 3

Una carga lineal de ρ statcoulomb/cm se mueve a lo largo de su longitud con velocidad v. Calcule B, E y la relación entre ellas.

De acuerdo con la Ec. 8-3 $I = \rho v$, así que $B = 2\rho v/rc$. Según la Ec. 7-10 $E = 2\rho/r$. La relación es $B/E = v/c$.

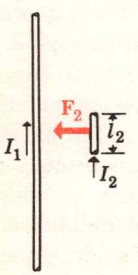
Para encontrar la fuerza entre dos corrientes, como se muestra en la Fig. 8-5, substitúyase (qv) en la Ec. 8-7 por su equivalente $I\,\Delta l$) (Ver Ec. 8-4)

$$F_m = \frac{I\,\Delta l}{c} \times B \tag{8-9}$$

que es la fuerza sobre un elemento de corriente $(I\,\Delta l)$ situado en un campo magnético B producido por otras corrientes. En el caso de la Fig. 8-5, B es producido por I_1. En la posición del elemento de corriente $I_2 l_2$, el valor de B es $B = \frac{2I_1}{cr}$. Así que, de acuerdo con la Ec. 8-9 la fuerza magnética sobre el conductor de longitud l_2 es

$$F_2 = \frac{2I_1 I_2 l_2}{c^2 r}$$

Fig. 8-5. Fuerza sobre el elemento de corriente $I_2 l_2$ debida a la corriente de longitud infinita I_1.



Ejemplo 4

¿Cuál es la fuerza por centímetro, entre dos alambres paralelos con corriente de 1 ampere cada uno y que están separados por 1 cm?

En la ecuación anterior $I_1 = I_2 = c/10$ statampere y $l_2 = r = 1$ cm. Substituyendo estos valores

$$F_2 = \frac{c/10}{c} \times \frac{2(c/10)}{c} = 0.02 \text{ dinas.}$$

En la derivación de fuerza entre dos corrientes usando relatividad, se obtuvo que la fuerza es perpendicular a la dirección de la velocidad V. Es posible demostrar usando la teoría de la relatividad que esto es cierto siempre. La fuerza magnética siempre será perpendicular al elemento de corriente. En la Fig. 8-6 se muestra la dirección de la fuerza magnética para cuatro diferentes posibilidades de la dirección de la velocidad

Respuesta 4. Primero determine $\mathbf{F}_e$ considerando q en reposo. Reste el vector $\mathbf{F}_e$ de la fuerza electromagnética neta.

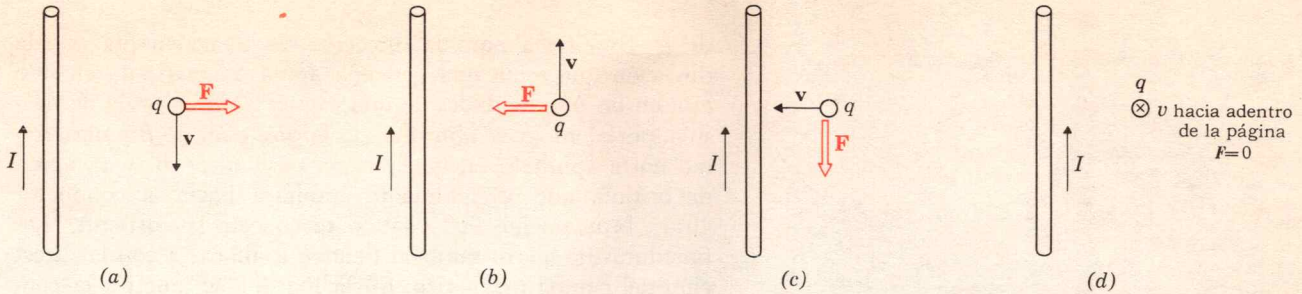
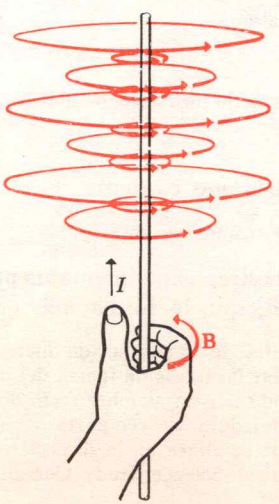


Fig. 8-6. Fuerza magnética **F** para cuatro diferentes direciones de **v**.

de la carga en movimiento. Es importante observar un resultado adicional, para el caso (*c*); esto es que la fuerza neta ejercida por la carga móvil en el alambre es cero; mientras la fuerza que éste ejerce sobre q es $F = \frac{2Iqv}{c^2r}$ dirigida hacia abajo. Esta es una fuerte violación de la tercera ley de Newton y como tal, es una indicación de que las fuerzas magnéticas son un efecto puramente relativista. Aun pensando que en un momento dado, la acción no es igual a la reacción, después de que las cargas se han movido, el cambio en el impulso dado a la carga móvil será igual y opuesto al cambio en el impulso del alambre. Como se mencionó en el capítulo 3, el equivalente moderno de la tercera ley de Newton es la conservación del impulso. La tercera ley de Newton deberá usarse solamente cuando no existan efectos relativistas. Ya que éste es un efecto relativista, el comportamiento de la fuerza magnética les parecerá peculiar a quienes no vivan en un mundo relativista. Es posible describir estos efectos peculiares por las llamadas ley de la mano derecha I y ley de la mano derecha II.

Fig. 8-7. Regla de la mano derecha I y líneas de *B* producidas por una corriente que se mueve en línea recta.



Regla de la mano derecha I

Ya se ha definido la magnitud de *B* producida por una corriente lineal. Puesto que *B* es un vector, deberá definirse también su dirección. La dirección de *B* se determina por la dirección particular en la cual actúa la fuerza magnética. La dirección del campo magnético es tal que las líneas de *B* circundan la corriente que las produce tal como se muestra en la Fig. 8-7. La dirección de las flechas de estas líneas es aún arbitraria. En este libro se le llamará regla de la mano derecha I, a la convención usada para determinar esta dirección. Como se indica en la Fig. 8-7, si al tomar con la mano derecha un conductor con el dedo pulgar apuntando en la dirección de la corriente, los dedos restantes indican la dirección

de B. Esta regla para la dirección de B, concuerda con la dirección que toma una pequeña aguja magnetizada cuando está en las proximidades de una corriente. Una aguja de brújula, por ejemplo, se alineará con la dirección de B y su extremo norte apuntará en la dirección positiva de B. Una aguja de brújula que originalmente apuntara hacia el conductor girará bruscamente 90° cuando se conecte la corriente. Las limaduras de hierro también tienden a alinearse con la dirección del campo magnético. En la Fig. 8-8 se muestra la configuración adoptada por las limaduras de hierro debido al campo magnético producido por un conductor.

Ejemplo 5

En la Fig. 8-9 se muestra una aguja de brújula que apunta al norte debido al campo magnético terrestre que es de 0.2 gauss. Un alambre largo se tiende de norte a sur, cuatro centímetros arriba de la aguja. Cuando se hace circular la corriente, la brújula señala NE en vez de N. ¿Cuál es la magnitud y dirección de la corriente?

Puesto que el campo resultante (a lo largo de la aguja) está a 45° del eje x, las componentes x e y del campo deben ser iguales. Entonces $B_x = B_y$ y $B_y = 0.2$ gauss, el campo terrestre. Según la Ec. 8-8 $B_x = 2I/cr$. La respuesta se obtiene igualando esta última expresión con B_y:

$$\frac{2I}{cr} = 0.2 \text{ gauss}$$

$$I = 0.1\ cr \text{ statamp}$$

$$= 0.1 \times 3 \times 10^{10} \times 4 \text{ statamp}$$

$$= 1.2 \times 10^{10} \text{ statamp}$$

$$= 4 \text{ amp}$$

Y de acuerdo con la regla de la mano derecha I, esta corriente será hacia el sur.

8-4 Fuerza sobre una corriente

Todo es perpendicular

Se puede demostrar experimentalmente, o usando la teoría de la relatividad, que la forma más general para la fuerza

Fig. 8-8. Fotografía de limaduras de hierro empleadas para ilustrar las líneas de fuerza del campo magnético producido por un alambre recto de gran longitud. Cada limadura se comporta como un diminuto imán que se alinea en la dirección de **B** (Cortesía de Physical Science Study Committee.)

Fig. 8-9. Efecto de una corriente que circula por encima de la aguja de una brújula. Antes de conectar la corriente, la aguja apunta en la dirección mostrada. Después de conectada, la aguja apunta en la dirección marcada con una **B**.

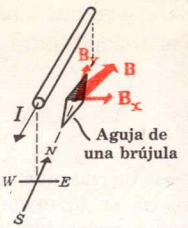
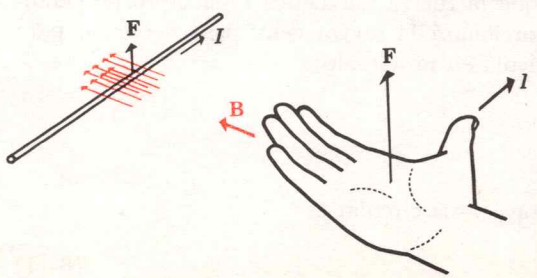


Fig. 8-10. Regla de la mano derecha II usada para obtener la dirección de la fuerza **F** que actúa sobre una corriente *I* en un campo magnético **B**.



Pregunta 5. En la Fig. 8-6 ¿Cuál es la dirección de **F** cuando **v** apunta hacia afuera del alambre?

sobre un elemento de corriente es la misma que la Ec. 8-9 excepto que el segundo miembro está multiplicado por el seno del ángulo entre l y B (o entre v y B si se trata de cargas en movimiento) :

$$F_m = \frac{I\,\Delta l}{c} \times B \operatorname{sen} \theta$$

o bien (8-10)

$$F_m = \frac{qv}{c} \times B \operatorname{sen} \theta$$

Regla de la mano derecha II

La ecuación anterior únicamente da la magnitud de F. Es necesaria una regla para determinar la dirección del vector. Sabemos que para corrientes paralelas, F debe ser perpendicular a B. De hecho resulta que en el caso general de B producida por cualquier configuración de corriente, la fuerza sobre un elemento de corriente deberá ser perpendicular a la dirección de B en dicho elemento. Además, como ya se mencionó, la fuerza será también perpendicular a la dirección del elemento de corriente. Entonces, la fuerza magnética es perpendicular tanto a **B** como a Δ**l**. Esto determina en forma única la dirección de $\mathbf{F}_m$ y en este libro, a la regla para determinar tal dirección se le denomina regla de la mano derecha II. En esta regla, que se muestra en la Fig. 8-10, la mano derecha abierta empujará en la dirección de **F** si (como antes) el dedo pulgar está a lo largo de **I** y los dedos restantes apuntan a lo largo de **B**.

A primera vista podría parecer que este fenómeno eléctrico, le proporcionaría un medio al profesor distraído para determinar cuál es su mano derecha, en caso de que se le olvidara. Uno pensaría que él podría recordarlo, si midiera la fuerza sobre una corriente y comprobara cuál de sus manos da la respuesta correcta. Sin embargo, para hacerlo, necesitaría también conocer la dirección de B (lo cual también requiere saber cuál es la mano derecha). Si por distracción el profesor usara su mano izquierda tanto para ambas reglas I y II llegaría a la dirección correcta para F. En conclusión, los fenómenos eléctricos no ofrecen una forma para distinguir entre la derecha y la izquierda. La imagen especular de cualquier experimento eléctrico es también un experimento legítimo. Hasta 1956, muchos físicos creían firmemente que no era posible un experimento que distinguiera entre derecha e

izquierda. Este principio de simetría se llama la conservación de la paridad y se creía firmemente establecida como las otras cinco leyes de conservación que aparecen en la página 173. Como se verá en el capítulo 16, en 1957 se descubrieron fenómenos básicos de la Física que invalidaron la ley de conservación de la paridad, y ahora finalmente, el profesor distraído cuenta con varias formas para determinar cuál es su mano derecha.

Ejemplo 6

Demuestre que las fuerzas que aparecen en la Fig. 8-6 están de acuerdo con las reglas de la mano derecha.

El campo magnético que actúa sobre q es el mismo en los cuatro casos y está apuntando hacia la página (lo que se determina apuntando el dedo pulgar derecho a lo largo de la corriente I y usando la regla de la mano derecha I). Ahora, aplíquese la regla de la mano derecha II para determinar la dirección de F. Se deben conservar siempre los dedos (B), apuntando hacia la página. En el caso (a) el dedo pulgar (I) está hacia arriba, de modo que la palma "empuja" hacia la izquierda. En el caso (b), el dedo pulgar apunta hacia abajo y entonces la palma "empuja" a la derecha. En (c) el dedo pulgar apunta hacia la izquierda y la palma "empuja" hacia abajo. En el caso (d) la fuerza es cero, pues la carga se mueve en la dirección de B; ($\operatorname{sen}\theta = 0$).

Fuerza sobre una carga en movimiento

Suponga que una carga q está en un campo magnético uniforme B y que inicialmente se mueve perpendicularmente al campo. Puesto que la fuerza magnética es siempre perpendicular a v, proporcionará la fuerza centrípeta necesaria para mover a la partícula en un círculo:

$$F_m = ma$$

$$\frac{qvB}{c} = m\left(\frac{v^2}{R}\right)$$

El radio de la trayectoria circular es

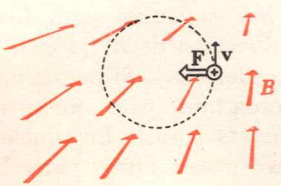
$$R = \frac{mvc}{qB} \tag{8-11}$$

Ejemplo 7

Un protón con velocidad $v = 10^8$ cm/seg se mueve perpendicularmente a un campo magnético uniforme de $B = 10{,}000$ gauss como se muestra en la Fig. 8-11.

a) ¿Cuál será la magnitud y dirección de la fuerza sobre el protón? (*b*) Describa la trayectoria del protón.

Fig. 8-11. Trayectoria de una partícula cargada que se mueve transversalmente a un campo magnético uniforme.



Respuesta 5. **F** apunta hacia arriba paralela a la corriente.

De acuerdo con la Ec. 8-10

$$F = \frac{evB}{c} \qquad \frac{4.8 \times 10^{-10} \times 10^{8} \times 10^{4}}{3 \times 10^{10}} = 1.6 \times 10^{-8} \text{ dinas}$$

Según la regla de la mano derecha II, esta fuerza deberá apuntar hacia la izquierda y será siempre perpendicular a v. (Ver Fig. 8-11). Entonces F es una fuerza centrípeta que mantiene al protón moviéndose siempre en el mismo círculo de radio R. El valor de R puede obtenerse usando la Ec. 8-11. Para el problema en cuestión la masa del protón es $m = 1.67 \times 10^{-24}$ gr. Entonces

$$R = \frac{1.67 \times 10^{-24} \times 10^{8} \times 3 \times 10^{10}}{4.8 \times 10^{-10} \times 10^{4}} \text{ cm}$$

ó

$$R = 1.04 \text{ cm}$$

La Fig. 8-12 es la fotografía de un trazo dejado por un electrón viajando en un campo magnético uniforme que apunta hacia afuera de la página. El radio del círculo decrece continuamente ya que el electrón está viajando en una cámara de burbujas de hidrógeno líquido. Un electrón o cualquier otra partícula cargada pierde energía gradualmente, a medida que atraviesa medios materiales. Puesto que el valor de B se conoce, el impulso del electrón en cualquier punto de su trayectoria puede determinarse con sólo medir el radio de curvatura.

Del ejemplo anterior y de la fotografía se observa que las partículas cargadas pueden ser "atrapadas" por un campo magnético. Este principio se usa en aquellos aceleradores de partículas de alta energía que usan imanes. En tales aceleradores es el imán el que proporciona el campo magnético que mantiene al haz de partículas confinado en un círculo.

8-5 Ley de Ampere*

Cómo obtener B

En electrostática se calculó el campo eléctrico producido por cargas uniformemente distribuidas sobre esferas, cilindros y planos. Del mismo modo es necesario un método para determinar el campo magnético producido por corrientes de formas distintas a la de una recta infinita (Ec. 8-8). Existe una ecuación más general para B, que en principio, permite calcular los campos magnéticos producidos por corrientes de

* Las 16 páginas restantes de este capítulo tratan más a fondo la teoría de la electricidad y no son indispensables para entender los siguientes capítulos. Para un curso corto, se recomienda pasar al capítulo 9, con la sección 9-5 que empieza en la página 247.

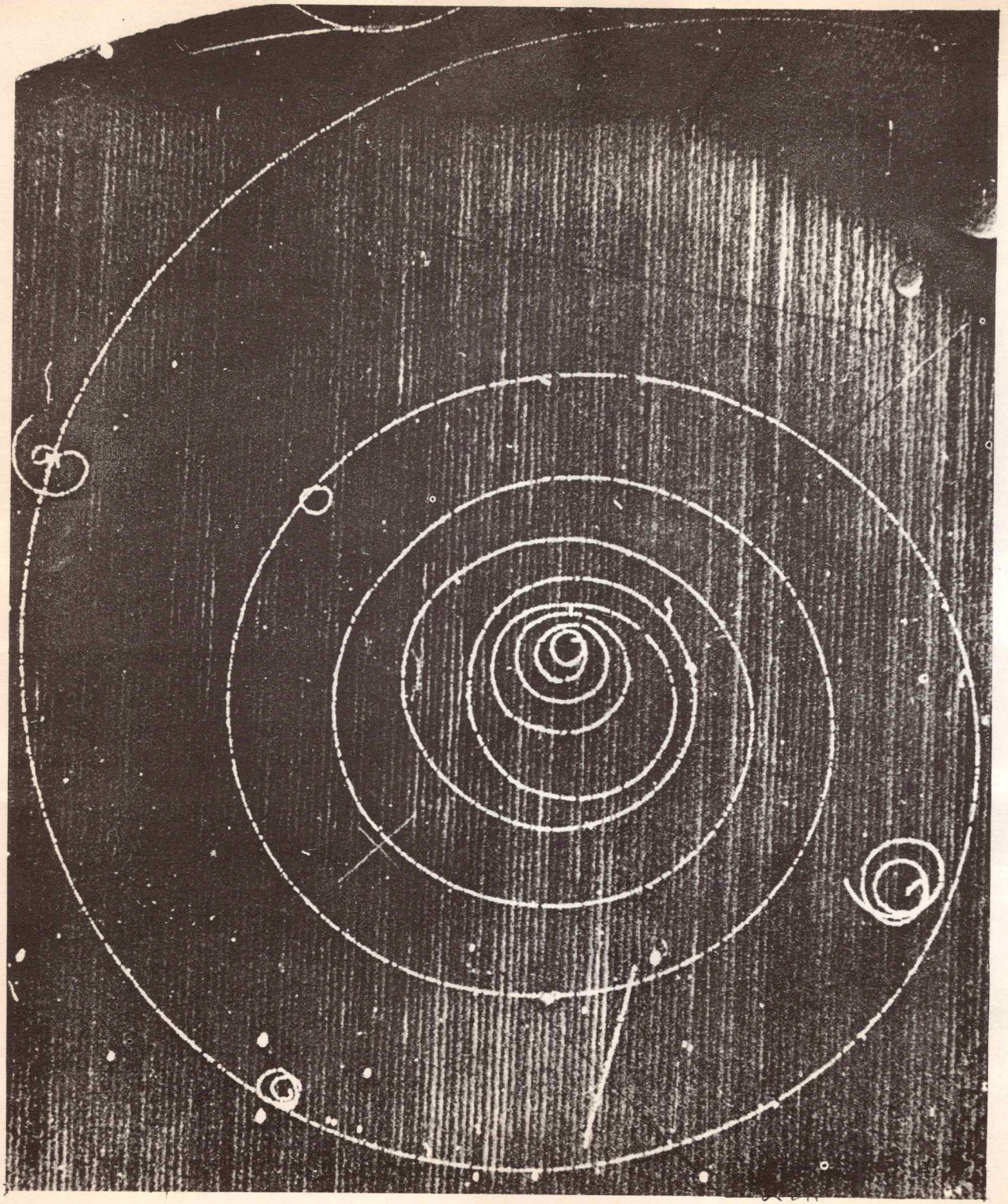


Fig. 8-12. Trazo de un electrón en una cámara de burbujas de hidrógeno líquido. La trayectoria es curva, debido al campo magnético uniforme que apunta hacia afuera de la página. El radio de curvatura disminuye conforme el electrón es frenado por el hidrógeno líquido. (Esta fotografía es una cortesía del grupo Alvarez del Lawrence Radiation Laboratory, University of California.)

Fig. 8-13. Trayectoria cerrada de longitud $L = 2\pi R$ que circunda a la corriente I.

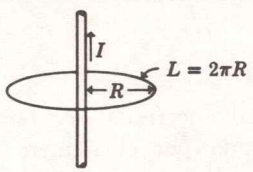
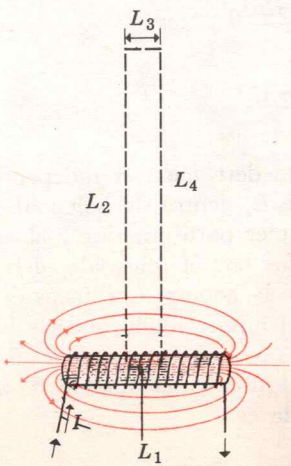


Fig. 8-14. Un solenoide. Para calcular el valor de B dentro del solenoide se usa la trayectoria cerrada rectangular.



cualquier configuración dada. En esta ecuación general cualquier trayectoria cerrada se toma alrededor de la corriente. La ecuación establece que la longitud de la trayectoria multiplicada por el valor promedio de la componente de B a lo largo de esta trayectoria es $4\pi/c$ multiplicado por la corriente total encerrada. La ecuación general es

$$(B_L \cdot L)_{\text{trayectoria cerrada}} = \frac{4\pi I}{c} \tag{8-12}$$

en donde I es la corriente total encerrada.* Esta ecuación, ley de Ampere, se usa para calcular el campo magnético B producido por una corriente I en cualquier punto del espacio. Ahora se calculará B para tres ejemplos diferentes: (1) el conductor recto, (2) el solenoide y (3) una corriente superficial. En el primer ejemplo se verá que la ley de Ampere puede usarse para obtener una respuesta correcta para el campo magnético producido por una línea infinita de corriente. En la Fig. 8-13 se escoge un círculo de radio R como la trayectoria cerrada alrededor de la corriente. Entonces $L = 2\pi R$ y $(B_L \cdot L) = 2\pi RB$. Pero de acuerdo con la ley de Ampere esto es igual a $4\pi \dfrac{I}{c}$. Resolviendo para B, se obtiene

$$B = \frac{1}{2\pi R}\left(4\pi \frac{I}{c}\right)$$
$$= \frac{2I}{Rc}$$

lo cual concuerda con la Ec. 8-8. Además de la Ec. 8-12 puede demostrarse que las líneas de B deberán ser continuas y, puesto que los polos o cargas magnéticos no existen en la naturaleza, las líneas de B nunca empiezan ni terminan; simplemente forman trayectorias cerradas.

El solenoide

La segunda aplicación de la ley de Ampere será al solenoide. Un solenoide es un embobinado cilíndrico o hélice de n vueltas por centímetro. En la Fig. 8-14 se muestran las

* Como puede verse de la Ec. 8-13 la ley de Ampere también puede escribirse en la forma $\sum B_i \cdot L_i = \dfrac{4\pi I}{c}$, donde el signo de suma significa $\sum B_i \cdot L_i = B_1L_1 + B_2L_2 + \cdots + B_NL_N$ y la trayectoria total se divide del modo siguiente $L_1, L_2, \cdots, L_N$.

líneas de B producidas por un solenoide. Tómese como trayectoria cerrada el rectángulo mostrado en la figura; L_2 y L_4 se hacen tan grandes que el extremo alejado del rectángulo está en una región de B muy débil. En la ley de Ampere, la cantidad B_L es el promedio pesado de B_L a lo largo de la trayectoria cerrada. Según la definición de promedio pesado (Ver página 43)

$$\bar{B}_L = \frac{B_1L_1 + B_2L_2 + B_3L_3 + B_4L_4}{L_1 + L_2 + L_3 + L_4} \tag{8-13}$$

Las componentes (B_2 y B_4) del campo magnético a lo largo de L_2 y L_4 son cero puesto que aquel es perpendicular a éstas. B_3 también es cero puesto que está muy alejada del solenoide. Entonces la Ec. 8-13 resulta en

$$\bar{B}_L = \frac{B_1L_1 + 0 + 0 + 0}{L}$$

y

$$\bar{B}_L \cdot L = B_1L_1 \tag{8-14}$$

La corriente total encerrada por esta trayectoria es la corriente multiplicada por el número de vueltas encerradas nL_1. En consecuencia el segundo miembro de la Ec. 8-12 es $4\pi InL_1/c$. Igualándolo al segundo miembro de la Ec. 8-14, se tiene dentro del solenoide

$$B_1L_1 = \frac{4\pi InL_1}{c}$$

ó

$$B = \frac{4\pi nI}{c} \tag{8-15}$$

Nótese que esta derivación es independiente del lugar en el cual se coloque L_1 dentro del solenoide. Entonces B es constante en cualquier parte interior y el número total de líneas de B producidas por el solenoide, deberá ser $B_1 \cdot A$, donde A es el área de la bobina. Las líneas de B se definen cuantitativamente del mismo modo que las líneas de E. El campo B es igual al número de líneas de B por unidad de área ($B = N_B/A$). Entonces, el número de líneas de B producido por el solenoide es

$$N_B = \frac{4\pi nIA}{c} \text{ líneas de } B \tag{8-16}$$

Fig. 8-15. Vista lateral de un tubo de televisión, donde se muestran las bobinas de deflexión horizontal.

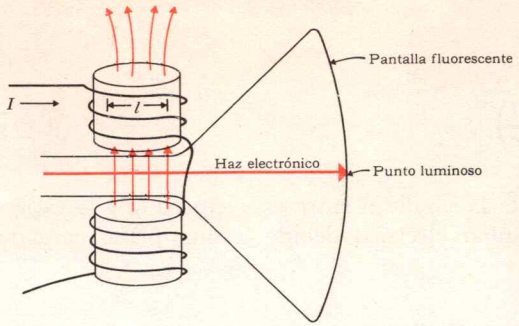
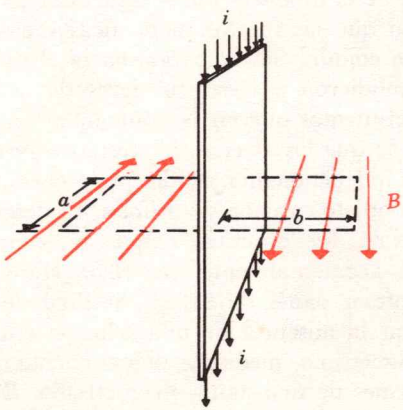


Fig. 8-16. Campo magnético producido por una corriente que circula en una superficie conductora.



Pregunta 6. ¿Cuáles son las unidades de i en la Fig. 8-16?

Al número total de líneas de B se le llama también flujo magnético total.

Ejemplo 7

Un tubo de televisión tiene dos bobinas que proporcionan la deflexión horizontal del haz electrónico (Ver Fig. 8-15). Si el punto luminoso sobre la pantalla se ha de mover hacia la derecha (viendo de frente la pantalla). ¿Cuál deberá ser la dirección de la corriente en el conductor de arriba?

Este ejemplo es un ejercicio para usar las reglas de la mano derecha. Primero deberá usarse la Regla II para determinar la dirección de B. Deberá tenerse cuidado al usar esta regla para observar que en la figura la corriente está hacia la izquierda, aun cuando los electrones se mueven hacia la derecha. Se desea que la fuerza sobre esta corriente esté hacia adentro de la página. Al aplicar la Regla II el dedo pulgar (I) se apunta hacia la izquierda y la palma (F) hacia la página; con esto el resto de los dedos (B) apuntan hacia arriba. Ahora se usará la regla de la mano derecha I para el elemento de corriente l. Si el dedo pulgar (I) está a lo largo de l apuntando hacia la derecha, los dedos restantes (B) dentro de la bobina apuntarán en la dirección deseada (hacia arriba). Entonces la corriente fluye a lo largo de l hacia la derecha. La respuesta al problema es que la corriente entra por el conductor de arriba y sale por el conductor inferior.

Campo magnético producido por una corriente en un plano

La aplicación final de la ley de Ampere, será determinar el campo magnético producido por un plano infinito de corriente. La Fig. 8-16 muestra una sección rectangular del plano infinito, con la corriente viajando hacia abajo. Esta situación es aproximadamente la misma que la de una corriente que fluye a lo largo de una hoja de metal. Sea i la corriente por centímetro (tomado horizontalmente), a lo largo del plano. Se ha escogido un rectángulo de lados a y $2b$ que encierra a la corriente ia. Puesto que el plano es infinito, las líneas de B deberán extenderse horizontalmente como se muestra en la figura. Al calcular $\overline{B_L}$ sobre la trayectoria cerrada, obsérvese que los lados de longitud $2b$ no contribuyen ya que B es perpendicular a éstos. Entonces

$$\overline{B}_L = \frac{B \cdot a + 0 + B \cdot a + 0}{a + 2b + a + 2b}$$

$$= \frac{2Ba}{L}$$

y

$$\overline{B}_L \cdot L = 2Ba$$

Puesto que la corriente encerrada es $I = ia$, la Ec. 8-12 resulta en

$$2Ba = \frac{4\pi ia}{c}$$

ó

$$B = 2\pi\left(\frac{i}{c}\right) \tag{8-17}$$

De nuevo se nota la similitud entre esta expresión y la expresión para el campo eléctrico debido a una plano cargado ($E = 2\pi\sigma$).

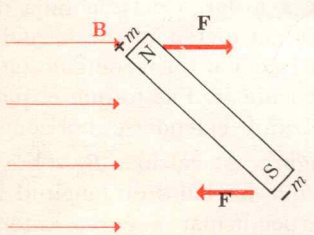
8-6 Teoría del magnetismo

Pequeños circuitos de corriente que nunca cesan

El hombre antiguo conocía algunos fenómenos electrostáticos y magnéticos. Algunos minerales de hierro que existen en la naturaleza, denominados magnetitas, tienen la propiedad de atraer a otras muestras ferromagnéticas. Los antiguos griegos pensaban que las fuerzas magnéticas y electrostáticas tenían un origen común. Sin embargo, hacia el siglo dieciséis los filósofos aprendieron a basar sus leyes de la naturaleza más en los experimentos que en la contemplación y llegaron a la conclusión de que los efectos electrostáticos y magnéticos eran fenómenos independientes. Nadie pudo encontrar fuerza alguna entre un objeto cargado y un imán. El descubrimiento de que existe una fuerza entre cargas en *movimiento* e imanes lo hizo accidentalmente en 1820 Hans Christian Oersted, un profesor danés de Física. Al final de una clase intentó demostrar la ausencia de una relación entre la electricidad y el magnetismo, mediante una corriente que pasaba en las proximidades de una aguja magnetizada. En palabras de uno de sus discípulos: "se quedó perplejo al ver que la aguja hacía una gran oscilación". Así la antigua doctrina que sostenía que la electricidad y el magnetismo estaban relacionados, repentinamente cobró vida de nuevo.

El propósito de esta sección es explicar, en términos de fuerzas entre corrientes, por qué los imanes se comportan así.

Fig. 8-17. Fuerzas sobre un imán de barra en un campo magnético uniforme.



Respuesta 6. La cantidad i es la corriente por unidad de longitud y sus unidades son $\frac{Q}{TL}$.

Fig. 8-18. Esquema del campo magnético producido por un imán de barra, usando limaduras de hierro. (Fotografía cortesía de B. Abbott, Physical Science Study Committee.)

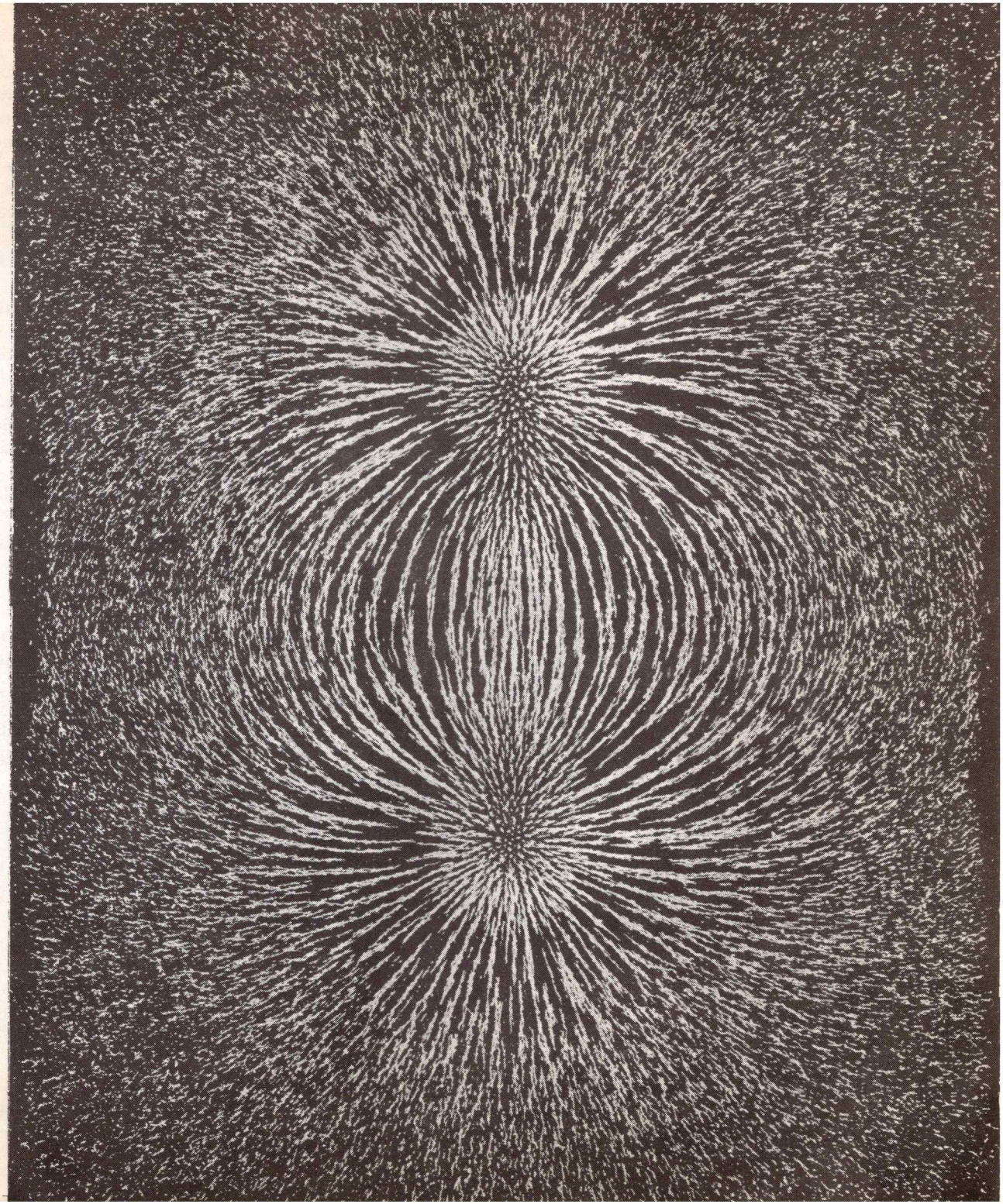


Fig. 8-19. (*a*) Líneas de B producidas por una barra magnetizada. (*b*) Líneas de B producidas por un solenoide de la misma forma.

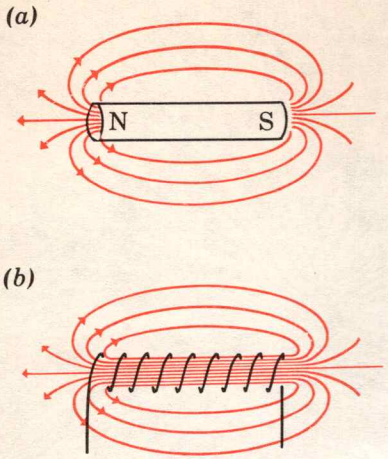


Fig. 8-20. Fuerzas sobre una vuelta de un solenoide en un campo magnético uniforme.

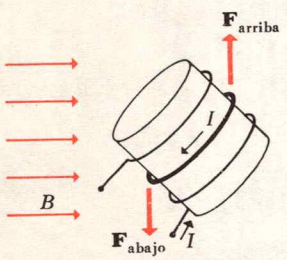
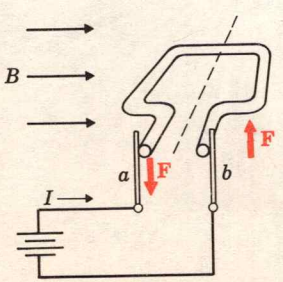


Fig. 8-21. Espira rectangular en un campo magnético uniforme.



¿Cómo se comporta una barra magnética cuando se coloca dentro de un campo magnético uniforme externo? Como se mencionó en la sección 8-4, existirá una torca tendiente a alinearla con el campo (Ver Fig. 8-17). Los primeros físicos explicaban este efecto, suponiendo que la barra tenía dos polos uno de magnitud $+m$ en el extremo Norte y otro de magnitud $-m$ en el extremo Sur, y que la fuerza sobre un polo magnético era

$$F = mB$$

La fuerza entre dos imanes se explicaba diciendo que un polo magnético m_1 produce un campo magnético de intensidad $B = m_1/r^2$, el cual actúa sobre un segundo polo m_2. Entonces $F = m_1m_2/r^2$. El lector notará que este formalismo de la magnetostática es exactamente el mismo, matemáticamente, que el de la electrostática. Entonces, el número total de líneas de B producido por una carga (polo) magnética de magnitud m es $N_B = 4\pi m$.

Un esquema de las líneas de fuerza producidas por un imán de barra, parecerá ser el mismo que el de las líneas de E de la página 180 que es el producido por dos cargas de signo opuesto. La Fig. 8-18 es una fotografía de limaduras de hierro que rodean una barra magnética y que tienden a alinearse a lo largo de la dirección de B. La Fig. 8-19*a* es un esquema de las líneas de B producidas por una barra magnética y la Fig. 8-19*b* es una esquema de las líneas de B producidas por un solenoide. Es claro que el esquema del campo de un solenoide es exactamente el mismo que el de una barra magnética. Esto sugiere la posibilidad de que una barra magnética sea en realidad un solenoide con algunas "misteriosas" corrientes internas que nunca desaparecen.

En efecto, cuando se coloca un solenoide dentro de un campo magnético externo tiende a alinearse con el campo tal como lo hace una barra magnética. Esto puede verse mediante la aplicación de la ecuación de la fuerza. (Ec. 8-9) al solenoide en la Fig. 8-20. La regla de la mano derecha II indica que la fuerza sobre la parte baja de una vuelta es hacia abajo y la fuerza sobre la parte superior es hacia arriba. Las fuerzas sobre ambos lados pueden despreciarse ya que son iguales y opuestas y están alineadas. Entonces, sobre cualquier vuelta dada, existe una torca que tiende a hacer girar la bobina en sentido contrario a las manecillas del reloj y a alinearse con B.

Fig. 8-22. Corriente amperiana i' en una barra magnética.

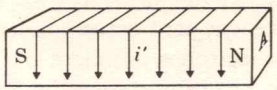
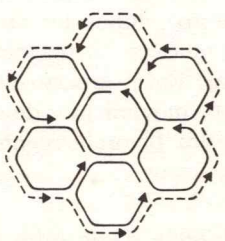


Fig. 8-23. Vista, en corte transversal, de los circuitos de corriente amperiana en un imán de barra. Observe que las corrientes internas se cancelan entre sí. La corriente superficial resultante se ha dibujado con una línea punteada. Cada circuito corresponde a la corriente en una molécula individual.



Pregunta 7. Suponga que las líneas de B en la Fig. 8-21, apuntaran hacia abajo. ¿En qué dirección se movería la espira?

Es esta torca la que hace posible el motor eléctrico. En la Fig. 8-21 se ilustra el principio del motor de corriente directa. La aplicación de la regla de la mano derecha II, da las fuerzas tal como se muestran en la figura, tendientes a hacer girar la espira alrededor de la línea punteada y en sentido contrario a las manecillas del reloj. Después de que la espira ha girado 180° existe nuevamente una corriente que produce fuerzas en la misma dirección. Una vez iniciada, la inercia rotacional mantendrá girando la espira rectangular en sentido contrario a las manecillas del reloj. Si a la espira de la Fig. 8-21 se le sujeta un indicador y un resorte, la deflexión del indicador aumentará conforme la corriente aumenta. Este es el principio del amperímetro.

En 1836, Ampere propuso una explicación del comportamiento de un imán de barra, que en realidad es un solenoide con corrientes "propias" que circulan en la superficie exterior. Ampere dijo: "...de la simple comparación de los hechos me parece imposible dudar de la existencia de tales corrientes alrededor del eje del imán". Sea i' statampere por centímetro de longitud el valor de la corriente amperiana a lo largo de la barra mostrada en la Fig. 8-22. De acuerdo a la Ec. 8-16 el número total de líneas de B es entonces

$$N_B = \frac{4\pi i' A}{c}$$

Pero cuando se le considera como un imán cuya intensidad de polo es m,

$$N_B = 4\pi m$$

Entonces $4\pi m = \dfrac{4\pi i' A}{c}$,

ó

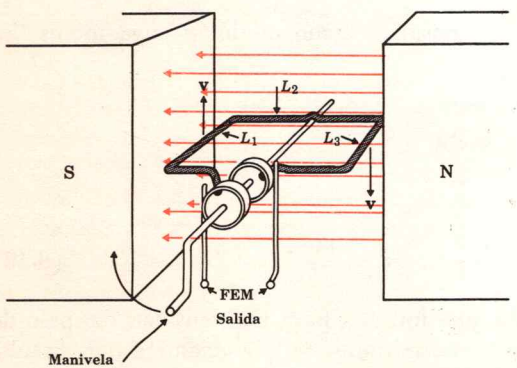
$$m = \frac{i' A}{c} \quad \text{o} \quad i' = \frac{mc}{A} \tag{8-18}$$

Se ha derivado, una fórmula para la intensidad del polo de un imán o solenoide en términos de la corriente i' que circula. Pero, ¿de dónde viene esta corriente perpetua? Ampere explicó esto mediante un modelo en el que las moléculas de un material ferromagnético tienen asociadas corrientes circulares en un circuito eléctrico de resistencia cero. También propuso que un campo magnético externo podría alinear estas moléculas paralelas entre sí, de tal modo que sus campos magnéticos elementales se sumaran. La Fig. 8-23 mues-

tra, cómo tales corrientes elementales se suman para producir una corriente superficial neta. Nótese que las corrientes interiores se cancelan.

Esta explicación del magnetismo, que precede al descubrimiento del electrón por algo más de sesenta años, anticipó brillantemente el conocimiento moderno de la estructura atómica y teoría del magnetismo. Los circuitos eléctricos de Ampere de resistencia cero corresponden exactamente al movimiento de los electrones atómicos del modelo de Bohr. En este modelo, cada electrón presenta una corriente permanente, similar a la espira simple de un solenoide. En la mayoría de los átomos, estas órbitas electrónicas o circuitos de corriente, están orientadas de tal manera que se cancelan entre sí. Sin embargo, las substancias ferromagnéticas tales como el hierro, cobalto y níquel, tienen las siguientes propiedades: (1) Sus átomos tienen órbitas electrónicas y espín electrónico (carga giratoria) que no se cancelan y (2) Las fuerzas entre átomos vecinos son tales que éstos se alinean de modo que sus circuitos de corriente apuntan todos en la misma dirección. Una explicación completa de estos puntos requiere mecánica cuántica. El estudio de tales fenómenos en términos de mecánica cuántica se llama Física del estado sólido y se cubre en el capítulo 14. Actualmente se sabe que cualquier muestra de material ferromagnético a temperatura ambiente está constituida por dominios macroscópicos (del orden de milésimas de centímetro) donde los átomos están totalmente alineados. En una muestra no magnetizada, los dominios están orientados al azar. En el proceso de magnetización los dominios se alinean por movimientos de sus fronteras, creciendo los dominios orientados favorablemente con respecto al campo, a expensas de los otros.

Fig. 8-24. Espira rectangular que se hace girar manualmente en un campo magnético uniforme. Este dispositivo es un generador de corriente alterna.



Respuesta 7. En ninguna dirección. Tanto la fuerza neta como la torca sobre la espira es cero.

8-7 Ley de inducción de Faraday

E producido por B

Existe una última ley básica de la electricidad que todavía no se ha discutido, y se llama la ley de Faraday. Hasta ahora se ha tratado solamente con corrientes estacionarias fijas en el espacio. Puesto que la ley de Faraday trata sólo con corrientes variables, no se ha cometido ningún olvido al ignorarla hasta ahora. Antes de presentar la ecuación general para la ley de Faraday, se discutirá una aplicación particular: el generador eléctrico. En la Fig. 8-24 se muestra

nuevamente, una espira rectangular en un campo magnético uniforme. Se recordará de la Fig. 8-21 que si una corriente pasa por la espira, ésta empezará a girar. Supóngase que no se aplica ninguna corriente, sino que se hace girar a la espira manualmente. Sea v la velocidad de los lados L_1 y L_3. Entonces, de acuerdo con la Ec. 8-10 existirá una fuerza sobre cada uno de los electrones de conducción de los lados L_1 y L_3 igual a $F = evB/c$. Esta fuerza multiplicada por la longitud L_1 sería la cantidad de trabajo sobre cualquier electrón que se desplazara en esta longitud, es decir, $W_1 = evBL_1/c$. El aumento en energía de un electrón que da una vuelta completa al circuito de la espira rectangular, sería dos veces la expresión anterior o $W = 2evBL_1/c$. Esta energía por unidad de carga se define como la fuerza electromotriz (abreviado fem). Por lo tanto la fuerza electromotriz por vuelta es

$$\text{fem} = \frac{2vBL_1}{c} \tag{8-19}$$

La fem tiene las mismas unidades que el potencial eléctrico.

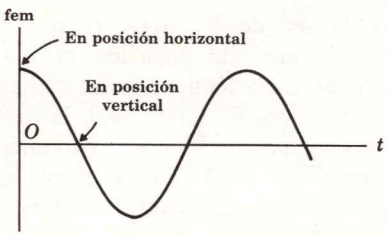
Si se conectara un circuito eléctrico a los extremos de la bobina, la aceleración de los electrones en L_1 y L_3 los llevaría a través del circuito externo. Los electrones de conducción cederían la energía que han ganado en L_1 y L_3 al circuito externo. En consecuencia esta espira rectangular giratoria es una fuente de voltaje similar a una batería. Si la bobina consiste de N vueltas en vez de una sola, el voltaje inducido o fem será N veces mayor. Este es el principio del generador eléctrico. Una vez que la espira, en la Fig. 8-24, ha girado 90°, v y B son paralelos y en consecuencia, en este instante, la fem es cero. Conforme la espira avanza a la posición de 180°, la fuerza y la fem tienen direcciones opuestas. En la Fig. 8-25 se representa la fem contra el tiempo. Una fem oscilante se llama un voltaje de corriente alterna. Las líneas de instalación casera dan un voltaje de corriente alterna a una frecuencia de 60 ciclos/seg,† que es producido por generadores de corriente alterna, similares en principio al de la Fig. 8-24.

Ahora se discutirá la relación entre la Ec. 8-19 y la ley de Faraday. Sea Δy la distancia vertical que se mueve al lado L_1 en el tiempo Δt a partir de la posición horizontal (0°). Entonces $v = \Delta y/\Delta t$ y la Ec. 8-19 resulta en

$$\text{fem} = \frac{2BL_1\,\Delta y}{c\,\Delta t} \tag{8-20}$$

† N. del T: En algunas partes es 50 ciclos/seg.

Fig. 8-25. Fem generada en una bobina giratoria, como función del tiempo.



Pregunta 8. En la posición mostrada en la Fig. 8-24. ¿Cuál de las terminales marcadas "salida fem" será la positiva?

Después del tiempo Δt, el flujo o número de líneas de B, que pasan a través de la bobina es

$$N_B = B \cdot (\text{área})$$

El área, es la base L_1 multiplicada por la altura total $(2\,\Delta y)$:

$$N_B = B \cdot (L_1 \times 2\,\Delta y) = 2BL_1\,\Delta y$$

Al principio del intervalo Δt, el flujo que pasa a través de la bobina es cero. Entonces el cambio en flujo durante el tiempo Δt es

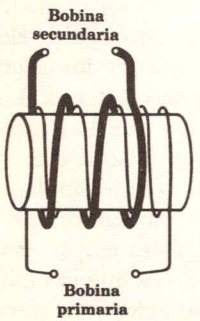
$$\Delta N_B = (2BL_1\,\Delta y) - 0$$

De donde la Ec. 8-20 puede escribirse

$$\text{fem} = \frac{1}{c}\frac{\Delta N_B}{\Delta t} \tag{8-21}$$

Esta ecuación es la ley de Faraday. Hasta ahora se ha demostrado tan sólo, que esta ecuación es aplicable a la situación de conductores moviéndose en un campo magnético fijo. Pero según el principio de relatividad, la misma relación deberá aplicarse a conductores fijos en un campo magnético en movimiento; esto es, la Ec. 8-21 es aplicable a una bobina estacionaria donde N_B está cambiando (es decir, el valor de B está cambiando). La ley de Faraday establece que una corriente que cambia en un circuito fijo, inducirá un voltaje en otro circuito fijo. Este fenómeno de producir un voltaje en un circuito "muerto" con sólo cambiar una corriente, fue descubierto en 1830 por Faraday y Henry independientemente.

Fig. 8-26. El transformador.



El transformador

Una aplicación común de la ley de Faraday es el transformador. Usualmente en un transformador las bobinas primaria y secundaria están enrolladas una sobre la otra; de una manera que ambas abarcan las mismas líneas de B (Ver Fig. 8-26). Por tanto ambas bobinas tienen el mismo valor de $\Delta N_B/\Delta t$. Sea N_1 el número de vueltas de la bobina primaria y N_2 el número de vueltas en la bobina secundaria. Según la Ec. 8-21, la fem o voltaje inducido V_2 en la bobina 2 es

$$V_2 = (N_2)\,\frac{1}{c}\frac{\Delta N_B}{\Delta t}$$

Similarmente la fem para la bobina 1 es

$$V_1 = (N_1)\,\frac{1}{c}\frac{\Delta N_B}{\Delta t}$$

Respuesta 8. Según la regla de la mano derecha II, la fuerza sobre una carga positiva en el lado izquierdo de la espira es hacia afuera de la página. Esto causa que las cargas positivas se apilen en la terminal de la izquierda.

La relación para los dos voltajes es entonces

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Se ve que si se aplica un voltaje de corriente alterna al primario, el voltaje inducido en el secundario puede hacerse mayor o menor escogiendo apropiadamente la relación de las vueltas. Este método para convertir voltajes pequeños en más grandes y viceversa es una de las ventajas de usar corriente alterna en vez de corriente directa.

8-8 Ecuaciones de Maxwell

La electricidad en pocas palabras

A la colección de las leyes básicas de la electricidad (ley de Coulomb, ley de Ampere y ley de Faraday) se le conoce como las ecuaciones de Maxwell. En la ley de Faraday se usa $(E_L \cdot L)_{\text{trayectoria cerrada}}$ en vez de la fem. Como se ha visto, es la fuerza inducida sobre una carga eléctrica la que lleva a los electrones alrededor de un circuito. Puesto que la definición de E, es fuerza por unidad de carga estacionaria, la ley de Faraday establece que un campo eléctrico inducido deberá ir acompañado siempre de un cambio en el campo magnético. En esta forma la Ec. 8-21 resulta en

Ley de Faraday

$$(\bar{E}_L \cdot L)_{\text{trayectoria cerrada}} = \frac{1}{c}\frac{\Delta N_B}{\Delta t} \tag{8-22}$$

La ley de Faraday establece que un campo magnético variable deberá producir un campo eléctrico. Un ejemplo simple de esto es el de una partícula cargada q que se mueve con velocidad v en un campo magnético uniforme B. Así la fuerza neta es $F = qvB/c$ y la ley de Faraday predice un campo eléctrico nulo. ¿Pero qué ocurre para un observador en movimiento? Él ve un campo magnético en movimiento y según la ley de Faraday, debería ver también un campo eléctrico. Considérese el caso de un observador que se mueve junto con la carga. Puesto que para éste la velocidad de la carga es cero, él ve una fuerza magnética cero; sin embargo, la fuerza original $F = qvB/c$ (donde v es la v original) estará todavía presente. Este observador en movimiento dice que la fuerza (sin importar su valor) es igual a qE. De modo que se tiene $qvB/c = qE$, con el resultado de que el campo eléctrico visto por el observador en movimiento es $E = \frac{v}{c}B$; esto es, un campo magnético en movimiento produce un campo eléctrico.

Pregunta 9. Considere un electrón de conducción en la espira giratoria de la Fig. 8-24. En el sistema de laboratorio es posible calcular la fuerza neta sobre el electrón. ¿Es posible que alguna parte de esta fuerza sea debida al campo eléctrico?

Maxwell se preguntó sobre la posibilidad del proceso inverso. ¿Un campo eléctrico variable produciría también un campo magnético? Si éste fuera el caso, se debería tener una expresión similar a la Ec. 8-22 con E y B intercambiados:

$$(\bar{B}_L \cdot L)_{\text{trayectoria cerrada}} = \frac{1}{c}\frac{\Delta N_E}{\Delta t}$$

Pero de la ley de Ampere se sabe que

$$(\bar{B}_L \cdot L)_{\text{trayectoria cerrada}} = \frac{4\pi I}{c} \tag{8-23}$$

Maxwell propuso que la ecuación completa fuera

$$(B_L \cdot L)_{\text{trayectoria cerrada}} = \frac{4\pi I}{c} + \frac{1}{c}\frac{\Delta N_E}{\Delta t}$$

A este nuevo término que añadió a la ley de Ampere, le dio el nombre de corriente de desplazamiento. Maxwell pensó en un ejemplo que demuestra que hay algún error en la Ec. 8-23. Este ejemplo y el razonamiento que lo llevó a introducir el término correspondiente a la corriente de desplazamiento, se presenta en el apéndice de este capítulo.

En resumen, las ecuaciones de Maxwell expresadas sin hacer uso de cálculo son

$$N_E = 4\pi Q \tag{8-24}$$

es el número total de líneas que salen de la carga Q

$$(\bar{B}_L \cdot L)_{\text{trayectoria cerrada}} = \frac{1}{c}4\pi I + \frac{1}{c}\frac{\Delta N_E}{\Delta t} \tag{8-25}$$

$$(\bar{E}_L \cdot L)_{\text{trayectoria cerrada}} = \frac{1}{c}\frac{\Delta N_B}{\Delta t} \tag{8-26}$$

donde las cantidades en los segundos miembros de estas dos últimas ecuaciones son las contenidas en la trayectoria cerrada. Estas ecuaciones son válidas para todas las trayectorias cerradas posibles.

8-9 Radiación electromagnética

La teoría de la luz

Una vez que se dispuso de las leyes correctas de la electricidad, Maxwell procedió a derivar la teoría de la luz. Específicamente, demostró que una corriente variable radiará ondas

Respuesta 9. No. En el sistema de laboratorio $E = 0$ en todas partes y puesto que la fuerza electrostática es $F_e = eE$ también es cero. La única fuerza sobre el electrón es la fuerza magnética que es debida a su velocidad. Si nos moviéramos con el electrón la situación sería contraria.

electromagnéticas con velocidad $v = c$ donde c es la constante de proporcionalidad, determinada experimentalmente, que aparece en las ecuaciones de la electricidad (ecuaciones de Maxwell). La constante $1/c^2$ que aparece en la Ec. 8-6 se determinó experimentalmente midiendo la fuerza entre corrientes. Por esa época nadie soñaba que esta constante de proporcionalidad tuviera alguna relación con la velocidad de la luz, Maxwell también demostró que tales ondas electromagnéticas consisten de E y B, mutuamente perpendiculares y perpendiculares a su vez a la dirección del movimiento. Además E y B mostraron tener la misma magnitud. En 1864 esto pasó a ser la coronación de la Física teórica. Las ondas luminosas se explicaron finalmente como campos eléctricos y magnéticos de alta frecuencia. Así, la explicación fundamental de todos los fenómenos eléctricos, magnéticos y ópticos quedaban dados supuestamente en términos de un conjunto de leyes básicas (Ecs. 8-24, 8-25 y 8-26). Además la teoría de Maxwell predecía que las ondas electromagnéticas de cualquier frecuencia, sin importar que fuera muy baja, serían emitidas con la velocidad de la luz. Esta teoría fue verificada experimentalmente por vez primera por Hertz en 1888, y en 1901 Marconi logró transmitir ondas electromagnéticas a través del Atlántico. Estas ondas electromagnéticas de frecuencia menor que la de la luz y las ondas infrarrojas se conocieron como ondas de radio.

Normalmente, la deducción de las expresiones de la radiación electromagnética requiere del cálculo y de las ecuaciones diferenciales. Sin embargo, sería una lástima detenerse aquí sin llegar al punto culminante, después de haber trabajado en forma tan intensa en los dos capítulos anteriores. La siguiente explicación de la radiación electromagnética, sin hacer uso del cálculo, fue desarrollada para este libro con la ayuda del Profesor R. Feynman, un físico del California Institute of Technology.

Se usará como fuente de radiación una hoja infinita de corriente. Como se mostró en la página 221, el campo magnético producido por una corriente de i statcoulombs por centímetro que circula por un plano es

$$B = \frac{2\pi i}{c}$$

Ahora considérese el caso en el cual originalmente no existe corriente y bruscamente se conecta (Ver Fig. 8-27). El pro-

Fig. 8-27. Ondas E y B saliendo de una superficie con corriente de i statampere/cm. La onda electromagnética ha viajado una distancia x.

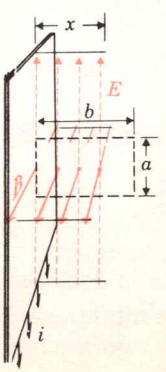
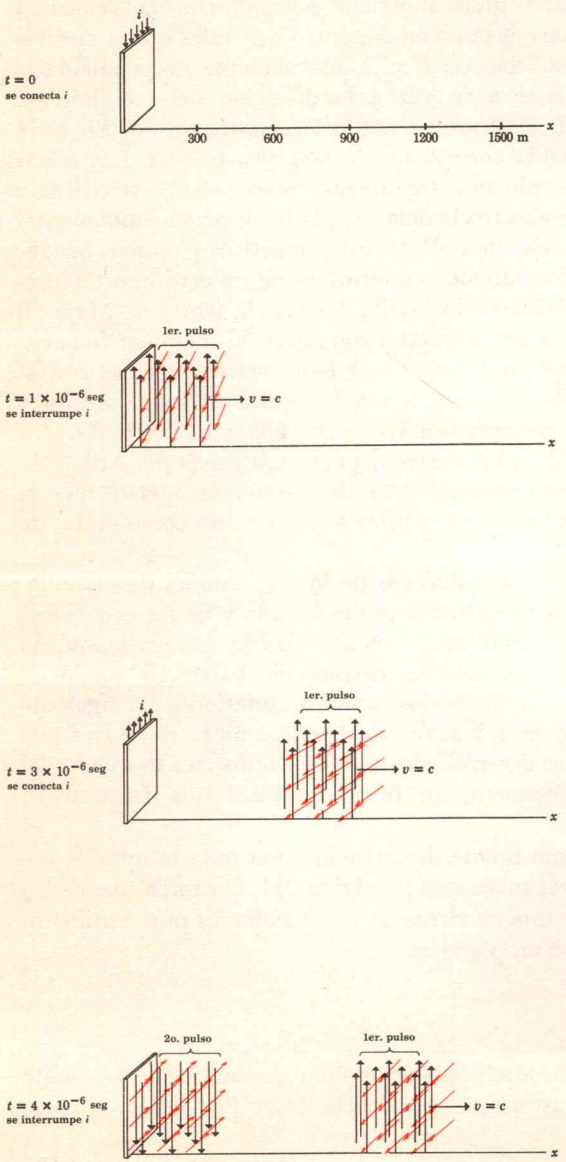


Fig. 8-28. Pulsos electromagnéticos de 1×10^{-6} seg. de duración, emitidos mediante el encendido y apagado de una placa infinita de corriente. Se muestra una sección cuadrada del plano infinito y de la onda electromagnética. Las líneas de B son las rojas y las de E son negras.



cedimiento será suponer que el campo $B = 2\pi i/c$ viaja con velocidad v hacia afuera desde el plano infinito. Supongamos también que un campo eléctrico uniforme E acompaña a B y que es perpendicular a éste. En otras palabras, supongamos que una onda o una función escalón provienen del plano infinito con velocidad v. Entonces, las Ecs. 8-25 y 8-26 pueden usarse para determinar los valores de E, B y v. Las soluciones que se obtienen, como se verá en el párrafo siguiente, son $E = B = 2\pi i/c$ y $v = c$. En consecuencia, una onda saliente con velocidad $v = c$ satisface las ecuaciones de Maxwell y por lo tanto es la solución correcta para la situación en la cual i se conecta bruscamente.

En la Fig. 8-16 considere la situación un instante después de que se ha conectado la corriente y la onda de $B = 2\pi i/c$ ha viajado solamente una distancia x donde x es menor que b. Entonces B es cero en los extremos del rectángulo de la Fig. 8-16 y la Ec. 8-25 resulta en

$$0 = \frac{4\pi(-ia)}{c} + \frac{1}{c}\frac{\Delta N_E}{\Delta t} \tag{8-27}$$

El signo menos es debido a que se ha escogido como positiva la dirección hacia arriba. El flujo eléctrico N_E es el área $2ax$ multiplicada por E. Entonces

$$\frac{\Delta N_E}{\Delta t} = 2E\,\frac{a\Delta x}{\Delta t} = 2Eav$$

es la rapidez de cambio con el tiempo del flujo eléctrico que atraviesa este rectángulo. Substituyendo en la Ec. 8-27, se obtiene

$$0 = -\frac{4\pi}{c}\,ia + 2\,\frac{Eav}{c}$$

$$E = \frac{2\pi i}{c} \times \frac{c}{v}$$

y puesto que el factor $(2\pi i/c)$ es el valor de B, se tiene

$$E = B\frac{c}{v} \tag{8-28}$$

Para determinar v, es necesaria otra ecuación; la cual puede obtenerse usando el rectángulo vertical de la Fig. 8-27. El campo eléctrico contribuye a $(\bar{E}_L \cdot L)_{\text{trayectoria cerrada}}$ solamente a lo largo del lado izquierdo del rectángulo. Entonces

$$(\bar{E}_L \cdot L)_{\text{trayectoria cerrada}} = E \cdot a$$

La Ec. 8-26 es entonces

$$Ea = \frac{1}{c}\frac{\Delta N_B}{\Delta t}$$

y puesto que

$$N_B = Bax, \frac{\Delta N_B}{\Delta t} = Ba\frac{\Delta x}{\Delta t} = Bav$$

La ecuación anterior resulta en

$$Ea = \frac{Bav}{c}$$

o bien

$$E = B\frac{v}{c}$$

Dividiendo esta ecuación entre la Ec. 8-28 se obtiene el resultado $v = c$.

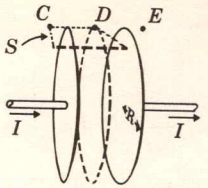
Para probar que se emite una onda electromagnética cuadrada, si la corriente se conecta bruscamente y en seguida se desconecta, puede usarse exactamente la misma derivación. La radiación de tales pulsos se ilustra en la Fig. 8-28. En efecto, puesto que E es proporcional a i, se sigue que si i varía sinusoidalmente, entonces se emitirá una onda sinusoidal. Maxwell propuso que la luz visible consistía de ondas electromagnéticas de longitud de onda apropiada. Hacia esa época (1864), probablemente la gran pregunta sin respuesta en la Física era ¿de qué consisten las ondas luminosas? Gracias a Maxwell, ahora sabemos que las ondas luminosas consisten de campos eléctricos y magnéticos oscilando. En el capítulo 10 se continúa con esta discusión.

Apéndice 8-1

En este apéndice se discute la necesidad de añadir el término $\frac{1}{c}\frac{\Delta N_E}{\Delta t}$ a la Ec. 8-23. Se demostrará que cuando se aplica la Ec. 8-23 a un condensador circular, se llega a una contradicción matemática, mientras que la Ec. 8-25 proporciona la respuesta correcta.

Considere que dentro del condensador circular de la Fig. 8-29 circula una corriente I. La carga que abandona la placa derecha se acumula en la placa izquierda. Como se mostró en la página 219, escogiendo círculos de radio R alrededor de la corriente y aplicando la Ec. 8-23, el campo en los puntos C y E resulta ser $B_C = B_E = 2I/cR$. Sin embargo, el círculo de radio R que pasa por el punto D

Fig. 8-29. Corriente que fluye "a través" de un condensador circular de radio R.



encierra una corriente igual a cero, de modo que la Ec. 8-23 predice $B_D = 0$. Es posible obtener una contradicción matemática al aplicar la Ec. 8-23 a un rectángulo, uno de cuyos lados es CD y dos de sus otros lados son de longitud s y salen de la página. El rectángulo se completa al unir estos dos lados con otro de longitud CD.

Entonces $(\bar{B}_L \cdot L)_{\text{trayectoria cerrada}} = B_C \cdot s - B_D \cdot s$

Y puesto que no circula corriente a través del rectángulo la Ec. 8-23 establece

$$B_C \cdot s - B_D \cdot s = 0$$

y

$$B_D = B_C = \frac{2I}{2R} \quad \text{en vez de } B_D = 0$$

Maxwell descubrió esta contradicción y propuso la siguiente ecuación que a la vez que resuelve la contradicción concuerda con el experimento:

$$(\bar{B}_L \cdot L)_{\text{trayectoria cerrada}} = \frac{4\pi I}{c} + \frac{1}{c}\frac{\Delta N_E}{\Delta t}$$

donde N_E es el flujo o número de líneas de E encerradas por la trayectoria. Esta ecuación puede comprobarse para el ejemplo del condensador circular tomando nuevamente como trayectoria un círculo de radio R que pase por el punto D. Según la Ec. 7-13 el número total de líneas de E entre las placas es $N_E = 4\pi Q$. De donde $\Delta N_E/\Delta t = 4\pi\, \Delta Q/\Delta t = 4\pi I$. Substituyendo $4\pi I$ por $\Delta N_E/\Delta t$ en la Ec. 8-25, se tiene

$$B_D \cdot 2\pi R = 0 + \frac{1}{c}(4\pi I)$$

y

$$B_D = \frac{2I}{cR}$$

que está de acuerdo con B_C y resuelve *la* contradicción.

Problemas

1. ¿Es posible que un observador que se mueve a lo largo de un alambre cargado, mida la misma corriente que un observador en reposo?
2. Se tienen dos alambres largos, paralelos, separados una distancia de 16 cm y con corriente de 4 amperes cada uno. Determine B en el punto medio entre ellos,
   a) Cuando las corrientes tienen la misma dirección;
   b) Cuando las corrientes tienen direcciones opuestas.
3. Un solenoide de 1 m de longitud y 8 cm de diámetro contiene 500 vueltas.

a) ¿Cuál es el valor de B dentro del solenoide cuando la corriente es de 6 amperes?

b) ¿Cuál es el número total de líneas de B?

4. Reescriba la ley de Faraday de manera que la fem quede dada en volts y las otras unidades se mantengan las mismas.

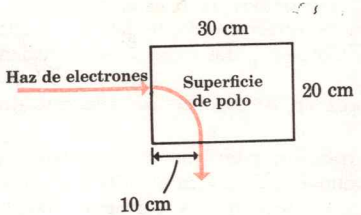
5. Un electrón que se mueve horizontalmente de este a oeste, penetra en un campo magnético y es deflectado hacia abajo ¿Cuál es la dirección del campo magnético?

6. Una bobina de 300 vueltas y 100 cm^2 de área gira a razón de 1800 rpm, en un campo magnético de 5000 gauss ¿Cuál es el valor máximo de la fem generada?

7. Un electrón se lanza en la dirección del eje de un solenoide. Describa el movimiento del electrón.

8. Una bobina da mil vueltas cuya área de 100 cm^2 es perpendicular al campo magnético terrestre, gira 90° en un segundo. La fem promedio proveniente de la bobina durante este segundo resulta ser de 0.6 milivolts (0.6×10^{-3} volts). ¿Cuál es la intensidad del campo magnético terrestre?

Prob. 9



9. Un haz de electrones cuya velocidad es 10^8 cm/seg es deflectado 90° por un imán, tal como se muestra en la figura.

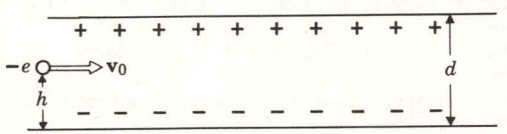
a) ¿Cuál será la dirección de B para producir esa deflexión hacia abajo?

b) ¿Cuál será el radio de curvatura de la trayectoria del electrón, cuando está entre los polos del imán?

c) Cuál es la fuerza sobre los electrones cuando están en el campo magnético?

d) ¿Cuál es el valor de B en gauss?

Prob. 10



10. Un electrón de masa m penetra con velocidad v_0 entre dos placas paralelas cargadas. Desprecie la gravedad.

a) Si el valor del campo eléctrico uniforme es E, la trayectoria del electrón será parte de un (círculo, onda senoidal, parábola, elipse).

b) ¿Cuál será la dirección de la aceleración? ¿Cuál será su magnitud en términos de e, E y m?

c) ¿Cuánto viajará el electrón antes de chocar con una de las placas?

d) Suponga que las líneas de E fueran las de un campo magnético en vez de las de un eléctrico (apuntando en la misma dirección en la que apunta E). En estas condiciones, ¿cuál deberá ser la dirección de la fuerza sobre el electrón?

11. Derive una fórmula para el período de revolución de un protón en un campo magnético B.

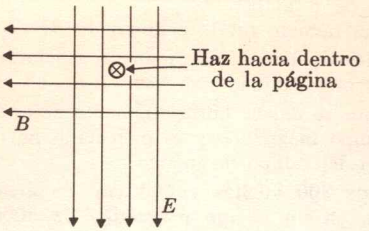
12. Se manda una corriente de 8 amperes por un tubo delgado de cobre de 2 cm de diámetro.

a) ¿Cuál es el valor de B a 4 cm del eje del tubo?

b) ¿Cuál es el valor de B a 0.5 cm del eje del tubo?; (este punto está dentro de la superficie cilíndrica de corriente). (*Sugestión*: ¿Una trayectoria cerrada de 0.5 cm de radio encerrará cualquier corriente?)

13. Un haz de protones de velocidad $v = 0.1\ c$ viaja por una región donde existen un campo magnético y uno eléctrico cruzados, tal

Prob. 13



como se muestra en la figura. Los protones se mueven perpendicularmente hacia adentro de la página. La fuerza electrostática sobre los protones es 3×10^{-8} dinas.

a) ¿Cuál deberá ser la relación E/B para que la fuerza neta sobre los protones sea cero?

b) ¿Cuál deberá ser el valor de B en gauss?

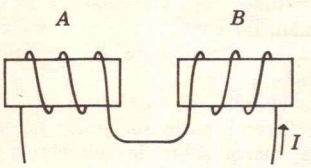
c) Con el valor E/B que obtuvo en el inciso (*a*) determine la magnitud y dirección de la fuerza neta sobre una partícula de carga $+e$ y velocidad $v = 0.2\ c$. (Este arreglo de campos cruzados se usa como un dispositivo para seleccionar aquellas partículas que tienen una velocidad dada.)

14. Un cable coaxial consiste de dos cilindros, uno interior y otro exterior, de radios R_1 y R_2, respectivamente. A lo largo de cada uno de los cilindros circula una corriente de I statampere pero en direcciones opuestas. ¿Cuál es el valor de B a una distancia r del eje común?

a) ¿Cuando r está entre los dos cilindros?

b) ¿Cuando r está fuera del cilindro exterior?

Prob. 15



15. Considere dos solenoides A y B donde la corriente circula como se indica en la figura.

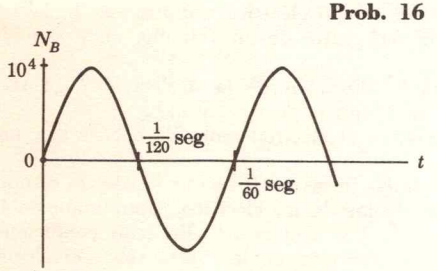
a) ¿Cuál de los extremos de B es el polo N?

b) ¿Cuál será la dirección de la fuerza resultante en B?
Sugestión: Considere dos solenoides equivalentes a los imanes de barra.

c) ¿Existe torca en B? De ser así, ¿en qué dirección tiende a girar?

16. Considere un transformador que tiene 10^3 vueltas en el primario y 10^4 en el secundario. Se aplica al primario un voltaje alterno de 60 ciclos/seg que hace que a través de las bobinas pase un máximo de 10^4 líneas de B. En la figura se representa el flujo contra el tiempo.

Prob. 16



a) ¿Qué tiempo les lleva a las líneas de B pasar de 0 a su valor máximo 10^4?

b) ¿Cuál es la fem promedio inducida en el secundario, durante este tiempo?

c) Durante este tiempo, ¿cuál es el voltaje promedio en el primario?

17. Un jet cuya envergadura es de 20 m, viaja a 600 km/h hacia el norte en una latitud donde la componente vertical del campo magnético es 0.6 gauss.

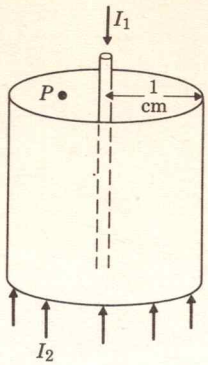
a) ¿Qué diferencia de potencial existe entre los extremos de las alas?

b) ¿Cuál de las alas está a mayor potencial?

18. La masa de un electrón aumenta rápidamente cuando su velocidad se aproxima a la velocidad de la luz. ¿Cuál es la masa de un electrón que se mueve en un círculo de radio $R = 10$ cm, cuando $B = 10{,}000$ gauss? (*Sugerencia*: Ponga $v = c$ en la Ec. 8-11). ¿Cuál es la relación de esta masa del electrón a su masa en reposo?

Prob. 19

19. En el alambre coaxial que se muestra en la figura la corriente interior $I_1 = 3$ amperes circula hacia abajo mientras la corriente exterior $I_2 = 2$ amperes circula hacia arriba.



a) ¿Cuál es el valor de B a 5 cm., de distancia del centro?
b) ¿Cuál es el valor de B en el interior del cable, en el punto P que dista 0.5 cm del centro?

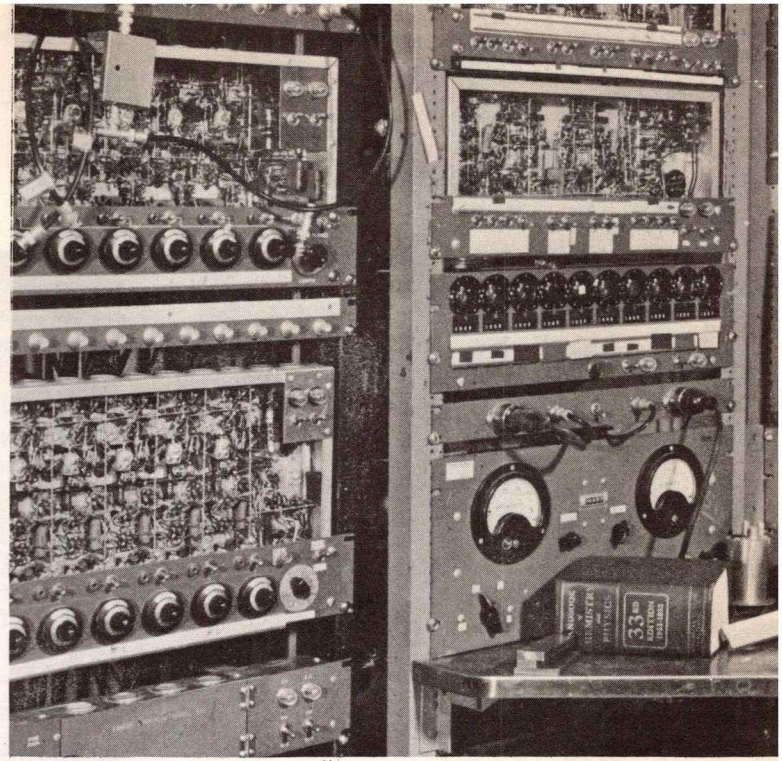
20. En el Bevatrón de Berkeley, Cal., los protones llegan a tener siete veces su masa en reposo y una velocidad de $v = 0.99\ c$. ¿Cuál debe ser el diámetro del Bevatrón si hay un campo magnético vertical de 10,000 gauss a lo largo de toda la órbita?

21. En un ciclotrón con un campo magnético $B = 18{,}000$ gauss ¿Cuántas revoluciones por segundo hará un protón? Observe que la respuesta es independiente de la velocidad del protón y del radio de la órbita.

22. Una larga lámina de corriente oscila sinusoidalmente con una frecuencia de 100 megaciclos (10^8 ciclos/seg). El valor máximo del campo eléctrico emitido es 5 volts/cm.
a) ¿Cuál es el valor máximo de la corriente en statampere/cm?
b) ¿Cuál es el valor máximo de B en gauss?

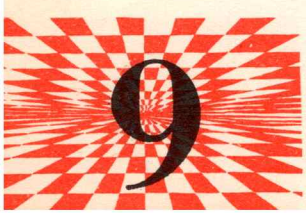
23. Una corriente I uniforme circula a lo largo de una barra sólida de radio R. ¿Cuál es el valor de B en el interior de la barra a una distancia r del eje? $(r < R)$.

24. Suponiendo que la Fig. 8-12 se reproduce a escala y que el campo magnético es de 12,000 gauss. Calcule la masa del electrón cuando entra a la cámara de burbujas. (Suponga que la velocidad con que entra a la cámara es muy próxima a la de la luz). ¿Cuál es la relación entre esta masa y la masa en reposo? Use la Ec. 3-6 para ver la proximidad de esta velocidad con la de la luz.



Aplicaciones eléctricas

Capítulo 9



9-1 Unidades prácticas*

Volts y amperes

Las unidades eléctricas comunes utilizadas por los electricistas y los ingenieros electricistas son: el coulomb para la carga, el ampere para la corriente, el volt para el potencial eléctrico y el joule/seg, o watt, para la potencia. Como se mencionó en el capítulo 7, se define al coulomb como $c/10$ veces un statcoulomb, donde c se expresa en cm/seg. Por lo tanto, las unidades prácticas para la carga y la corriente son 3×10^9 veces mayores que las correspondientes unidades electrostáticas. Se puede pensar que las unidades prácticas se establecieron por sus tamaños más "convenientes". Sin embargo, las cosas hubieran resultado de una manera más conveniente y práctica si el factor de conversión se hubiese escogido como c y no como $c/10$. De acuerdo con la Ec. 7-17, la magnitud de las unidades prácticas para el potencial se determina tomando al coulomb para la carga y al joule para la energía:

$$V = \frac{U}{q}$$

$$1 \text{ volt} = \frac{1 \text{ joule}}{1 \text{ coulomb}} = \frac{10^7 \text{ ergs}}{3 \times 10^9 \text{ statcoulomb}}$$

$$= \frac{1}{300} \frac{\text{erg}}{\text{stat-coulomb}} = \frac{1}{300} \text{ statvolt}$$

Por tanto, la unidad (*ues*) electrostatica para el potencial es 300 veces más grande que la unidad práctica.

9-2 La ley de Ohm

Una consecuencia de la estructura de la materia

Si se aplica una diferencia de potencial V en un conductor, circulará por éste una corriente de magnitud I. A principios del siglo XIX, George Ohm descubrió que la magnitud de la corriente en los metales, era proporcional al voltaje aplicado, siempre y cuando se mantuviera constante la temperatura. El hecho importante es que este resultado no es otra aproximación, simplemente como la ley de Hooke, sino que la relación resulta exacta dentro de la precisión de las medidas. *Ohm*

* Las secciones 9-1 a 9-4 pueden omitirse. El material subsecuente no depende de estas secciones. Sin embargo, el material posterior sí depende de lo tratado en las secciones 9-5 a 9-7.

definió la resistencia de un conductor como el voltaje dividido entre la corriente:

Ley de Ohm

$R = \dfrac{V}{I}$ es independiente de I para los metales

En el sistema práctico, V está expresado en volts e I en amperes. La unidad de resistencia es el volt/amp. A esta unidad se le dio el nombre especial de ohm (por alguien que no fue Ohm).

¿Qué tan básica es la ley de Ohm? ¿Es una ley fundamental nueva de la naturaleza, o es simplemente la consecuencia de la estructura de la materia y de las leyes básicas de interacción, como resultó ser la teoría cinética? Como se podría esperar, esto último es lo cierto. La resistencia de substancias diferentes en varias condiciones, se explica bastante bien con la teoría cuántica de los sólidos (ver capítulo 14). En los siguientes párrafos se deduce la ley de Ohm a partir de la teoría de los metales.

Derivación de la ley de Ohm a partir de la teoría de los metales

La teoría cuántica de los metales establece que, debido a la naturaleza ondulatoria de los electrones, los electrones átomicos exteriores no se encuentran ligados a los átomos individuales en el cristal metálico. Esto es contrario a las ideas de la Física clásica y se explica en el capítulo 14. Estos electrones de conducción pueden viajar muchos diámetros átomicos, antes de tener una colisión atómica. Sea L el camino libre medio entre colisiones. El tiempo entre colisiones será $\Delta t = L/u$, donde u es la velocidad promedio de los electrones de conducción (la dirección de u es al azar y, por lo tanto, no da lugar a una corriente neta). Si se aplica un voltaje a través de un trozo de metal, existirá una fuerza eE sobre cada electrón de conducción y, durante un tiempo Δt, cada uno de ellos adquirirá una velocidad de arrastre $v_d = \Delta u$ según

$$m\frac{\Delta u}{\Delta t} = eE \text{ (segunda ley de Newton)}$$

$$\Delta u = \frac{eE}{m}\Delta t$$

Reemplazando Δt por (L/u) se obtiene para la velocidad de arrastre:

$$v_d = \Delta u = \frac{eL}{mu}E \qquad (9\text{-}1)$$

Pregunta 1. ¿Es el segundo miembro de la Ec. 9-1 la velocidad de arrastre promedio de los electrones de conducción?

Δu está en la misma dirección para todos los electrones y por lo tanto, da lugar a una corriente neta. Los electrones pierden su velocidad de arrastre después de cada colisión. El camino libre medio L es tan pequeño que v_d siempre es mucho menor que u. Un valor típico para la velocidad de arrastre es del orden de 1 mm/seg (ver Pág. 206). La corriente eléctrica es el producto de la carga de cada electrón por el número total de electrones de conducción por centímetro a lo largo del alambre $\mathcal{N}$, por la velocidad de arrastre promedio.

$$I = e\mathcal{N}\overline{v_d}$$

La velocidad de arrastre promedio es la mitad de la velocidad de arrastre máxima. Substituyendo un medio del valor dado por la Ec. 9-1 se obtiene

$$I = e\mathcal{N}\left(\frac{1}{2}\frac{eL}{mu}E\right) = \frac{e^2\mathcal{N}L}{2mu}E$$

De aquí se ve que, por la Ec. 9-1, la velocidad de arrastre y por lo tanto la corriente eléctrica, es proporcional a E, que a su vez es proporcional al voltaje aplicado. Por lo tanto siempre que u (o la temperatura) permanezca constante, la corriente será proporcional al voltaje aplicado, tal como lo observó Ohm experimentalmente. Se puede obtener una fórmula para la resistencia de un alambre de longitud x, notando que el voltaje a través de él es $V = Ex$. Substituyendo (V/x) por E en la ecuación anterior se obtiene

$$I = \frac{e^2\mathcal{N}L}{2mu}\left(\frac{V}{x}\right)$$

Por tanto la resistencia es

$$R = \frac{2mux}{e^2\mathcal{N}L}$$

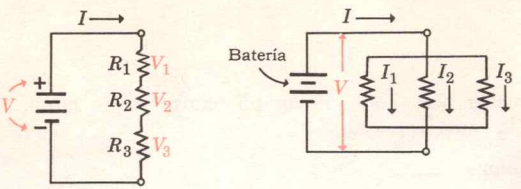
9-3 Teoría de circuitos

Los electrones prefieren el camino de menor resistencia

Muchas de las aplicaciones eléctricas comunes incluyen combinaciones de resistencia en serie y en paralelo. La resistencia total R_t de una combinación de resistencias, se obtiene dividiendo el voltaje aplicado a través de la combinación entre la corriente total que fluye por ésta. En cada una de

Respuesta 1. No. Es el valor alcanzado justamente antes de producirse otra colisión. La velocidad de arrastre promedio está entre este valor, y su valor inicial de cero.

Fig. 9-1. Las resistencias R_1, R_2 y R_3 en, (*a*) combinación en serie, (*b*) combinación en paralelo.



(*a*) Circuito en serie (*b*) Circuito en paralelo

Fig. 9-2. Un complicado circuito de resistencias. El símbolo Ω significa ohm.

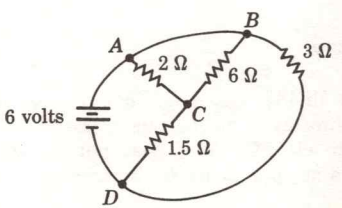
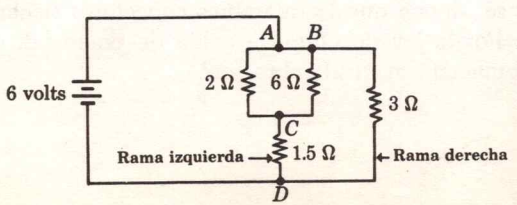


Fig. 9-3. El mismo circuito de la Fig. 9-2, dibujado para hacer más aparentes las combinaciones en serie y en paralelo.



las combinaciones de resistencia mostradas en la Fig. 9-1, la resistencia total es

$$R_t = \frac{V}{I}$$

En un circuito en serie, circula la misma corriente por todas las resistencias. En un circuito en paralelo, la corriente total es la suma de las corrientes que pasan a través de cada una de las resistencias. La diferencia de potencial total V en un circuito en serie es

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

Dividiendo ambos miembros entre I

$$\frac{V}{I} = \frac{V_1}{I} + \frac{V_2}{I} + \frac{V_3}{I},$$

ó

$$R_t = R_1 + R_2 + R_3 \text{ (combinación en serie)} \qquad (9\text{-}2)$$

De aquí se ve, que en un circuito en serie, la resistencia total es la suma de las resistencias individuales.

En una combinación en paralelo (Fig. 9-1*b*)

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Dividiendo ambos miembros entre V

$$\frac{I}{V} = \frac{I_1}{V} + \frac{I_2}{V} + \frac{I_3}{V},$$

ó

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \text{ (combinación en paralelo)} \qquad (9\text{-}3)$$

En un circuito en paralelo, el recíproco de la resistencia total se obtiene sumando los recíprocos de las resistencias individuales.

Muchos circuitos complicados pueden resolverse fraccionándolos en combinaciones de circuitos simples en serie y en paralelo. Este procedimiento se ilustra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 1

En el circuito mostrado en la Fig. 9-2: (*a*) ¿Cuál es la corriente total suministrada por la batería? (*b*) ¿Qué corriente circula a través de la resistencia de 6 ohms?

Para poder encontrar I se debe calcular R_t. Esto se facilita volviendo a dibujar el mismo circuito mostrado en la Fig. 9-3, pero haciendo más evidentes las combinaciones en serie y en paralelo. Empezaremos

con la combinación en paralelo de las resistencias de 2 y 6 ohms. Sea R la resistencia de esta combinación. Entonces

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$R = 1.5 \text{ ohms}$$

Esta resistencia está en serie con otra de 1.5 ohms; por lo tanto, la resistencia R' de la rama izquierda es

$$R' = R + 1.5 = 3 \text{ ohms}$$

Finalmente, esta rama izquierda está en paralelo con una resistencia de 3 ohms. Por lo tanto

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R'} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$R_t = 1.5 \text{ ohms}$$

y

$$I = \frac{V}{R_t} = \frac{6}{1.5} = 4 \text{ amp}$$

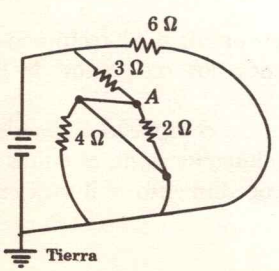
es la corriente total suministrada por la batería.

Para encontrar la corriente a través de la resistencia de 6 ohms, determinaremos primero la corriente I' que circula por la rama izquierda, que es

$$I' = \frac{6 \text{ volts}}{R'} = 2 \text{ amp}$$

Esta corriente se divide, de modo que el voltaje a través de la resistencia de 6 ohms es el mismo que a través de la resistencia de 2 ohms. Por lo tanto el 75% de I' pasa por la resistencia de 2 ohms y el 25%, ó 0.5 amp, por la de 6 ohms.

Fig. 9-4. Ilustración de un circuito corto. El punto A está en cortocircuito con tierra.



El circuito corto

En la Fig. 9-4 se muestra la parte inferior de la fuente de voltaje conectada a tierra (al potencial de la tierra). En la teoría de circuitos se define al potencial de la tierra como potencial cero. Nótese que si se conecta a tierra, un punto del circuito, a través de esta conexión no pasará corriente. ¿Cuál es el potencial en el punto A de la Fig. 9-4? Observe que es posible trazar un camino en zig-zag, con alambres, desde el punto A hasta tierra sin cruzar ninguna resistencia. En estos diagramas se supone que los alambres conectores tienen resistencia cero. Por la ley de Ohm, la caída de potencial, o diferencia de potencial, en el alambre será

$$\begin{aligned} V &= IR_{\text{alambre}} \\ &= I \times 0 \\ &= 0 \text{ volt} \end{aligned}$$

Por tanto, el potencial en el punto A también será cero. De hecho, cualquier par de puntos conectados por un alambre sin resistencia estarán al mismo potencial. Como la diferencia de potencial a través de las resistencias de 2 y 4 ohms es cero, no circulará corriente entre ellas. Se dice entonces que estas dos resistencias están en cortocircuito. Si se cortocircuitara la salida de 115 volts de una casa, la corriente sería

$$I = \frac{V}{R} = \frac{115 \text{ volts}}{0 \text{ ohm}} = \infty \text{ amp}$$

En la práctica la corriente no sería en realidad infinita, ya que los alambres tienen una pequeña resistencia; sin embargo, la corriente sería lo suficientemente grande como para que salten chispas y se anulen los fusibles.

Potencia eléctrica

La potencia eléctrica es la energía potencial eléctrica que se disipa por unidad de tiempo

$$\text{potencia} = \frac{U}{t}$$

La energía potencial eléctrica de una carga Q es $U = QV$. Cuando la carga Q circula en un conductor, la energía potencial se convierte en energía calorífica. La potencia eléctrica, o rapidez de producción de calor es

$$\text{potencia} = \frac{QV}{t}$$

Q/t es por definición la corriente I. Por lo tanto

$$\text{potencia} = IV \qquad (9\text{-}4)$$

Ejemplo 2

Una lámpara eléctrica de 75 watts funciona a 115 volts. ¿Cuánta corriente consume y cuál es su resistencia?

De acuerdo con la Ec. 9-4

$$I = \frac{\text{potencia}}{V} = \frac{75 \text{ watts}}{115 \text{ volts}} = 0.65 \text{ amp}$$

La resistencia se puede determinar utilizando la ley de Ohm

$$R = \frac{V}{I} = \frac{115}{0.65} \text{ ohm} = 177 \text{ ohms}$$

Fig. 9-5. El rectificador diodo. Se aplica un voltaje alterno en la terminal de entrada *A*. El voltaje de salida en *B* tiene "recortadas" las partes negativas.

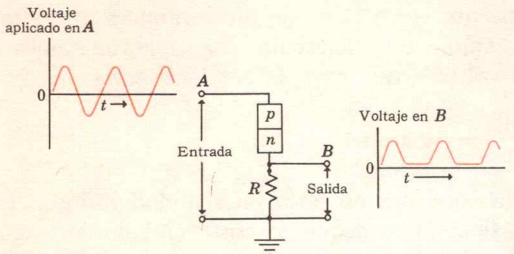


Fig. 9-6. Rectificador diodo con un condensador *C*. En ausencia de *C*, el voltaje de salida estaría representado por la línea punteada.

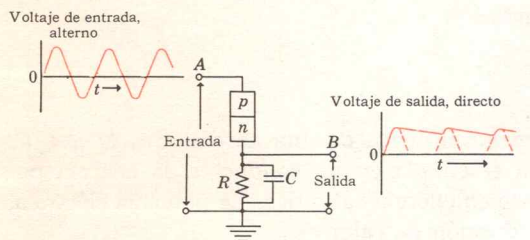
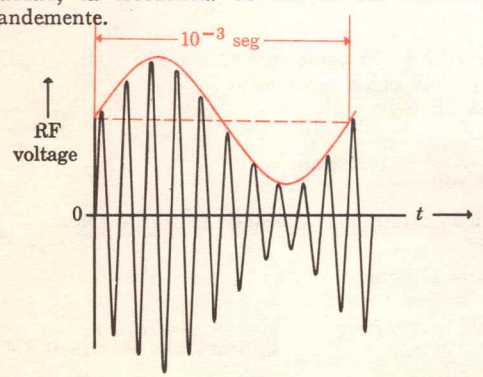


Fig. 9-7. La curva en negro es una gráfica del voltaje de RF (radio frecuencia) como función del tiempo. En esta figura, la onda electromagnética de RF, o alta frecuencia, tiene su amplitud modulada por una onda sinusoidal pura, o nota musical, de 1,000 ciclos/seg (curva en rojo). Por claridad, la frecuencia de RF se ha reducido grandemente.



9-4 Radio y televisión

La electrónica de todos los días

Diodo detector

La parte central de un aparato de radio o televisión es el diodo detector. El diodo detector común consiste, como se muestra en la Fig. 9-5, de una resistencia *R* en serie con un diodo de unión *p-n*. Como se explicará en el capítulo 14, una unión *p-n* tiene la propiedad de que su resistencia es fuertemente dependiente de la dirección de la diferencia de potencial aplicada. En una dirección, la resistencia es casi cero, en tanto que en la otra es muy grande. Cualquier elemento de circuito que tenga esta propiedad se llama diodo. En la Fig. 9-5 se ve que cuando se aplica un voltaje positivo a través de la combinación del diodo y de la resistencia, el primero se comporta esencialmente como un cortocircuito y el voltaje positivo aparece a través de la resistencia *R*. Sin embargo, cuando se aplica un voltaje negativo, la resistencia del diodo es mucho mayor que *R* y la mayor parte del voltaje negativo aparece en el diodo y no en la resistencia. Aunque el voltaje en A es negativo el 50% del tiempo, el voltaje en la salida *B* nunca es negativo. El voltaje en *B* puede usarse para cargar un condensador. Esta aplicación del diodo, llamada rectificador diodo (ver Fig. 9-6), puede convertir un voltaje alterno en directo. Todos los aparatos de radio y televisión que operan con corriente alterna, tienen diodos rectificadores para convertir corriente alterna en directa.

Radio

Una estación de radio de AM, transmite una onda electromagnética de determinada frecuencia en alguna parte de la banda de radiodifusión. La banda de radiodifusión incluye frecuencias que van desde 0.5 hasta 1.6 megaciclos (1 megaciclo es 10^6 ciclos). La amplitud de la onda electromagnética se modula, o varía, con la señal de audio que se está transmitiendo. En la Fig. 9-7 se muestra, como un ejemplo, una gráfica de una onda electromagnética modulada por una nota musical pura de 1000 c/seg. En un radiorreceptor, esta débil señal se recibe en una antena, se amplifica en un amplificador de RF (radiofrecuencia) y entonces se transmite el diodo detector. Como se muestra en la Fig. 9-8, el voltaje de salida del diodo, es la señal de audio original de 1000 c/seg. Esta señal de audio se amplifica en un amplificador de audio y

Fig. 9-8. La línea roja representa el voltaje de salida del diodo detector. Nótese que el voltaje de salida es la señal de audio original, con una pequeña ondulación de RF. La curva negra representa la señal de RF con las partes negativas recortadas.

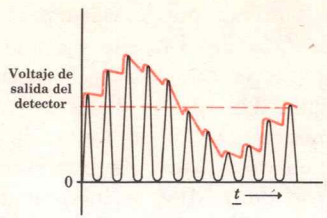


Fig. 9-9. Diagrama de bloques de un radiorreceptor de AM.

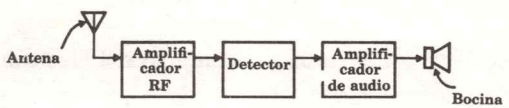
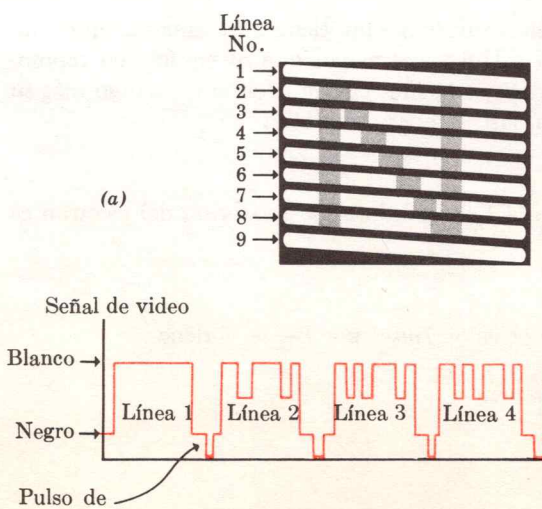


Fig. 9-10. Señal de video de la letra "N" con 9 líneas de rastreo. (*a*) La imagen correspondiente en un osciloscopio de cinescopio, utilizando la señal de video de (*b*) para controlar la intensidad del haz electrónico.



se transmite a una bocina. El diagrama de bloque de un radio receptor de AM se muestra en la Fig. 9-9.

En la televisión, la amplitud de la señal de video también está modulada por un portador de RF. Por lo tanto el receptor de televisión es similar a un receptor de AM, excepto porque la señal de video final se utiliza para modular la intensidad de un haz electrónico que incide en la pantalla del cinescopio de la televisión. En la señal final de video, el voltaje es directamente proporcional a la brillantez de la imagen rastreada. En los intervalos de tiempo entre las líneas rastreadoras de la señal de video, existen pulsos de voltaje que indican al circuito del cinescopio cuándo debe empezar a barrer otra línea. La Fig. 9-10*a* muestra la secuencia de rastreo de la letra *"N"* y la señal de video correspondiente se muestra en la Fig. 9-10*b*. En la Fig. 9-11 se muestra un diagrama de bloque de un receptor de televisión incluyendo los circuitos de barrido. Las televisiones comerciales de Estados Unidos utilizan 525 líneas rastreadoras por figura y 30 figuras completas por segundo.

9-5 El electrón volt

Una nueva unidad

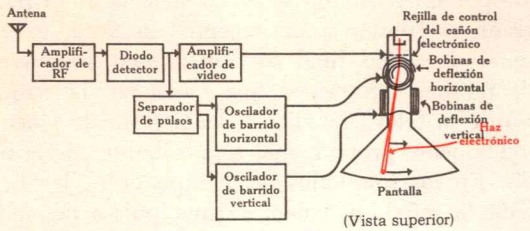
El electrón volt (ev) es simplemente otra unidad de energía como el erg o el joule. Su tamaño es lo suficientemente pequeño como para que sea conveniente emplearlo para medir las energías de las partículas elementales.

$$1 \text{ ev} = 1.6 \times 10^{-12} \text{ erg}$$

Este valor de la energía se escogió de tal forma que corresponde a la energía comunicada a un electrón cuando éste se acelera en una diferencia de potencial de 1 volt. Esto se puede comprobar utilizando la Ec. 7-17:

$$E_T = Q \times V$$
$$1 \text{ ev} = (e) \times (1 \text{ volt})$$
$$= 4.8 \times 10^{-10} \text{ ues} \times (\tfrac{1}{300} \text{ statvolt})$$
$$= 1.6 \times 10^{-12} \text{ erg}$$

Fig. 9-11. Diagrama de bloques de un receptor de televisión.



Comúnmente se mide la energía comunicada a las partículas por aceleradores de alta energía, en ev o Mev (millones de electrón volts). Un generador Van de Graaff (ver Fig. 7-6) que produzca una diferencia de potencial de 3 millones de volts, puede acelerar a electrones o protones hasta una energía cinética de 3 Mev. También puede usarse para acelerar núcleos de helio de carga $Q = 2e$. En este caso la energía que se obtiene será del doble, ya que $W = QV$ es proporcional a la carga de la partícula. Un núcleo de helio acelerado por una diferencia de potencial de 3 millones de volts, adquiere una energía cinética de 6 Mev. Es interesante notar que la masa de un electrón de 3 Mev, se incrementa por un factor de 7. Como se menciona en el capítulo 3, la masa de una partícula aumenta a medida que su velocidad se aproxima a la de la luz. De acuerdo con la Ec. 5-10, la energía en reposo de un electrón es

$$(E_T)_0 = m_0c^2$$

donde $m_0 = 9.1 \times 10^{-28}$ gr, es la masa en reposo del electrón. Entonces

$$\begin{aligned}(E_T)_0 &= (9.1 \times 10^{-28}) \times (3 \times 10^{10})^2 \text{ ergs} \\ &= 8.2 \times 10^{-7} \text{ ergs} \\ &= \frac{8.2 \times 10^{-7}}{1.6 \times 10^{-12}} \text{ ev} \\ &= 5.1 \times 10^5 \text{ ev} = 0.51 \text{ Mev}\end{aligned}$$

Por tanto, un electrón de 3 Mev tiene aproximadamente una energía cinética casi 6 veces mayor que su energía en reposo. Su energía total E_T es la suma de su energía en reposo más su energía cinética. Así, la energía total es

$$E_T = 7m_0c^2$$

De acuerdo con la Ec. 5-10, la masa relativista del electrón es

$$m = \frac{E_T}{c^2}$$

Si se substituye el valor $7m_0c^2$ por E_T, se obtiene

$$m = \frac{7m_0c^2}{c^2}$$

ó

$$m = 7m_0$$

9-6 El ciclotrón

El girar en círculos puede ser beneficioso

Como se explica en la Pág. 195, un haz de partículas se puede hacer girar en una trayectoria circular usando un campo magnético uniforme. En un ciclotrón se utiliza un gran electroimán para producir un campo magnético uniforme. Además de esto, el ciclotrón está diseñado de tal forma que después de cada semicírculo de camino recorrido por las partículas, éstas pasan a través de un campo eléctrico que las acelera, si el campo apunta en la dirección apropiada. En la Fig. 9-12, se muestra el campo eléctrico entre dos electrones huecos en forma de D. Se aplica un voltaje alterno que cambia la dirección del campo cada vez que la partícula completa media revolución. Mediante este truco, el campo eléctrico apunta siempre en la dirección correcta para acelerar a las partículas. Este truco no funciona si las partículas de diferentes energías, tienen períodos de revolución diferentes. Se puede mostrar, mediante la Ec. 8-11, que el período de revolución de la partícula es independiente de su energía o del radio de su trayectoria circular. Según la Ec. 8-11

$$R = \frac{mc}{eB} v$$

es el radio de la trayectoria circular. Se puede substituir $2\pi R/T$ por v (ver Ec. 2-16). Entonces

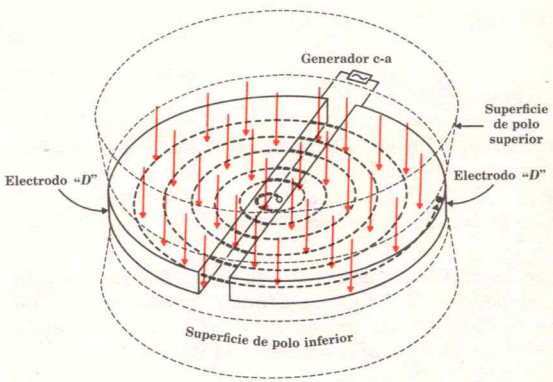
$$R = \frac{mc}{eB} \left(\frac{2\pi R}{T}\right)$$

ó

$$T = \frac{2\pi mc}{eB} \tag{9-5}$$

que es independiente tanto de R como de v.

Fig. 9-12. Diagrama esquemático de un ciclotrón. Las líneas en rojo son las líneas de B. Los electrodos en forma de D están dibujados con líneas negras. Los extremos del imán del ciclotrón son las líneas punteadas claras. La espiral punteada negra es la trayectoria de un protón que parte del centro. (Adaptado del *Scientific American*).



El sincrociclotrón

De hecho, el período T en la Ec. 9-5 no es independiente de v para velocidades comparables a la de la luz. Esto se debe a que la masa m aumenta con la velocidad de acuerdo con la ecuación

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Pregunta 2. Un ciclotrón sintonizado para acelerar protones, se resintoniza para acelerar núcleos de helio. ¿Debe aumentarse o disminuirse la frecuencia de la corriente alterna? ¿Por cuánto?

Por esta razón los ciclotrones convencionales pueden acelerar a los protones solamente hasta energías de aproximadamente 20 Mev. Sin embargo, si el período T del voltaje alterno aumenta a medida que lo hacen las masas relativistas de las partículas, no existe límite (salvo el costo del imán) sobre las energías posibles. A este tipo de ciclotrón, donde el período T del oscilador varía durante la aceleración, se llama sincrociclotrón.

Ejemplo 3

Un sincrociclotrón tiene un campo magnético de 18,000 gauss. ¿Cuál será la frecuencia del oscilador cuando los protones tengan la velocidad $v = 0.01\ c$, y cuando tengan la velocidad $v = 0.6\ c$?

Substituyendo $M_p = 1.67 \times 10^{-24}$ gr y $B = 1.8 \times 10^4$ gauss en la Ec. 9-5 se obtiene

$$T = \frac{2\pi \times 1.67 \times 10^{-24} \times 3 \times 10^{10}}{4.8 \times 10^{-10} \times 1.8 \times 10^4} \text{ seg}$$

$$T = 3.64 \times 10^{-8} \text{ seg}$$

ó

$$f = \frac{1}{T} = 27.5 \text{ megaciclos}$$

Cuando la velocidad es tan grande como $0.6c$ se debe emplear la Ec. 3-6 para la masa del protón:

$$M_p = \frac{1.67 \times 10^{-24}}{\sqrt{1 - (0.6)^2}} \text{ gr} = 1.25 \times 1.67 \times 10^{-24} \text{ gr.}$$

De aquí se ve que la masa ha aumentado en un 25%. De acuerdo con la Ec. 9-5, el período T habrá aumentado igualmente en un 25%. La energía cinética de tal protón es el 25% de su energía en reposo, o sea el 25% de 938 Mev, o bien 234 Mev.

La Fig. 9-13 muestra el tanque de vacío del primer ciclotrón construido en el mundo (1930) por E. O. Lawrence y M. S. Livingston (fotografía superior) y al sincrociclotrón de mayor energía en el mundo. El gigantesco sincrociclotrón de Berkeley, también construido por E. O. Lawrence, funcionó por primera vez poco después de terminada la Segunda Guerra Mundial. Con algunas modificaciones, en la actualidad puede acelerar protones hasta energías cinéticas de 730 Mev.

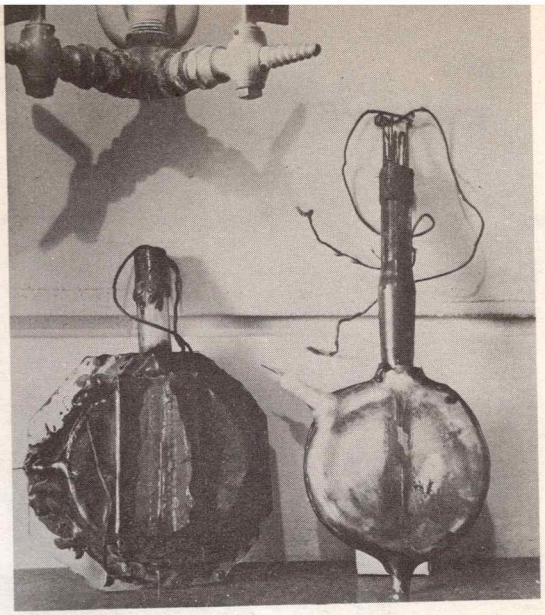
9-7 Aceleradores de alta energía

El final del camino no está a la vista

Desarrollos recientes en el diseño de aceleradores, hacen posible el obtener mayores energías con el uso de imanes más

Respuesta 2. De acuerdo con la Ec. 9-5, el período de revolución es proporcional a la masa dividida entre la carga, que para el helio, es dos veces mayor que para el protón. Así, la frecuencia es 1/2 de la frecuencia del protón.

Fig. 9-13. Los avances del ciclotrón. A la derecha se muestran los tanques de vacío del primer ciclotrón. El sincrociclotrón de mayor energía en el mundo se muestra en la fotografía de abajo. (Cortesía del Laboratorio de Radiación de Lawrence, Universidad de California).



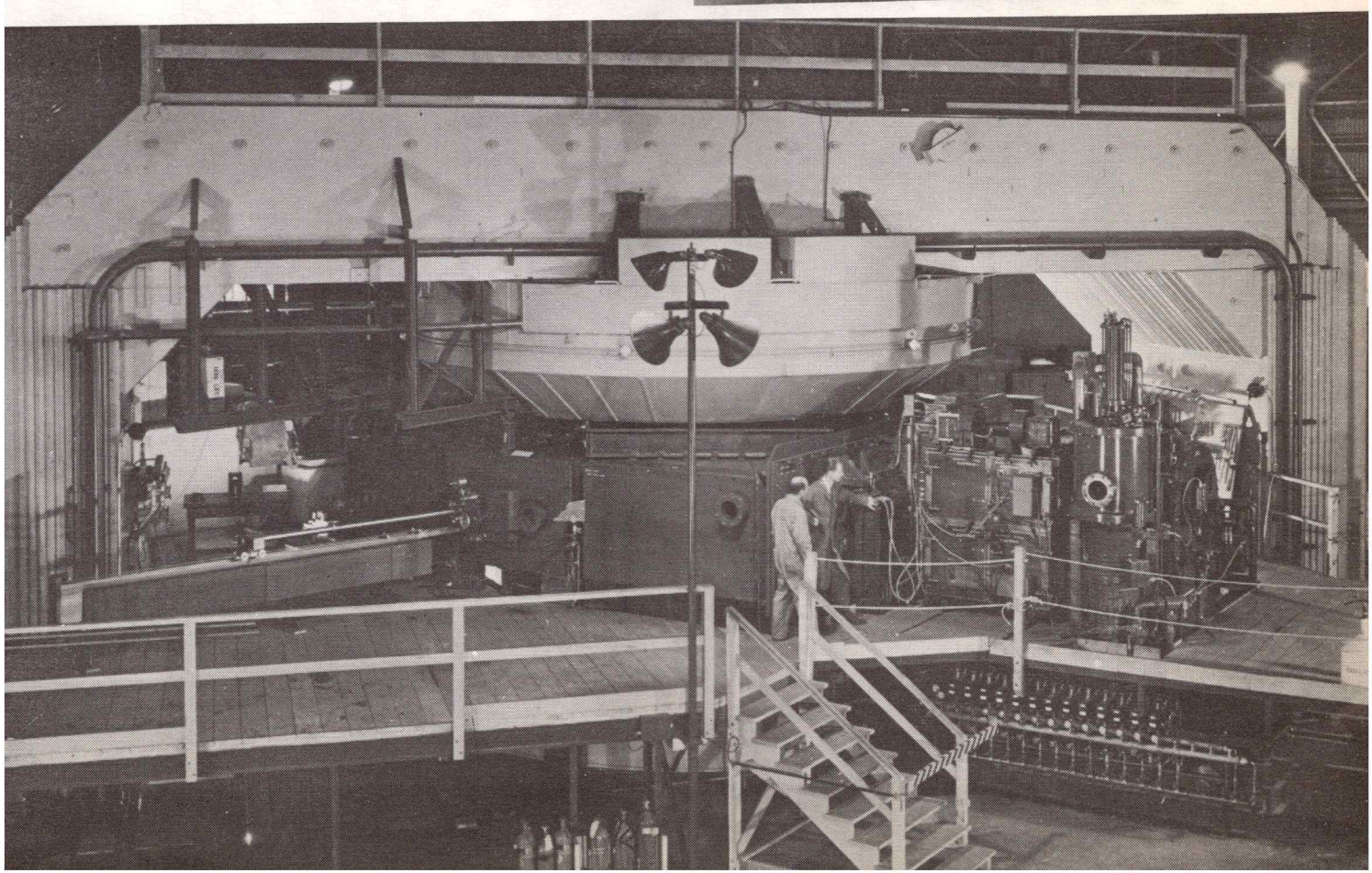


Fig. 9-14. El primer sincrociclotrón de Cornell, antes de la inserción del tanque de vacío en forma de toroide hueco. Los electrodos aceleradores se encuentran a la derecha.

ligeros que los del sincrociclotrón de Berkeley. La idea es construir el imán sólo en la región de lo que sería la órbita ciclotrónica externa. En vez del tanque para las partículas, se utiliza un toroide hueco. De la misma manera que en el ciclotrón, las partículas se aceleran pasando a través de una región con campo eléctrico. Al mismo tiempo, el campo magnético debe aumentar proporcionalmente al aumento del impulso de las partículas; entonces, de acuerdo a la Ec. 8-11, el radio de la órbita circular permanecerá constante. Los aceleradores de este tipo se llaman sincrotrones. La Fig. 9-14, muestra el imán en forma de anillo de uno de los sincrotrones para electrones, que forma parte de la serie de Cornell. El toroide hueco tiene una sección transversal elíptica de 3.56×7.62 cm y se extiende por el centro del imán. Los valores de R y $B_{máx}$ para este acelerador, son tales que los electrones pueden acelerarse hasta 1.2 Bev* (mil millones de electrovolts). Una buena parte del trabajo de vanguardia en lo relacionado con nuevas partículas elementales, se realizó en un sincrotrón de protones de 3 Bev, llamado cosmotrón, en el Laboratorio Nacional de Brookhaven y utilizando el sincrotrón de protones de 6.2 Bev de Berkeley, llamado Bevatrón, que se muestra en la Fig. 16-3. Una versión de estos aceleradores, que alcanzan hasta 10 Bev, se encuentra instalada en las proximidades de Moscú. En la Fig. 9-15 se muestra parte del tablero de control de esta enorme máquina.

Fig. 9-15. Cuarto maestro de control del sincrotrón para protones de 10 Bev de Rusia (Cortesía de Sovfoto).

El sincrotrón más reciente y de mayor energía, se encuentra en el Laboratorio Nacional de Brookhaven. Como se muestra en las Figs. 9-16 y 9-17, este acelerador tiene un diámetro de 256 m y es capaz de acelerar protones hasta aproximadamente 30 Bev. Un acelerador similar se encuentra en el Laboratorio Internacional del CERN** en Ginebra, Suiza. En las proximidades de Moscú se está construyendo un sincrotrón de protones para aproximadamente el doble de esta energía y debió terminarse en 1968. En los Estados Unidos se han hecho planes para construir un sincrotón de protones de 200 Bev y también se estudia la posibilidad de aceleradores aún mayores, hasta aproximadamente 1,000 Bev.

* N. T. Abreviatura introducida en países donde un billón equivale a mil millones. Se usa también Gev, del prefijo giga correspondiente a 10^4 unidades.

** N. T. Centre Européen pour la Recherche Nucléaire. (Centro Europeo para la Investigación Nuclear.)

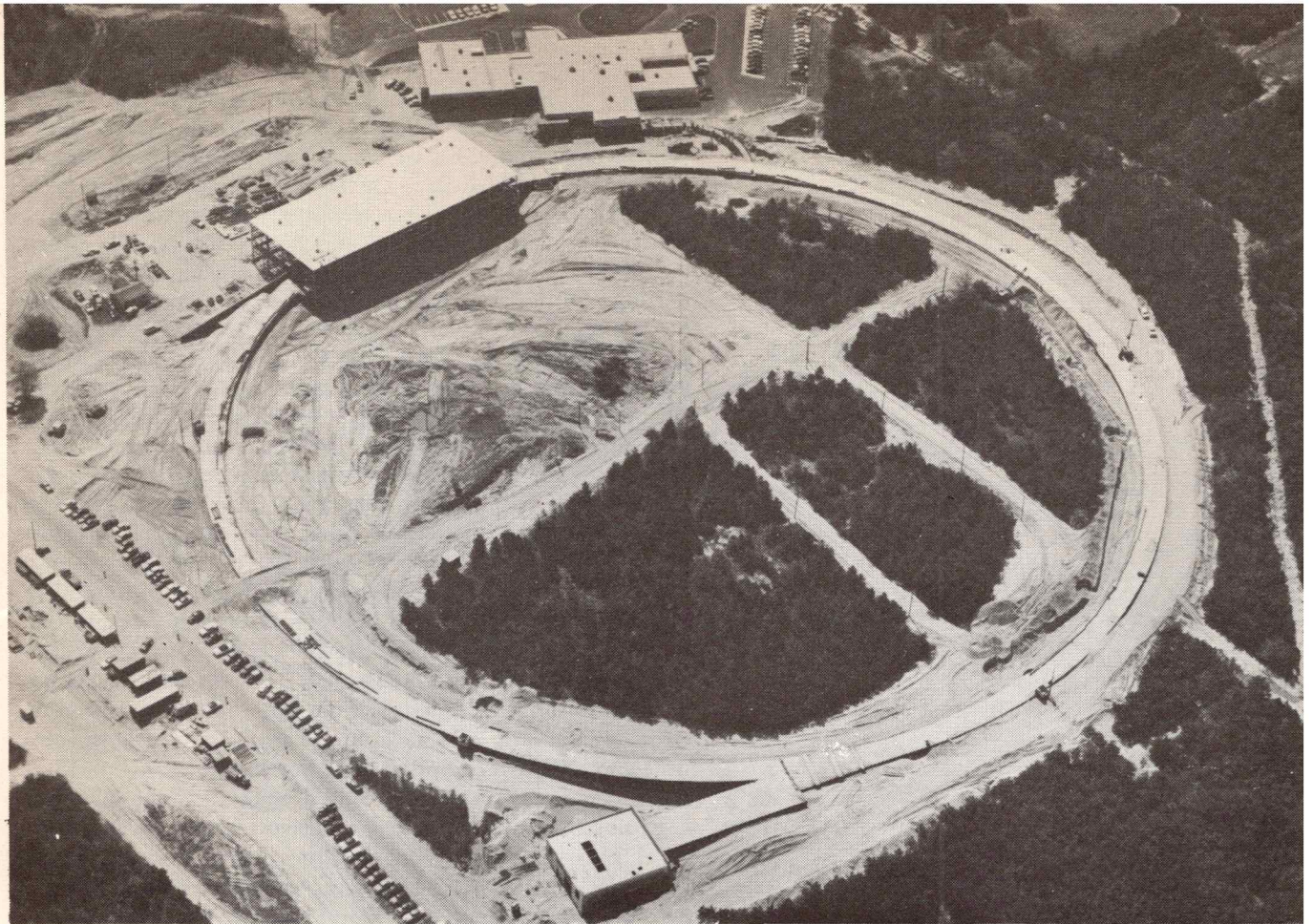


Fig. 9-16. Vista aérea de la construcción del sincrotrón para protones, de Brookhaven. El imán de media milla de longitud se encuentra en un túnel subterráneo en forma de anillo. (Cortesía del Laboratorio Nacional de Brookhaven).

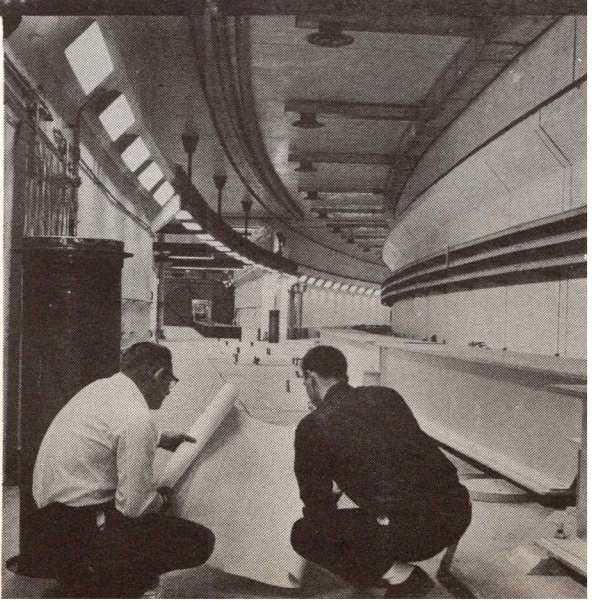


Fig. 9-17. Vista interior del túnel subterráneo del sincrotrón para protones de 30 Bev, de Brookhaven, antes de la instalación del imán. La prolongación a la izquierda aloja al inyector de protones. (Cortesía del Laboratorio Nacional de Brookhaven).

Ejemplo 4

¿Cuál debe ser el diámetro de un sincrotrón de protones de 30 Bev si $B_{máx} = 8{,}000$ gauss?

De acuerdo con la Ec. 8-11

$$R = \frac{Mvc}{eB} \tag{9-6}$$

Se debe utilizar primero la fórmula $E_T = Mc^2$ para determinar la masa relativista de los protones de 30 Bev. La energía total E_T de los protones de 30 Bev de energía cinética es 30 Bev, más la energía en reposo, de 938 Mev. Esto hace un total de 30.938 Bev, así que

$$M = \frac{30.938 \text{ Bev}}{c^2} = 5.5 \times 10^{-23} \text{ gr}$$

Este es valor de M que debe emplearse en la Ec. 9-6. Se utilizará el valor $c = 3 \times 10^{10}$ cm/seg para la velocidad, ya que estos protones extremadamente relativistas, viajan casi siempre a la velocidad de la luz. Entonces la Ec. 9-6 resulta

$$R = \frac{(5.5 \times 10^{-23}) \times (3 \times 10^{10})^2}{(4.8 \times 10^{-10}) \times (8 \times 10^3)} \text{ cm} = 1.29 \times 10^4 \text{ cm} = 390 \text{ pies}$$

Es claro que no existe límite para el tamaño, o la energía, de los sincrotrones, excepto tal vez el diámetro de la Tierra. El lector comprenderá mejor el propósito de estos aceleradores de alta energía, después de leer los capítulos 15 y 16. Sin estos aceleradores sería imposible estudiar las propiedades básicas y las interacciones de las partículas elementales. De hecho, algunas partículas elementales se descubrieron primeramente con la ayuda de los aceleradores de alta energía. Sobre estas propiedades básicas de las partículas elementales, descansa, en última instancia, la ciencia de la Física.

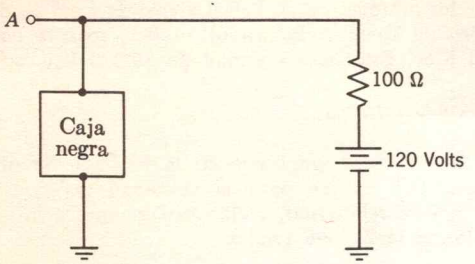
Problemas

1. A medida que aumenta el camino libre medio de los electrones de conducción en un metal, la resistencia del metal (aumenta, disminuye, permanece igual).
2. Un tostador de pan produce mayor cantidad de calor que un foco eléctrico, cuando se conectan en paralelo. ¿Cuál tiene mayor resistencia?
3. El campo eléctrico puede expresarse en volts/cm. ¿Cuántas dinas/statcoulomb tiene un campo $E = 1$ volt/cm?
4. El sincrotrón de protones de Cornell actual tiene un radio de curvatura de 10 metros. La energía máxima de 2.4 Bev corresponde a un campo magnético de 8,000 gauss. El sincrotrón para electrones de 10 Bev de Cornell, actualmente en construcción,

se diseñó para que alcance una energía máxima cuando el campo magnético es de 3,000 gauss. ¿Cuál es el diámetro de este nuevo sincrotrón? ¿Por qué factor aumentará la masa del electrón cuando se acelera el reposo hasta 10 Bev?

5. ¿Cuáles de las siguientes unidades no corresponden al potencial eléctrico: erg/statcoulomb, statvolt, joule/amp × seg, dina × cm/statcoulomb, o statcoulomb/cm²?

Prob. 9



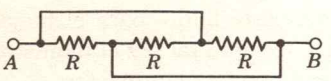
6. Dos placas paralelas están separadas 3 cm. El campo eléctrico entre ellas es de 20 dinas/statcoulomb. ¿Cuál es la diferencia de potencial, expresada en volts, entre las placas?

7. ¿Cuál es la frecuencia de barrido horizontal en la televisión estadounidense?

8. Un receptor de FM capta una señal de RF de un microvolt (10^{-6} volt) y la amplifica hasta 10 volts en tres etapas de amplificación idénticas. ¿Cuál es el factor de amplificación en cada etapa?

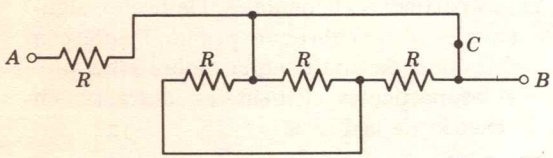
9. La corriente I que entra en la "caja negra", es de 0.5 amp. ¿Cuál es el potencial en el punto A? ¿Cuál es la resistencia de la "caja negra"?

Prob. 10



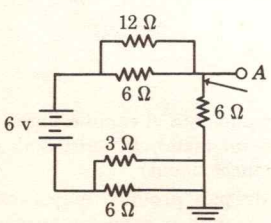
10. ¿Cuál es la resistencia entre las terminales A y B de la figura correspondiente?

Prob. 11



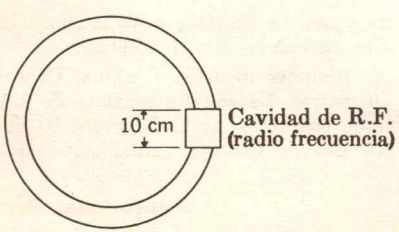
11. ¿Cuál es la resistencia total entre A y B, si $R = 12$ ohms? Si el alambre se rompe en el punto C, ¿cuál es ahora la resistencia total?

Prob. 12



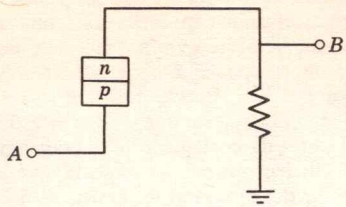
12. La batería de 6 volts de la figura se conecta a una resistencia total de 12 ohms.
   a) ¿Cuál es el potencial en el punto A?
   b) Si el alambre se rompe en el punto indicado por la flecha, ¿cuál será entonces el potencial en A?

Prob. 13



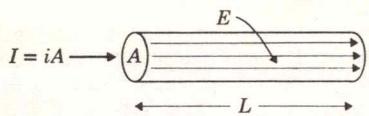
13. Se acelerarán electrones mediante un Van de Graaff que genera un voltaje de 2×10^6 volts.
   a) ¿Cuál es la energía, expresada en Mev, del haz electrónico que sale del Van de Graaff?
   b) Estos electrones son entonces alimentados a un sincrotrón y giran 10^4 veces. Si la cavidad de RF tiene un campo de 100 volts/cm y es de 10 cm de longitud, ¿cuál será la energía final, expresada en Mev, del haz electrónico?

Prob. 14



14. Se aplica un voltaje alterno en el punto A de la figura mostrada. Dibuje una gráfica del voltaje que aparece en el punto B, como función del tiempo.

Prob. 15

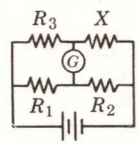


15. Una resistencia cilíndrica tiene un área tranversal $A = 2$ cm² y una longitud $L = 8$ cm. La densidad de corriente es $i = 3$ amp/cm² cuando el campo eléctrico es $E = 6$ volts/cm. E es constante en el interior del cilindro.

a) ¿Cuál es el valor de la resistencia R, expresada en ohms?

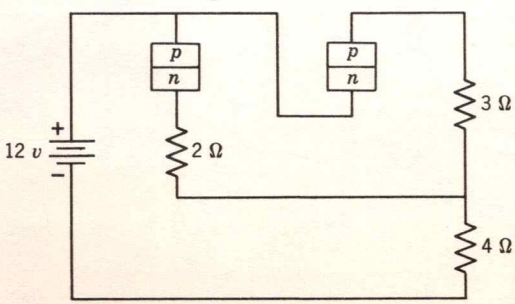
b) Se define a la conductividad eléctrica de un metal como $\sigma = i/E$ en donde i es la *densidad* de corriente en amp/cm². La conductividad resulta entonces independiente de la forma, o de la corriente, en el metal. Encuentre una fórmula para la resistencia R en términos de σ, A y L.

Prob. 16



16. ¿Cuál debe ser la resistencia X, en términos de R_1, R_2 y R_3, para que la corriente a través del medidor G sea cero?

Prob. 17



17. Considere el circuito formado por resistencias y diodos perfectos o ideales.

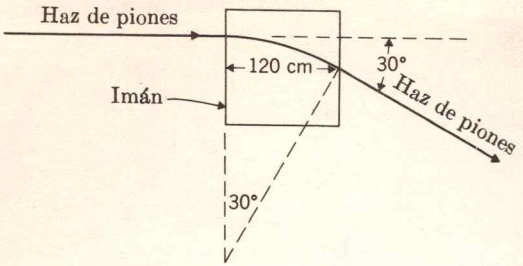
a) ¿Cuál es la corriente en la resistencia de 2 ohms?

b) ¿Cuál es la corriente en la resistencia de 3 ohms?

c) ¿Cuál es la corriente en la resistencia de 4 ohms?

d) Si se invierte el voltaje de la batería, ¿cuál será la corriente en la resistencia de 4 ohms?

Prob. 18



18. En un experimento en el AGS de Brookhkaven, es necesario deflectar un ángulo de 30° a un haz de piones de un Bev. Esto se puede hacer utilizando un imán con una área de polo de 120×120 cm. En la parte externa del área del polo $B = O$, y entre las áreas de los polos, B es constante. $Pc = 1$, Bev para todos los piones del haz. Por lo tanto $P = 1.6 \times 10^{-3}/3 \times 10^{10} = 5.33 \times 10^{-14}$ gr cm/seg, ya que 1 Bev $= 1.6 \times 10^{-3}$ ergs.

a) ¿Cuál es el radio de curvatura de la trayectoria de los piones, mientras se encuentran en el campo magnético?

b) ¿Qué valor de B, expresado en gauss, se necesita para alcanzar esto?

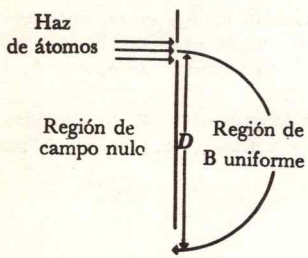
19. Si la frecuencia de RF que se necesita para acelerar protones en un pequeño ciclotrón, con B fija, es de 10^7 ciclos/seg.

a) ¿Qué frecuencia se necesitará para acelerar deuterones? ($M_D = 2M_H, Z_D = 1$).

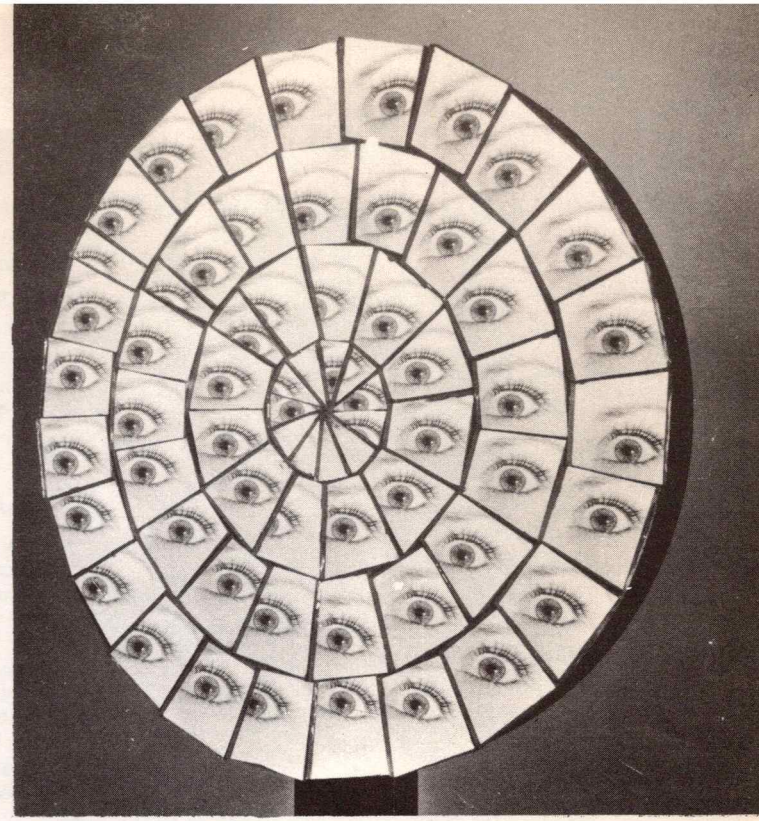
b) ¿Qué frecuencia se necesita para acelerar helio ionizado He^+? ($M_{He} = 4M_H$).

c) ¿Qué frecuencia se necesita para acelerar helio doblemente ionizado He^{++}? (El helio doblemente ionizado es el núcleo de helio sin electrones, y también se llama partícula alfa).

Prob. 20



20. Un átomo de carga e, masa M y velocidad v, se mueve en un semicírculo en un campo magnético uniforme B, en un espectrómetro de masa. ¿Cuál es la masa M expresada en términos de E, V, C, B y del diámetro D del círculo?



Movimiento ondulatorio y luz

Capítulo 10

Movimiento ondulatorio y luz

Fig. 10-1. Antena vertical mostrando las líneas magnéticas de B radiadas.

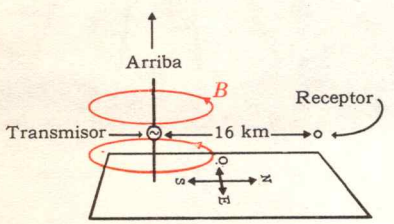
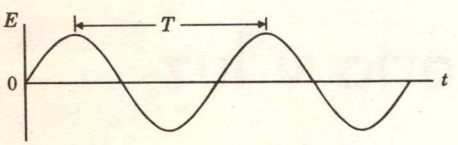


Fig. 10-2. Campo eléctrico E como función del tiempo en un punto fijo del espacio.



10-1 Ondas electromagnéticas

Oscilaciones de E y B en el espacio y en el tiempo

Esta sección es una continuación de la discusión final del capítulo 8. En la sección 8-9 se mostró que cualquier carga en movimiento periódico radiará una onda electromagnética de la misma frecuencia. También se discutió que una onda electromagnética consiste de un campo eléctrico y uno magnético mutuamente perpendiculares y que se propaga en la dirección perpendicular a ambos con una velocidad $c = 3 \times 10^8$ m/seg. Además, la magnitud de E deberá ser igual a la de B.

Ejemplo 1

La antena de transmisión de una estación de radio está montada verticalmente. En un punto a 10 km al norte del transmisor el máximo del campo eléctrico es de 10^{-3} volts/cm. ¿Cuál es la dirección y magnitud en gauss del campo magnético emitido?

De acuerdo con la regla de la mano derecha, las líneas de B son círculos concéntricos con la corriente de la antena. Como se muestra en la Fig. 10-1, las líneas de B estarán en la dirección este-oeste mientras el transmisor emite hacia el norte. En un punto fijo del espacio, la dirección de B será tal que oscilará de este a oeste. La magnitud de B expresada en gauss, será igual a la de E, expresada en ues

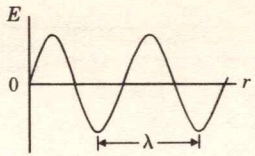
$$E = 10^{-3}\ \text{volt/cm} = \frac{10^{-3}}{300}\ \text{statvolt/cm} = 3.33 \times 10^{-6}\ \text{ues}$$

por lo tanto $B = 3.33 \times 10^{-6}$ gaus

Longitud de onda

Cuando se grafica la corriente de una antena transmisora contra el tiempo, comúnmente se obtiene una onda sinusoidal como la que se muestra en la Fig. 10-2. En cualquier punto fijo del espacio la magnitud de E deberá variar en el tiempo en la misma forma. El período de oscilación (T) es el intervalo de tiempo entre dos oscilaciones sucesivas. E no oscila solamente como función del tiempo sino también como función del espacio: en un instante dado, el valor del campo eléctrico como función de la distancia a lo largo de la dirección de propagación es el que se muestra en la Fig. 10-3. Esta gráfica de E contra r, la distancia a la antena, también es una onda sinusoidal. Se define longitud de onda λ como la distancia entre dos oscilaciones sucesivas. Una característica general del movimiento ondulatorio, ya sean

Fig. 10-3. Campo eléctrico E a lo largo de la dirección de propagación de la onda en un instante dado.



Pregunta 1. ¿De cuántas longitudes de onda es la curva de la Fig. 10-3?

ondas electromagnéticas, ondas en agua o de sonido, es que la distancia recorrida por la onda de 1 seg es igual a la distancia cubierta en una oscilación (λ) multiplicada por el número de oscilaciones por segundo (la frecuencia). Entonces

λf = distancia recorrida en 1 seg.

Pero la distancia recorrida en 1 seg es la velocidad v de la onda, por tanto

$$\lambda f = c \text{ (velocidad de la onda)} \qquad (10\text{-}1)$$

Y para el caso de las ondas electromagnéticas

$$\lambda f = c \qquad (10\text{-}2)$$

Ejemplo 2

En los Estados Unidos la banda de *FM* está centrada aproximadamente en una frecuencia de 100 megaciclos. ¿Cuál será la longitud de una antena de *FM* si cada uno de los brazos debe ser un cuarto de la longitud de onda?

Según la Ec. 10-2

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^{10}}{100 \times 10^{6}} \text{ cm} = 300 \text{ cm}$$

$$\frac{\lambda}{4} = 75 \text{ cm}$$

Entonces, cada brazo será de 75 cm de longitud.

El período de oscilación T está relacionado con la frecuencia por la relación

$$f = \frac{1}{T}$$

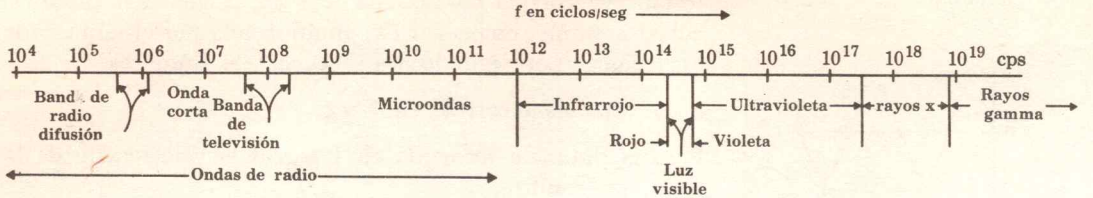
Escribiendo el número de oscilaciones N en el tiempo t puede verse que: $N = t/T$. Por lo tanto, el número de oscilaciones por unidad de tiempo es $N/t = 1/T$ que resulta ser la definición de frecuencia y tiene unidades de seg^{-1}. Se usará la abreviatura cps para ciclos por segundo y Mc para megaciclos (10^6 ciclos por seg). Una nueva abreviatura es Hz para Hertz que se usa también para ciclos por seg.

10-2 El espectro electromagnético

Todas las clases de luz

En principio, las ondas electromagnéticas podrían tener cualquier frecuencia desde cero a infinito. La clasificación

Fig. 10-4. El espectro electromagnético.



de las ondas electromagnéticas de acuerdo con la frecuencia se llama espectro electromagnético y se muestra en la Fig. 10.4. Las ondas electromagnéticas de baja frecuencia de sólo algunos ciclos por segundo no tienen aplicación práctica y por ello no existe interés en generarlas. Sin embargo, no existe forma de impedir la radiación de ondas electromagnéticas que proviene de las líneas de potencia eléctrica y que normalmente es de 50 a 60 cps de frecuencia. Esta radiación se considera como pérdida de potencia, pero es muy pequeña comparada con la pérdida I^2R debida a la resistencia de las líneas de potencia. Las ondas electromagnéticas con frecuencias de miles de ciclos por segundo se clasifican como ondas de radio. La banda de radiotransmisión está en la región de un megaciclo. La banda de televisión VHF* empieza aproximadamente a los 50 megaciclos. Después viene la banda *UHF** seguida por la *SHF** y la *EHF**. En Inglaterra existe la banda *VHFI**. Las ondas de mayor frecuencia generadas por osciladores electrónicos se llaman microondas. Las longitudes de onda correspondientes son de sólo unos pocos centímetros y hasta milímetros de longitud.

Es posible generar ondas electromagnéticas de frecuencias todavía más altas, mediante oscilaciones moleculares y atómicas. Por ejemplo, si se calienta gas hidrógeno a una temperatura suficientemente alta, los dos átomos de la molécula de hidrógeno vibrarán esencialmente en movimiento armónico simple y emitirán radiación electromagnética de la misma frecuencia. (Ver ejemplo 6 del Cap. 3.) La frecuencia de oscilación es $f = 4.9 \times 10^{13}$ cps. De acuerdo con el espectro electromagnético que aparece en la Fig. 10-4 esta frecuencia está en la región del infrarrojo. La radiación electromagnética en el rango de frecuencia de 4.3×10^{14} cps a 7×10^{14} cps, puede detectarse por el ojo humano y se llama luz visible. La frecuencia más baja aparece roja mientras el violeta es

* VHF - Frecuencia muy alta
* UHF - Frecuencia ultra alta
* SHF - Frecuencia super alta
* EHF - Frecuencia extremadamente alta
* VHFI - Frecuencia ciertamente muy alta

Respuesta 1. Dos.

la frecuencia mayor. Las frecuencias superiores a 7×10^{14} cps no son visibles y se les denomina radiación ultravioleta hasta 5×10^{17} cps. Las frecuencias desde este valor hasta aproximadamente 10^{19} cps, se clasifican como rayos X. A la radiación electromagnética de mayor frecuencia se le llama radiación gamma. Los rayos gamma de mayor energía se han observado en los rayos cósmicos (ver Cap. 15). En los capítulos 12, 13 y 15 se discute la producción de rayos X y rayos gamma.

10-3 Interferencia

Lo negativo se encuentra con lo positivo

Puesto que el movimiento ondulatorio a lo largo de una cuerda tensa es más fácil de visualizar que una onda electromagnética, primero se estudiarán las propiedades generales de las ondas propagándose en una cuerda. La velocidad de una onda en una cuerda, depende sólo de la fuerza o tensión T de ésta y de la masa de la misma por unidad de longitud ρ. La fórmula para la velocidad de la onda es

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} \tag{10-3}$$

En el sistema MKS las unidades de T son newtons y las de ρ kg/m; dinas y gr/cm respectivamente en el CGS. Esta fórmula es fácilmente derivable en un sistema de referencia que se mueve con la onda. Para el observador, la onda parecerá estacionaria y la cuerda se moverá en dirección opuesta, con velocidad v. Según este observador, la cresta de la onda aparecerá como se muestra en la Fig. 10-5. La porción de cuerda de longitud l se moverá a la izquierda con velocidad v a lo largo de una curva de radio R. La fuerza neta sobre este segmento de cuerda, se obtiene sumando los vectores $\mathbf{T}_1$ y $\mathbf{T}_2$ como se ve en la Fig. 10-5*b*. De acuerdo a la segunda ley de Newton

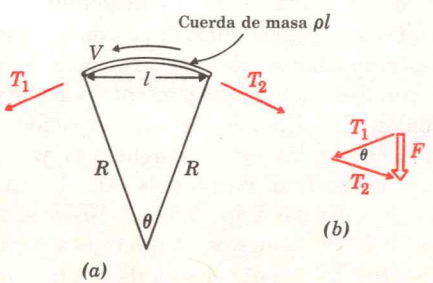
$$F = Ma$$

donde $M = \rho l$ es la masa del segmento de cuerda. La aceleración a de esta masa es la aceleración centrípeta $a = v^2/R$. Entonces:

$$F = pl\,\frac{v^2}{R} \tag{10-4}$$

Velocidad de la onda en una cuerda

Fig. 10-5. Cresta de una onda sobre una cuerda. (*a*) Vista por un observador que se mueve a lo largo de la cuerda con la misma velocidad que la onda. (*b*) Fuerza neta sobre el segmento de cuerda mostrado en la parte (*a*).



Pregunta 2. ¿En la Fig. 10-5(*b*), $\mathbf{F} = \mathbf{T}_2 - \mathbf{T}_1$?

Observe que para l pequeña, el triángulo de fuerzas en la Fig. 10-5*b* es semejante al triángulo en la Fig. 10-5*a*. Así:

$$\frac{F}{T} = \frac{l}{R}$$

o bien

$$F = \frac{l}{R} T$$

Substituyendo esta expresión en el primer miembro de la Ec. 10-4 se obtiene

$$\left(\frac{l}{R} T\right) = \rho l \frac{v^2}{R}$$

$$T = \rho v^2$$

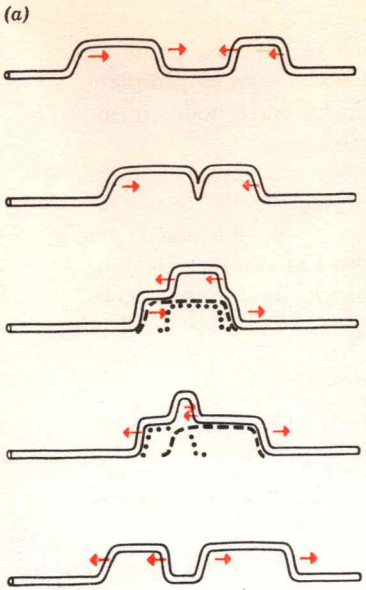
y

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

lo cual se deseaba demostrar.

Si al extremo de una cuerda se le da un rápido tirón (como un latigazo), por ella correrá un pulso con velocidad v. Suponga que al mismo tiempo en el otro extremo, alguien genera un pulso similar. ¿Qué sucederá cuando ambos pulsos se encuentren en el centro? Como se muestra en las Figs. 10-6 y 10-7 los pulsos se cruzan y continúan su camino. Esta independencia de las ondas viajeras en cuerdas, es una consecuencia del principio de superposición. De acuerdo con este principio la amplitud de la onda resultante es la suma de las amplitudes de las ondas individuales. El principio de superposición de las ondas es simplemente una consecuencia del hecho de que los desplazamientos, aceleraciones y fuerzas resultantes son la suma de los desplazamientos, aceleraciones y fuerzas individuales. El principio de superposición deberá aplicarse también a las ondas electromagnéticas ya que los campos eléctrico y magnético resultantes son la suma de los campos individuales. En las Figs. 10-7*a* y 10-7*b* se ve que, si las ondas tienen signos opuestos, tenderán a cancelarse cuando se cruzan. No solamente los pulsos sino inclusive ondas sinusoidales continuas pueden cancelarse. La Fig. 10-8 muestra una secuencia en el tiempo de dos ondas sinusoidales que parten de extremos opuestos de una cuerda y se cruzan. Observe que después de que dos ondas se han cruzado y traslapado queda, en la cuerda, una onda estacionaria con sus ondulaciones y sus nodos. Los puntos A y C se llaman nodos y

Respuesta 2. No, $\mathbf{F = T_1 + T_2}$.



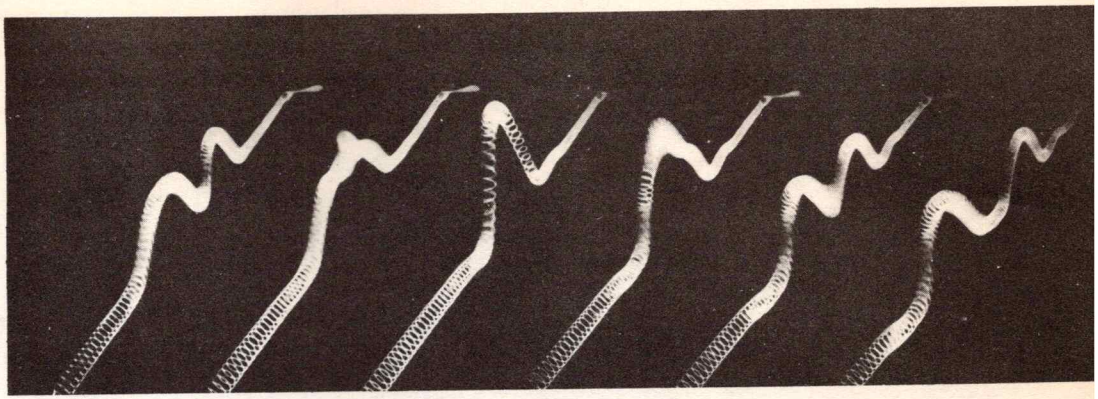
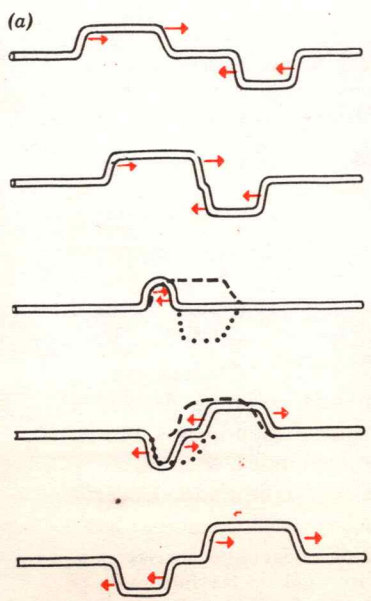


Fig. 10-6. Dos pulsos de la misma polaridad, que se cruzan en una cuerda. En la región de interferencia la onda que se mueve hacia la izquierda se ha trazado como línea punteada y la onda que se mueve hacia la derecha como línea segmentada. (*b*) Fotografía del cruce de dos pulsos en una cuerda en un resorte. (Cortesía de Physical Science Study Committee.)



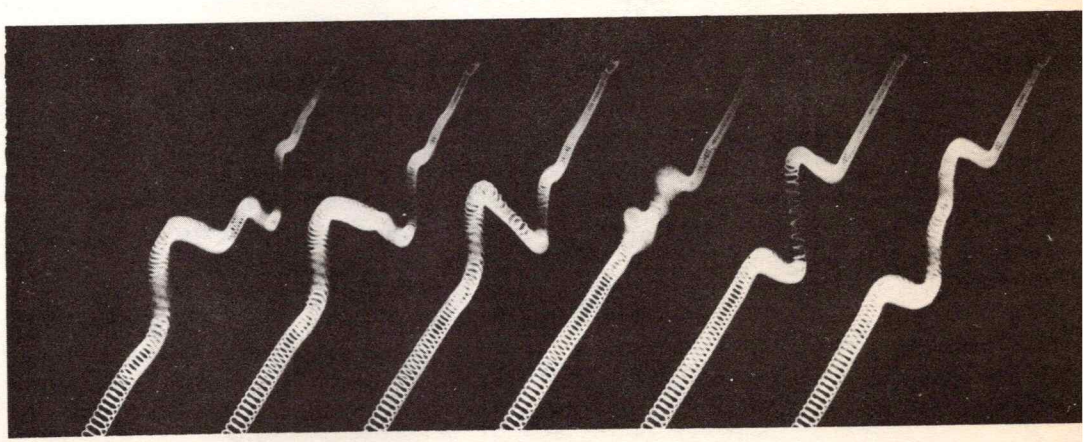


Fig. 10-7. Dos pulsos de polaridad opuesta que se cruzan. En la región de interferencia de dos pulsos en una cuerda en un resorte. (Cortesía del Physical Science Study Committee.) (tercera exposición) tienden a cancelarse. (*b*) Fotografía del cruce de dos pulsos de polaridad opuesta en un resorte. (Cortesía del Physical Science Study Committee.)

Fig. 10-8. Secuencia en el tiempo de dos ondas sinusoidales que parten de extremos opuestos en una cuerda. Si sólo existiera la onda sinusoidal que se mueve hacia la izquierda, la cuerda seguiría la curva roja. Los puntos *A* y *C* permanecen en reposo después que las ondas se han cruzado y se les llama nodos. Observe que los puntos *A* y *C* están separados $\lambda/2$.

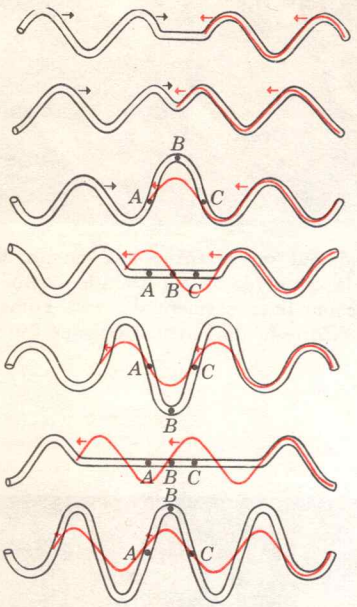
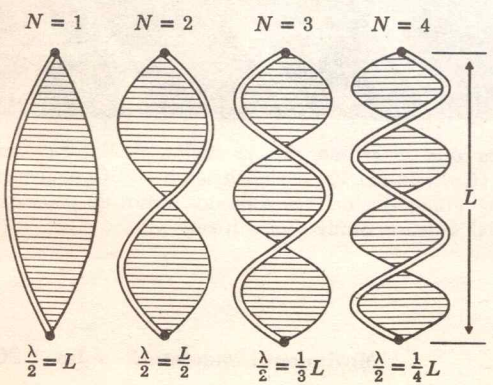


Fig. 10-9. Cuatro posibles ondas estacionarias en una cuerda de longitud *L* fija en ambos extremos. Las líneas gruesas indican la posición de la cuerda cuando tiene su máximo desplazamiento. Las áreas sombreadas muestran las regiones cubiertas por el movimiento de la cuerda.



siempre quedan en reposo. Al punto *B* se le llama antinodo y oscila de arriba a abajo con movimiento armónico simple y máxima amplitud. Nótese que la distancia entre nodos u ondulaciones sucesivas es media longitud de onda.

Si a una cuerda tensa y fija por ambos extremos se le hace vibrar, se generarán en ella ondas estacionarias como las mostradas en las Figs. 10-9 y 10-10. Las ondas iniciales en la cuerda se reflejan en ambos extremos. Las ondas reflejadas serán de polaridad inversa, cumpliendo así con la condición de que los nodos estén en los extremos.

Ejemplo 3

Al aumentar la tensión de la cuerda de la Fig. 10-10, ¿aumenta o disminuye el número de nodos?

Según la Ec. 10-3, en la relación $\lambda = v/f$ aumenta v. En consecuencia la longitud de onda aumenta y el número de nodos disminuye.

Ejemplo 4

La masa de una cuerda de guitarra es de 100 gr y su longitud de 30 cm. ¿Qué valor de la tensión habrá de darse a la cuerda para obtener el tono *C* medio (262 cps)?

Según la Ec. 10-3, la tensión está dada por

$$T = \rho v^2 \qquad (10\text{-}5)$$

donde ρ es 100 gr/30 cm ó $\rho = 3.33$ gr/cm. Se puede determinar v de la relación $v = \lambda f$. De acuerdo con la Fig. 10-9, en el modo fundamental de oscilación $\lambda/2 = L$ ó $\lambda = 60$ cm. Entonces

$$v = 60 \text{ cm} \times 262 \text{ cps} = 1.572 \times 10^4 \text{ cm/seg}$$

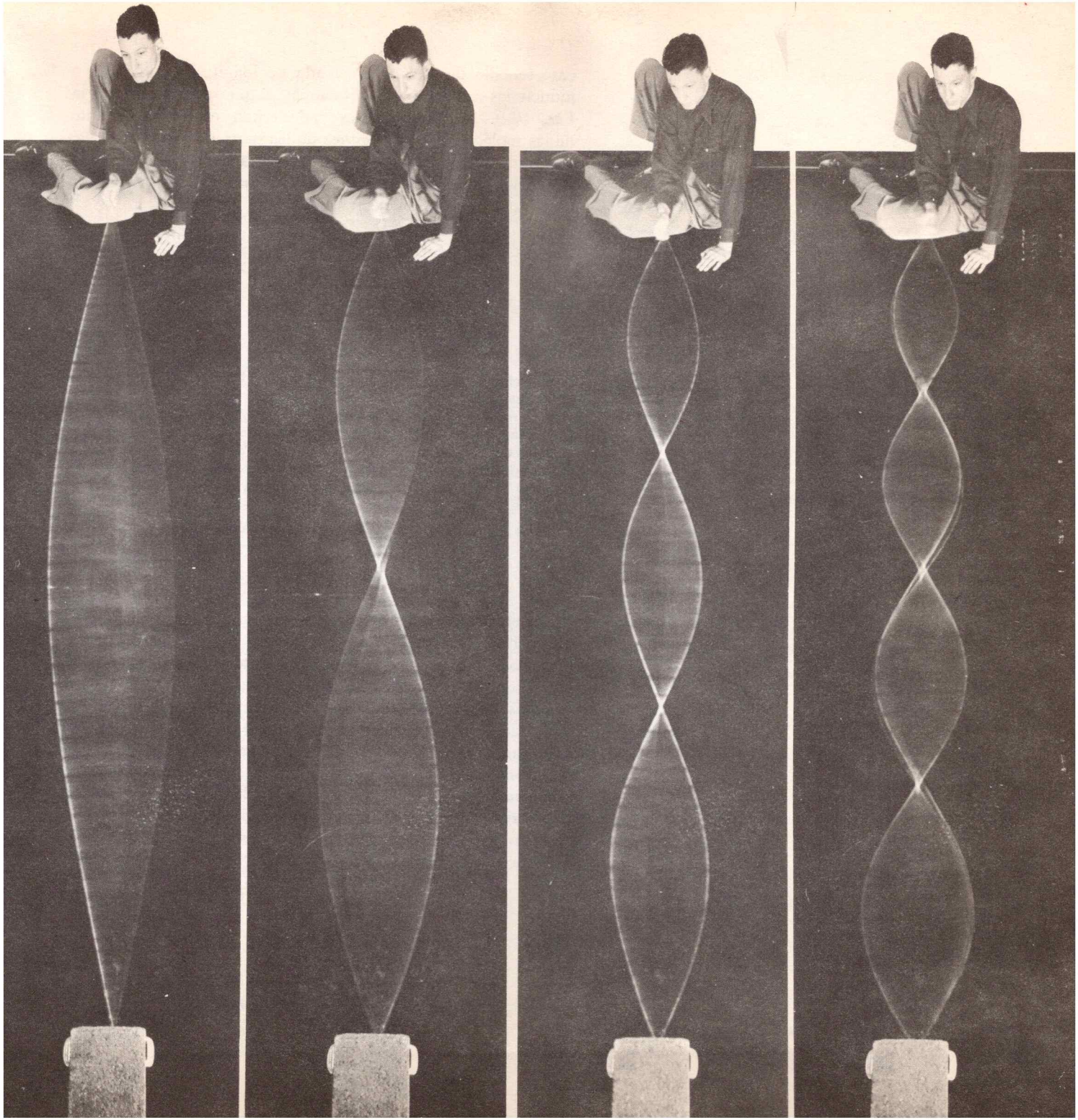
que substituido en la Ec. 10-5, resulta en

$$T = 3.33(1.572 \times 10^4)^2 \text{ dinas}$$
$$= 8.25 \times 10^8 \text{ dinas}$$

Esta es una fuerza bastante grande para que la soporte una cuerda tan ligera. Por esta razón las cuerdas de instrumentos musicales, comúnmente se hacen de aleaciones metálicas fuertes.

Los instrumentos de viento utilizan una columna de aire encerrado o parcialmente encerrado. Introduciendo una perturbación en la presión (comúnmente soplando) se inducen ondas estacionarias en el volumen de aire confinado. En el

Fig. 10-10. Fotografías de ondas estacionarias en una cuerda vibrante. ¿En cuál de las fotografías tiene la cuerda mayor tensión? (Cortesía de Physical Science Study Committee.)



caso sencillo de una caja cerrada de longitud L, se pueden inducir las mismas ondas estacionarias que se muestran en la Fig. 10-9. Aquí las curvas representan el desplazamiento de las moléculas de aire en vez de las partículas de la cuerda. La condición general para una onda estacionaria es que en la distancia L estén contenidas un número entero de medias longitudes de onda, es decir

$$N\left(\frac{\lambda}{2}\right) = L \text{ (condición sobre } \lambda \text{ para una onda estacionaria)} \tag{10-6}$$

donde N es un entero mayor que cero.

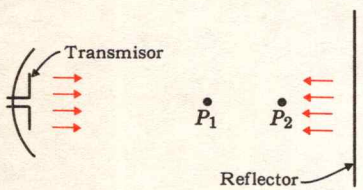
Ejemplo 5

El oscilador de microondas de la Fig. 10-11 emite hacia la derecha ondas electromagnéticas planas que se reflejan hacia la izquierda. P_1 y P_2 son dos posiciones que corresponden a mínimos sucesivos de la intensidad y están separados una distancia de 5 cm. ¿Cuál es la frecuencia del oscilador?

Puesto que dos nodos sucesivos están separados por media longitud de onda, $\lambda = 10$ cm. Entonces, la frecuencia está dada por

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^{10}}{10} = 3 \times 10^{9} \text{ cps} = 3000 \text{ megaciclos}$$

Fig. 10-11. Oscilador de microondas que emite ondas electromagnéticas hacia la derecha que se reflejan sobre sí mismas. Se observan nodos en P_1 y P_2.



Ondas Superficiales

Los efectos de interferencia pueden ocurrir tanto en medios bidimensionales como en cuerdas de una dimensión. Un ejemplo común de movimiento ondulatorio bidimensional es aquél sobre la superficie del agua. En la Fig. 10-12 se muestran las ondas generadas por dos fuentes cuyas vibraciones están sincronizadas; cuando esas ondas se cruzan producen un patrón de interferencia típico. Obsérvese que la amplitud de la onda es cero a lo largo de ciertas curvas fijas llamadas líneas nodales. Al igual que con las ondas en una cuerda, los nodos ocurrirán en las posiciones donde se encuentren una cresta positiva de una onda con una cresta negativa (o valle) de otra onda. Claramente, esta condición se satisface si la

Fig. 10-12. Patrón de interferencia de ondas en agua, generadas por los vibradores sincronizados que perturban la superficie del agua. (Cortesía de Physical Science Study Committee.)

Línea de nodos
Línea de nodos
Línea de nodos
Línea de nodos
Línea de nodos
Línea de nodos
Línea de nodos
Línea de nodos
Línea de nodos

Fig. 10-13. Dos ondas sinusoidales corridas media longitud de onda. En la región donde se traslapan, la suma de las dos amplitudes será cero para cualquier valor de x.

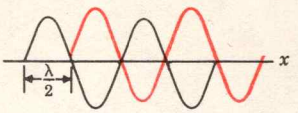


Fig. 10-14. Esquema de las líneas nodales de la Fig. 10-12. El punto P tiene una diferencia de caminos $(D_1 - D_2) = \frac{3}{2}\lambda$.

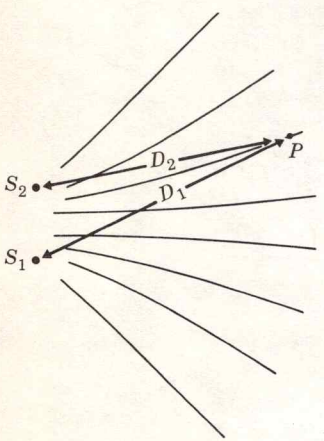
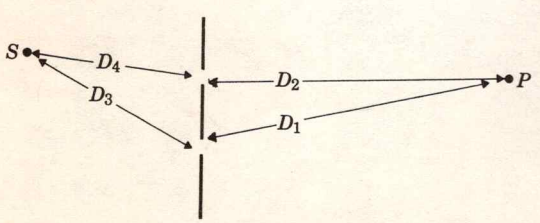


Fig. 10-15. ¿Cuál es la condición para la existencia de un nodo en el punto P?



diferencia de caminos de las dos fuentes a un punto dado, es media longitud de onda. Si dos ondas sinusoidales están desplazadas media longitud de onda, su suma será cero, tal como se ilustra en la Fig. 10-13. Si la diferencia de caminos es $N\lambda$ donde N es cualquier entero, las dos ondas se reforzarán entre sí y resultarán en un máximo de intensidad; a esto se le llama una interferencia constructiva. La Fig. 10-14 es un dibujo de las líneas nodales de las ondas superficiales de la Fig. 10-12. La condición general para un máximo de intensidad es:

$$D_1 - D_2 = N\lambda \quad \text{(Condición para el máximo)} \qquad (10\text{-}7)$$

y la condición general para un mínimo o línea nodal es

$$D_1 - D_2 = (N + \tfrac{1}{2})\lambda \quad \text{(Condición para el mínimo)} \qquad (10\text{-}8)$$

Ejemplo 6

Una persona equidista de dos bocinas de un sistema estereofónico de alta fidelidad y escucha una nota musical pura. Se mueve lateralmente hasta escuchar que la nota decae a un mínimo. En esta posición, está a 3.3 m de la bocina izquierda y a 2.6 m de la derecha. ¿Cuál es la frecuencia de la nota? La velocidad del sonido es 360 m/seg.

De acuerdo con la Ec. 10-8, para el primer mínimo se tiene

$$D_1 - D_2 = \tfrac{1}{2}\lambda$$

donde $(D_1 - D_2)$ es 0.7 m. Entonces $\lambda = 1.4$ m y la frecuencia se obtiene de la Ec. 10-1

$$f = v/\lambda = 360/1.4 \text{ cps}$$

$$f = 257.1 \text{ cps}$$

Ejemplo 7

En la Fig. 10-15, ¿Cuál es la condición para un mínimo de intensidad en el punto P?

En este caso, la diferencia total de caminos desde la fuente no es $(D_1 - D_2)$, sino el camino completo $(D_3 + D_1)$ menos el otro camino $(D_4 + D_2)$. Esta diferencia deberá ser igual a $(N + 1/2)\lambda$,

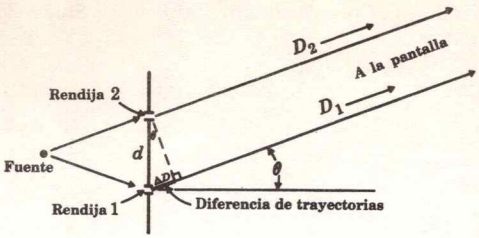
$$D_3 + D_1 - D_4 - D_2 = (N + \tfrac{1}{2})\lambda$$

10-4 Interferencia con una doble rendija

Prueba de la naturaleza ondulatoria de la luz

En el año 1800, la teoría de la luz que prevalecía era una teoría de partículas que había desarrollado Isaac Newton. Thomas Young fue uno de los pocos científicos de esta época

Fig. 10-16. Esquema grandemente amplificado del experimento de Young. La separación d de las rendijas, usualmente es menor que un milímetro. La distancia a la pantalla sería muchas veces la anchura de esta página.



Vista desde arriba

que se atrevió a desafiar las enseñanzas de Newton. Young sostuvo que la luz, como el sonido, debía consistir en ondas. Pensó que si sus consideraciones eran correctas, sería capaz de producir un patrón de interferencia similar al de la Fig. 10-12 que corresponde a ondas en agua. Como doble fuente, usó dos finas rendijas iluminadas. En 1803, observó por primera vez series de franjas de interferencia sobre una pantalla. Sin embargo, según la teoría corpuscular de la luz, debería verse solamente la imagen de las rendijas. En la Fig. 10-16 se representa esquemáticamente el famoso experimento de Young. En la Fig. 10-17 se muestran las franjas de interferencia observadas. Los centros de las franjas son máximos de intensidad y corresponden a la diferencia de caminos $(D_1 - D_2) = N\lambda$. Esta diferencia es el lado marcado con ΔD en el pequeño triángulo rectángulo de la Fig. 10-16. La condición para un máximo de intensidad es

$$\frac{\Delta D}{d} = \frac{N\lambda}{d}$$

De acuerdo con la definición de seno de un ángulo, el primer miembro de la ecuación anterior es el seno de θ. Entonces, la condición sobre θ para un máximo es

Condición para máximo de interferencia

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{N\lambda}{d} \qquad (10\text{-}9)$$

Ejemplo 8

Cuando se calienta sodio (o incluso sal de mesa), emite luz amarilla de longitud de onda $\lambda = 5.89 \times 10^{-5}$ cm. Suponga que esta luz se hace pasar por dos estrechas rendijas separadas 0.1 mm. Si a 1 m de las rendijas se coloca una pantalla, como se muestra en la Fig. 10-18, ¿cuál será la separación entre las franjas en la pantalla?

La distancia a entre las franjas, será la distancia al primer máximo $N = 1$, medida desde el máximo central. Según la Ec. 10-9, el primer máximo está a un ángulo dado por

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{5.89 \times 10^{-5}}{0.1 \times 10^{-1}} = 5.89 \times 10^{-3}$$

y según la Fig. 10-18

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{a}{D}$$

Entonces

$$\frac{a}{D} = 5.89 \times 10^{-3}$$

y

$$a = 0.589 \text{ cm}$$

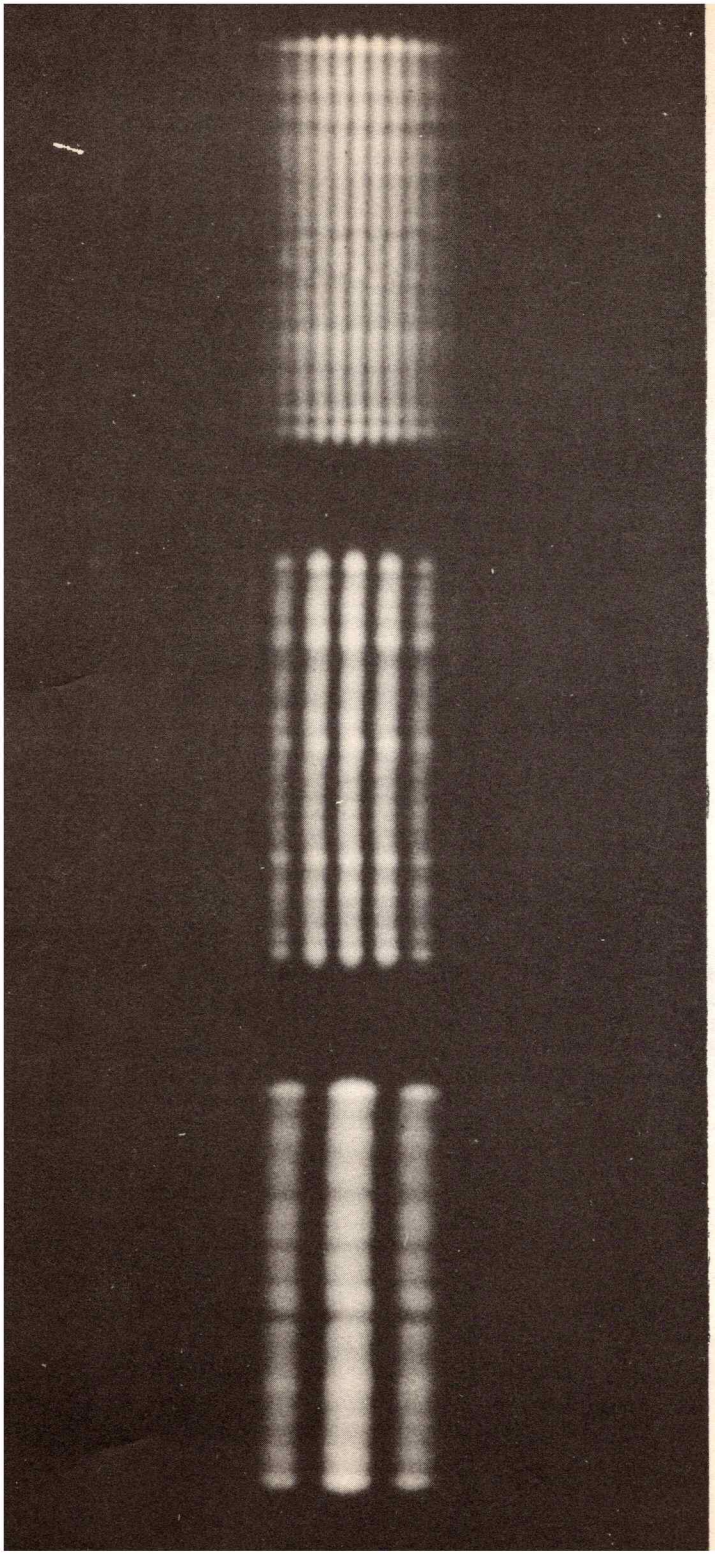
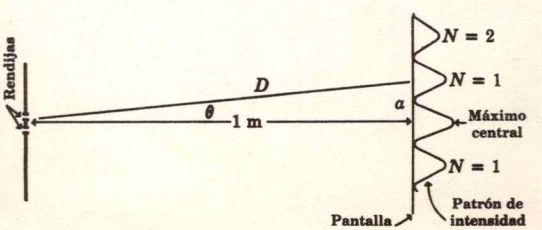


Fig. 10-17. Patrón de interferencia de Young producido con una doble rendija. Este es el patrón de intensidad que se obtendría colocando una placa fotográfica en la posición de la pantalla de la Fig. 10-16. Las exposiciones sucesivas corresponden a la disminución de la separación (d) de las rendijas. (Cortesía de Physical Science Study Committee.)

Fig. 10-18. Patrón de intensidad sobre una pantalla colocada a 1 m de la doble rendija. La intensidad está graficada a la derecha de la pantalla.



Se define intensidad de una onda, como la energía por unidad de volumen de la misma. Como se verá en el párrafo siguiente, la energía es proporcional al cuadrado de la amplitud. En la Fig. 10-19 se muestra el patrón de *intensidad* de la luz producido con una doble rendija, en un instante dado. Las ondas luminosas se desplazan hacia la derecha. En la Fig. 10-20 aparece la intensidad luminosa *promedio* como función de la posición.

Ahora se demostrará que la intensidad o la energía de una onda es proporcional al cuadrado de la amplitud. Considérese primero una onda de amplitud máxima y_0 viajando en una cuerda. Si el período de la onda es T, cualquier elemento de masa Δm de la cuerda, oscilará transversalmente con MAS y amplitud máxima y_0. De acuerdo con la Ec. 3-10 la aceleración de la masa Δm es $a = (4\pi^2/T^2)y$. La fuerza sobre Δm es entonces $F = (4\pi^2\Delta m/T^2)y$ y según lo discutido en la página 126, la energía de Δm es $\frac{1}{2}F_{\text{máx}} \cdot y_0$ o $(2\pi^2\Delta m/T^2)y_0^2$. Puede observarse que la intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud y_0^2.

En seguida se demostrará que la energía de una onda electromagnética es proporcional al cuadrado de la amplitud E, la intensidad del campo eléctrico. La energía en la onda será proporcional a la energía disipada en una antena de longitud l. La energía disipada en la antena por unidad de tiempo es la potencia eléctrica V^2/R, donde R es la resistencia del alambre. El potencial V a través del alambre es E multiplicado por la distancia l. Por lo tanto la intensidad de la onda es proporcional a $(El)^2/R$, o a E^2.

10-5 La rejilla de difracción

Tres o más rendijas son mejores que dos

Se puede considerar una rejilla de difracción como una serie de dobles rendijas, unas después de otras. La Fig. 10-21 representa una rejilla de difracción con una separación entre rendijas de d cm. Consideremos primero que sobre la rejilla incide luz monocromática de longitud de onda λ. En la Fig. 10-21*b* cuando la diferencia de caminos es $a_1 = N\lambda$, entonces $a_2 = 2N\lambda$, $a_3 = 3N\lambda$ etc. Bajo estas condiciones dos ondas provenientes de las rendijas se reforzarán entre sí para

Ondas luminosas
Ren-
dija
B
Barrera
Ren-
dija
A
Linea de nodos
Linea de nodos
Linea de nodos
Linea de nodos
Linea de nodos
Linea de nodos
Rayos luminosas
Ren-
dija
B
Barrera
Ren-
dija
A
Linea de nodos
Linea de nodos
Linea de nodos
Linea de nodos
Linea de nodos
Linea de nodos

Fig. 10-19. Intensidad de la luz para un instante dado, a ambos lados de la doble rendija. Tanto las ondas como el patrón de interferencia se propagan hacia la derecha.

producir un máximo de intensidad. La condición para máximo de intensidad es entonces

$$\frac{a_1}{d} = \frac{N\lambda}{d}$$

o bien

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{N\lambda}{d} \tag{10-10}$$

Para cualquier otro ángulo, cada onda sucesiva estará retrasada con respecto a la onda anterior y el efecto resultante será una cancelación casi total.

De la Ec. 10-10 se ve que cada uno de los valores de λ tiene su dirección particular θ. Para la luz azul sen θ será aproximadamente la mitad del valor correspondiente para la luz roja. Si sobre la rejilla se hace incidir un haz de luz blanca, sobre la pantalla se obtendrá un espectro continuo. Como se verá en el capítulo 13, cuando se excita a los átomos (mediante un arco eléctrico o calor) emiten luz con longitudes de onda particulares. Cada tipo de átomo o elemento tiene su propia característica de longitudes de onda o espectro.

Ejemplo 9

En el espectro del sodio, la línea más intensa es la línea *D*. La longitud de onda correspondiente es $\lambda = 5890$ Å (angstroms); un angstrom es por definición 10^{-8} cm. En el primer orden ($N = 1$) del espectro del sodio: ¿A qué ángulo se encontrará la línea *D* del sodio si se usa una rejilla de difracción de 10^4 líneas/cm?

Si existen 10^4 líneas/cm, el espacio entre líneas es $d = 10^{-4}$ cm. Substituyendo estos valores en la Ec. 10-10 se obtiene

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{5890 \times 10^{-8}}{10^{-4}} = 0.589$$

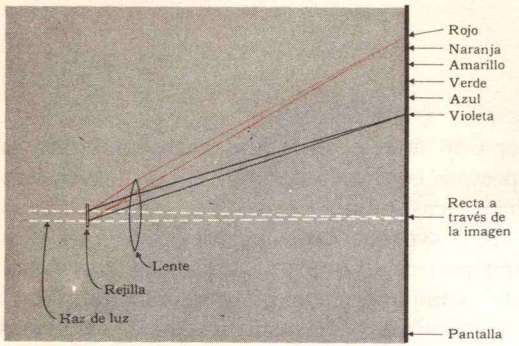
Usando la tabla de funciones trigonométricas o una regla de cálculo, se ve que el valor para el seno del ángulo de 36° es 0.589. Por lo tanto la línea *D* del sodio aparecerá a un ángulo de 36° medido desde la normal a la rejilla.

Fig. 10-20. El patrón de intensidad promediado sobre el tiempo. Es exactamente lo mismo de la Fig. 10-19 excepto que el tiempo de exposición es muy grande comparado con el período de oscilación.

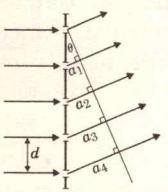
El espectrógrafo de rejilla es, por supuesto, una poderosa herramienta en el estudio de la estructura de materiales y análisis químico. Las rejillas de difracción se pueden construir haciendo un rayado muy fino sobre la superficie de un vidrio, usando una máquina especial de precisión llamada máquina de rayado.

Pregunta 3. ¿Es aplicable también la Ec. 10-10, al caso de interferencia con doble rendija?

Fig. 10-21. (*a*) Haz de luz blanca descompuesto en un espectro continuo mediante una rejilla de difracción. (*b*) Esquema grandemente amplificado que muestra la parte de la rejilla.



(*a*)



(*b*)

Respuesta 3. Sí. Vea la Ec. 10-9. Sin embargo, en la difracción con una rendija, ésta es la condición para un mínimo de intensidad. (Ver Prob. 26).

10-6 Optica geométrica*

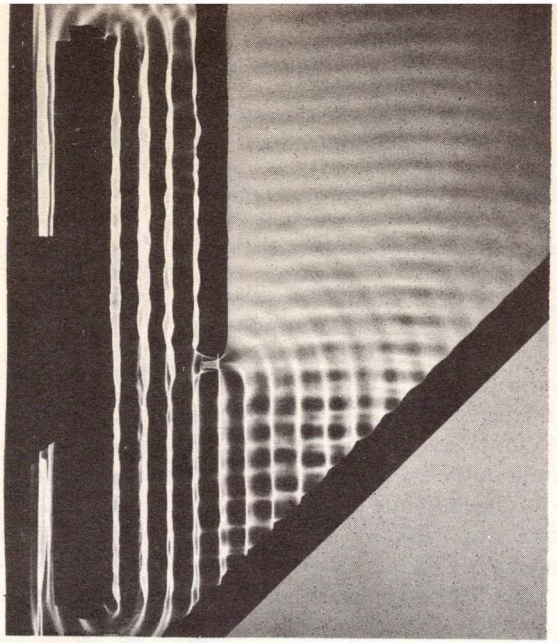
Las matemáticas de los rayos

La longitud de onda de la luz es tan pequeña comparada con la mayoría de los instrumentos ópticos que los efectos de interferencia no se manifiestan comúnmente. Un tren de ondas o secuencia de ondas luminosas se desplaza hacia adelante en línea recta. A esta línea recta que indica la dirección de movimiento de las ondas luminosas se le llama rayo de luz. Como se verá, los rayos de luz obedecen la ley de la reflexión (en espejos) y la ley de la refracción (para medios transparentes, p. ej. lentes). Usando estas dos leyes y las reglas comunes de la geometría euclidiana, es posible desarrollar una matemática de los rayos luminosos, a esta matemática o geometría se le denomina óptica geométrica. Puesto que los únicos principios físicos nuevos involucrados aquí, son las leyes de la reflexión y refracción, nos concentraremos en estas dos leyes y trataremos el resto del tema brevemente.

Ley de la reflexión

La ley de la reflexión establece que cuando un rayo de luz incide sobre una superficie reflectora, el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión. En la Fig. 10-22 se ilustra esta ley con el uso de ondas en agua. Obsérvese que la onda reflejada deberá dejar la superficie reflectora al mismo ángulo que la onda incidente. Como una aplicación de la ley de la reflexión, se mostrará que un espejo cóncavo se comporta de modo similar a una lente de enfoque. Es un hecho bien conocido que una lente simple o vidrio de aumento enfocará rayos paralelos en un punto común llamado foco. Esto también es cierto para un espejo cóncavo. Por ejemplo, se puede utilizar un espejo cóncavo para hacer un agujero en un pedazo de papel colocando el espejo frente al Sol y el papel en el foco. Como se muestra en la Fig. 10-23 la distancia focal será la mitad del radio de curvatura del espejo. En esta figura se selecciona, de un haz de rayos paralelos, un rayo arbitrario *AP*. Sea θ el ángulo entre este rayo y la normal (*CP*) al espejo. Observe que *CP* es el radio de curvatura del espejo. De acuerdo con la ley de la reflexión, el ángulo *APC* deberá ser igual al ángulo *FPC* y por lo tanto el triángulo *FPC* deberá ser isósceles. Entonces ambos lados *CF* y *FP* son iguales y

* Esta sección puede omitirse sin perder continuidad en el estudio.



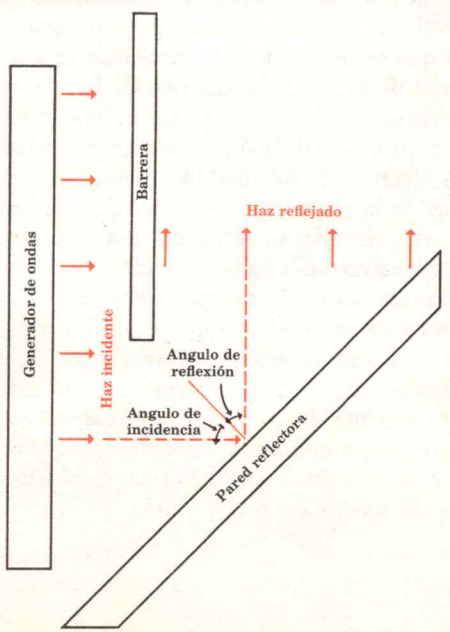


Fig. 10-22. Ilustración mediante ondas en el agua, por la ley de la reflexión. (Cortesía de Physical Science Study Committee.)

cada uno es aproximadamente la mitad de la distancia entre C y P, es decir, el radio de curvatura.

La Fig. 10-24 muestra la manera de obtener gráficamente la imagen de un objeto (una flecha) conociendo la posición F del foco. Desde el extremo de la flecha trácese el rayo (1) paralelo al eje del espejo; desde el mismo punto, trácese el rayo (2) hacia el centro del espejo. El punto donde se intersectan los dos rayos es la imagen del extremo de la flecha. Todos los otros rayos que provienen del extremo, pasarán (o casi pasarán) por este mismo punto imagen. Se puede usar un espejo cóncavo para formar la imagen de objetos distantes. La imagen puede amplificarse más con un vidrio de aumento o anteojo. En los telescopios astronómicos, las placas fotográficas se colocan directamente en el foco de un gran espejo cóncavo. Este tipo común de telescopio astronómico fue desarrollado por Isaac Newton y se le denomina telescopio de reflexión.

Refracción

El diagrama de rayos para una lente convergente o lupa es similar. Una lente convergente tiene la propiedad de desviar los rayos paralelos de modo que se enfocan en un punto focal F. En la Fig. 10-25 la posición de la imagen puede localizarse gráficamente.* Trácese primero el rayo (1) paralelo al eje horizontal. Este es desviado por la lente y pasa a través del foco F. Trácese el rayo (2) directamente a través del centro de la lente. El sitio donde los dos rayos se cruzan determina el punto imagen. Nuevamente, la imagen podrá examinarse con un anteojo en cuyo caso se tendrá un telescopio de refracción. Inversamente, podrá colocarse un pequeño objeto en la posición de la imagen (Fig. 10-25) y la imagen de este objeto caerá en el objeto original. Esta imagen amplificada podrá examinarse con un anteojo y se tendrá un microscopio.

Ejemplo 10

Un microscopio de proyección consiste de una pantalla de vidrio esmerilado que se encuentra a 1 m detrás del objetivo del microscopio cuya distancia focal es 1 mm. ¿Cuál es el factor de amplificación?

En la Fig. 10-25 la relación AB/DE es el factor de amplificación. Puesto que los triángulos ABC y EDC son semejantes, esta relación es igual a la distancia a la imagen BC dividida entre la distancia

* Para un método algebraico de cómo localizar las posiciones de la imagen, véase el Apéndice 10-1.

Fig. 10-23. Rayos paralelos de luz que inciden sobre un espejo cóncavo de radio CP.

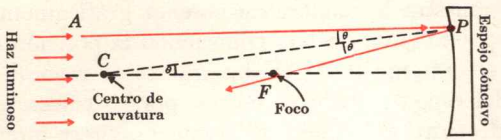


Fig. 10-24. Formación de imágenes en un espejo cóncavo. Los rayos (1) y (2) muestran la manera de obtener gráficamente la posición de la imagen.

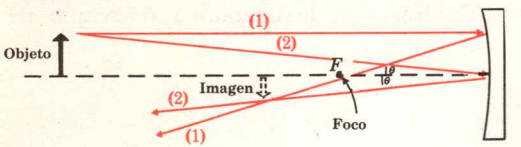
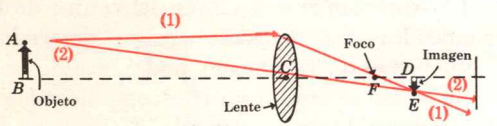


Fig. 10-25. Formación de imágenes por una lente convergente.



Índice de refracción

al objeto DC. La distancia al objeto DC será aproximadamente igual a la distancia focal de 1 mm. Entonces

$$\frac{AB}{DE} = \frac{100 \text{ cm}}{0.1 \text{ cm}} = 1000$$

que es el factor de amplificación.

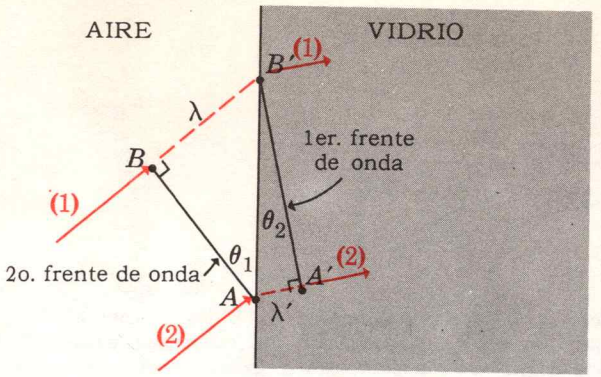
Ley de Snell

El último punto a discutir aquí, es por qué los rayos de luz son desviados o refractados cuando pasan del aire al vidrio y viceversa. Se verá que ésta es una consecuencia directa del carácter ondulatorio de la luz, siempre que la velocidad de la luz en el vidrio sea menor que en el aire. A primera vista, esto podrá parecer una violación a la prueba de Maxwell respecto a que las ondas electromagnéticas deberían viajar con velocidad $v = c$. Sin embargo, si se mide la velocidad de una onda luminosa en vidrio, se obtiene el resultado experimental $v = 0.66\ c$. Esta paradoja se resuelve observando que la onda medida en realidad es la suma de un gran número de ondas independientes que se propagan con la velocidad $v = c$ de acuerdo con la teoría de Maxwell. Cada uno de los electrones atómicos en el vidrio es una fuente de ondas independiente al igual que cada línea en una red de difracción es una fuente separada. Sobre cada electrón existe una fuerza oscilante debida al campo eléctrico de la onda incidente. Debido a la inercia, la oscilación de cada electrón se retrasará con respecto a la oscilación de la onda electromagnética incidente. Usando cálculo integral, es posible sumar el campo eléctrico radiado por los electrones retrasados y el campo eléctrico de la onda incidente. Como podría esperarse, el resultado es un campo eléctrico oscilante que se propaga con una velocidad menor a la velocidad de la luz. Para el vidrio, el campo electromagnético resultante, se propaga con velocidad $v = 0.66\ c$. La relación entre c y la velocidad de la luz en el vidrio se define como el índice de refracción n del vidrio

$$n = \frac{c}{v}$$

Ahora se puede usar la Fig. 10-26 para hacer ver por qué la dirección de propagación de la onda se altera en la superficie de separación vidrio-aire. La figura muestra un segmento de dos ondas sucesivas AB y $A'B'$.

Fig. 10-26. Dos frentes de onda sucesivos que pasan del aire al vidrio.



Ley de Snell

Sea λ' la longitud de onda reducida en el vidrio

$$\lambda' = \frac{v}{f} \quad \text{y} \quad \lambda = \frac{c}{f} \tag{10-11}$$

En el triángulo rectángulo ABB'

$$\operatorname{sen} \theta_1 = \frac{\lambda}{AB'}$$

En el triángulo rectángulo $A'AB'$

$$\operatorname{sen} \theta_2 = \frac{\lambda'}{AB'}$$

Dividiendo miembro a miembro las ecuaciones anteriores

$$\frac{\operatorname{sen} \theta_1}{\operatorname{sen} \theta_2} = \frac{\lambda}{\lambda'}$$

Substituyendo los valores para λ y λ' dados por la Ec. 10-11:

$$\frac{\operatorname{sen} \theta_1}{\operatorname{sen} \theta_2} = \frac{c}{v}$$

ó

$$\frac{\operatorname{sen} \theta_1}{\operatorname{sen} \theta_2} = n$$

A partir de esta ecuación básica, llamada ley de Snell o ley de la refracción, se pueden calcular las propiedades ópticas de las lentes.

Apéndice 10-1
La ecuación de las lentes delgadas

Se desea derivar una relación algebraica entre la distancia del objeto s y la distancia s' de la imagen, como se muestra en la Fig. 10-27. El triángulo ABO es semejante al triángulo $A'B'O$. Entonces

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{s'}{s} \tag{10-12}$$

El triángulo POF es semejante al triángulo $A'B'F$. De donde

$$\frac{A'B'}{PO} = \frac{s' - f}{f} \tag{10-13}$$

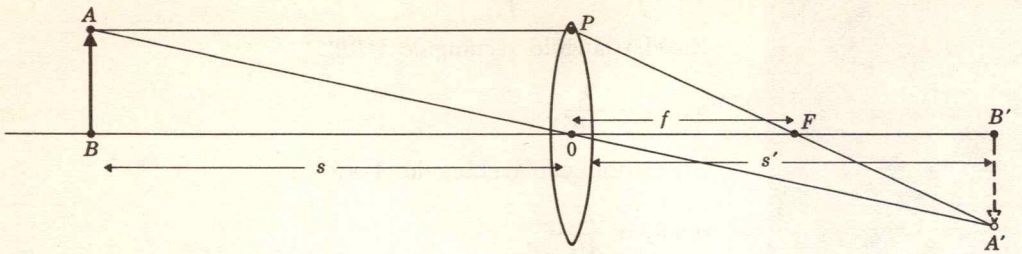
Puesto que $PO = AB$, los segundos miembros de las Ecs. 10-12 y 10-13 son iguales; igualándolos se obtiene

$$\frac{s'}{s} = \frac{s' - f}{f}$$

o bien

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

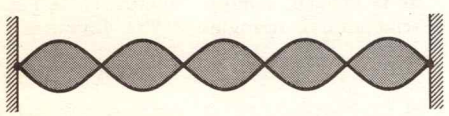
Fig. 10-27. s es la distancia del objeto AB a la lente cuya distancia focal es f; s' es la distancia de la lente a la imagen $A'B'$.



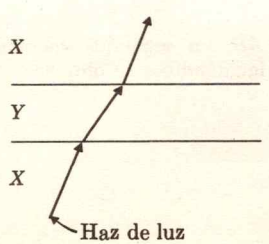
Esta relación entre las distancias a la imagen y al objeto se conoce como la fórmula para las lentes delgadas. Existe una convención para decidir si los signos de s, s' o f son positivos o negativos. Según esta convención, el problema bajo estudio deberá ser de orientación, de modo que la luz pase por la lente de izquierda a derecha. Entonces s' será positiva si la imagen está a la derecha de la lente y negativa si la imagen está a la izquierda; f es negativa si la lente es divergente; s será negativa si los rayos que pasan a través de la lente convergen en un objeto virtual (que podrá ser la imagen producida por una lente precedente a la izquierda).

Problemas

Prob. 2



Prob. 3



1. ¿Cuál es la distancia, en longitudes de onda, entre dos posiciones sucesivas de amplitud cero en cualquier movimiento ondulatorio periódico?
2. Una cuerda de longitud de 150 cm, contiene una onda estacionaria. (Ver figura).
   a) ¿Cuál es el número total de nodos?
   b) ¿De cuántas longitudes de onda consta la cuerda?
   c) Si la onda viaja en la cuerda con $v = 20$ m/seg; ¿Cuál es la frecuencia de oscilación?
3. Un rayo de luz pasa de un líquido X a un vidrio Y y nuevamente al líquido X. ¿En cuál de los medios tiene mayor velocidad la luz? (Ver figura).
4. En una onda electromagnética, ¿Cuál es la distancia entre dos máximos de intensidad sucesivos?
5. Se define 1 Å (un angstrom) como 10^{-8} cm. En términos de esta unidad (cuáles son las longitudes de onda límite de la luz visible?
6. Haga un esquema de una onda estacionaria con cuatro nodos y tres antinodos en el instante en que los antinodos tienen su máximo desplazamiento. Repita el esquema cuando haya transcurrido $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ de período. Debajo de cada uno de los esquemas, grafique la intensidad de la onda. En cada uno de los seis diagramas indique la longitud de onda.
7. ¿Una carga en movimiento siempre radía ondas electromagnéticas?

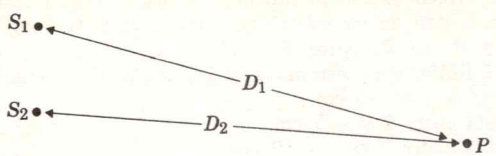
8. Dos notas musicales están separadas una octava si sus frecuencias están en relación 2:1. Si C media son 262 cps y C alta dos octavas mayor: ¿Cuál es la frecuencia de C alta?

9. Las frecuencias menor y mayor detectables por el oído humano son aproximadamente 20 y 15,000 cps, respectivamente. ¿Cuáles son en el aire las longitudes de onda correspondiente?

10. Considere que una onda sinusoidal simple de longitud de onda λ viaja con velocidad v a lo largo de una cuerda (No existe onda reflejada). ¿Cuántas veces por segundo, tendrá la cuerda completa, desplazamiento nulo?

11. Si los dos pulsos de la Fig. 10-7 tuvieran exactamente el mismo tamaño, en la tercera exposición deberían aparecer exactamente cancelados mutuamente. (La cuerda sería una línea recta horizontal). ¿Permanecerán cancelados los pulsos? Explique.

Prob. 12



12. S_1 y S_2 son dos vibradores en un tanque de ondas y tienen la misma frecuencia de vibración; cuando S_1 toca el agua $\frac{1}{4}$ de período antes que S_2

a) ¿Cuál es la condición para un máximo por interferencia en el punto P?

b) ¿Cuál es la condición para un mínimo de interferencia en este mismo punto?

13. La velocidad de la onda en una cuerda fija en ambos extremos es 2m/seg. La cuerda contiene ondas estacionarias con nodos cada 3 cm:

a) ¿Cuál es la frecuencia de vibración?

b) ¿Cuántas veces por segundo está la cuerda en línea recta, sin tener ondulaciones visibles?

14. Las órdenes segunda y tercera del espacio visible de una rejilla de difracción se traslapan parcialmente. ¿Qué longitud de onda correspondiente a $N = 3$ aparecerá en la posición $\lambda = 7000$Å del espectro $N = 2$? (N indica el orden del espectro).

15. $\bullet \longleftarrow 2.67\text{ m} \longrightarrow \bullet \longleftarrow 6\text{ m} \longrightarrow \bullet$

S_1 S_2 P

S_1 y S_2 son dos fuentes de ondas sinusoidales de sonido. Si están en fase y separadas 2.7 m;

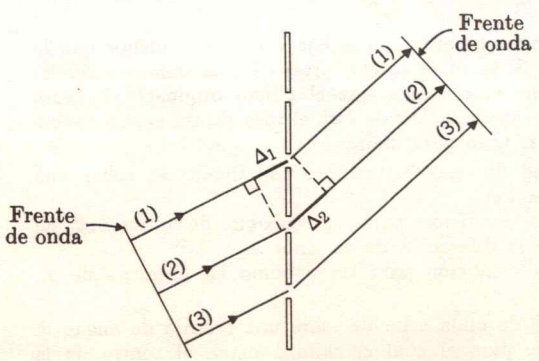
a) Dé una lista de 3 longitudes de onda diferentes que interfieran constructivamente en el punto P.

b) Dé una lista de 3 longitudes de onda diferentes que interfieran destructivamente en P.

c) ¿Cuál es la frecuencia mínima, en ciclos por segundo, que produce interferencia destructiva en P? La velocidad del sonido es 340 m/seg.

16. Si las dos fuentes de ondas en el agua de la Fig. 10-12, vibran desfasadas 180° (la fuente 1 sube mientras la fuente 2 baja): ¿Cuáles son las condiciones sobre $(D_1 - D_2)$ para las líneas nodales?

Prob. 17

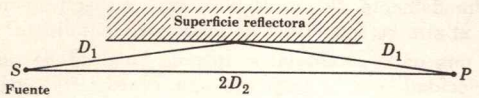


17. Sobre una rejilla de difracción incide un haz de rayos paralelos al ángulo mostrado en la figura. Suponga que el rayado es de 10^4 líneas por cm:

a) ¿Cuál es la diferencia de caminos entre los rayos (1) y (2) en términos de Δ_1 y Δ_2?

b) ¿Cuál es la diferencia de caminos entre los rayos (1) y (3)?
c) ¿Cuál es la condición sobre Δ_1 y Δ_2 para observar el *n*-ésimo máximo de longitud de onda λ?

Prob. 18

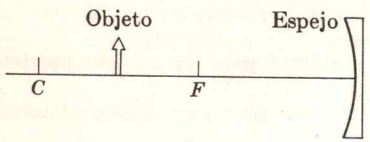


18. En la figura correspondiente, ¿Cuáles son las condiciones sobre $(D_1 - D_2)$ para un máximo y un mínimo de interferencia en el punto *P*?

19. Suponga que en el problema anterior, la onda se refleja con un cambio de signo. (Un cambio en la fase de 180°). ¿Cuál es ahora la condición para un mínimo de intensidad?

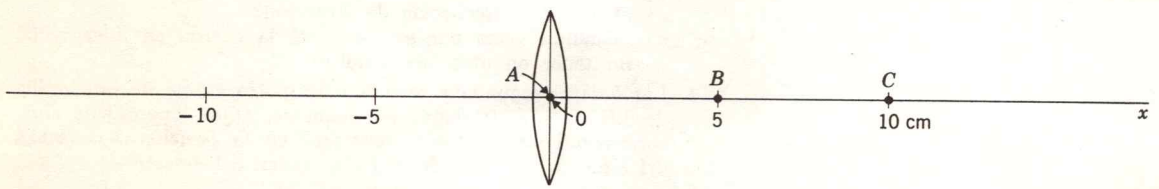
20. Se coloca un objeto entre el foco y el centro de curvatura de un espejo cóncavo.
a) Localice la posición de la imagen trazando al menos dos rayos.
b) ¿Estará invertida la imagen?
c) ¿Será la imagen mayor que el objeto?

Prob. 20



21. Se coloca en el origen una lente convergente. Su distancia focal es 5 cm. En cada uno de los casos siguientes, diga si la imagen está entre *A* y *B*, en *B*, entre *B* y *C*, en *C*, entre *C* y el infinito, en el infinito, o es virtual (a la izquierda de la lente).
a) El objeto está a $x = -5$ cm.
b) El objeto está entre 0 y -5 cm.
c) El objeto está entre -5 y -10 cm.
d) El objeto está en -10 cm.
e) El objeto está a la izquierda de -10 cm.

Prob. 21

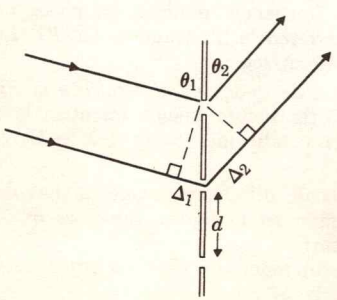


22. En el centro de curvatura de un espejo se coloca una fuente de luz puntual. ¿Dónde se localizará la imagen? (La portada del capítulo ilustra una situación similar).

23. Se coloca una fuente de luz puntual en el foco. ¿Dónde estará la imagen?

24. La distancia de un objeto a un espejo cóncavo es menor que la distancia focal. Si se ve al espejo, ¿se verá una imagen? De ser así, ¿Se verá mayor o menor que el objeto original? ¿Se verá invertida? (*Sugerencia*: ¿Dónde está el foco de un espejo cóncavo, de los que se usan para afeitarse?)

Prob. 25



25. Luz de longitud de onda λ incide a un ángulo θ_1, sobre una rejilla de difracción.
a) ¿Cuál es la condición para un máximo de intensidad en términos de la diferencia de caminos Δ_1 y Δ_2?
b) ¿Cuál es la condición para un máximo en términos de θ_1, θ_2, λ y *d*?

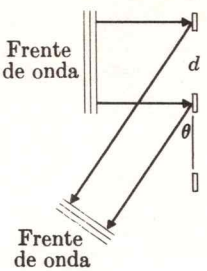
26. Luz de longitud de onda λ incide sobre una rendija de ancho *d*. Sea θ el ángulo para el cual el camino desde el centro de la

rendija es media longitud de onda mayor que el camino desde el extremo de la rendija. ¿Para esta condición cuál será el valor de sen θ? (Para este ángulo se observará un mínimo de intensidad. Este efecto se llama difracción con una rendija.)

27. Un rayo de luz cruza la superficie de separación entre aceite y vidrio. Si la velocidad de la luz es v_1 en el aceite y v_2 en el vidrio, ¿cuál es la expresión para sen θ_1 sen θ_2, en términos de v_1 y v_2?

28. Se difracta luz de longitud de onda $\lambda = 5 \times 10^{-5}$ cm mediante una rejilla de 2000 líneas/cm. La pantalla se encuentra a 3 m de la rejilla. ¿Cuál es la distancia, medida en la pantalla, entre la imagen de orden cero y la del primer orden?

Probl. 29

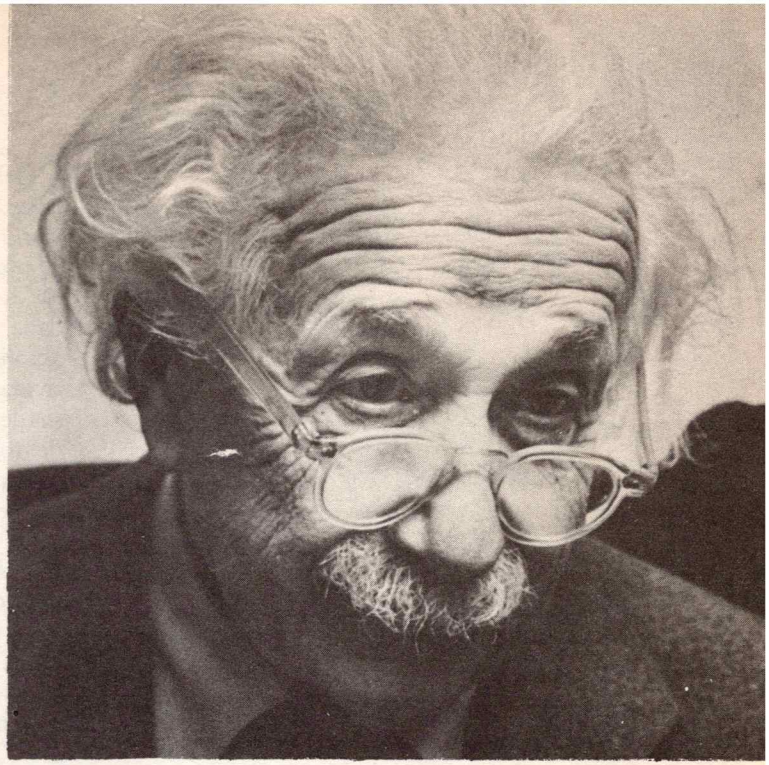


29. Un rayo de luz penetra a una placa plana de vidrio a un ángulo de 60° respecto a la normal. Si $n = 1.5$ ¿Cuál será el valor del ángulo donde el rayo abandona la placa al otro lado de ella? Las caras de la placa son paralelas.

30. Considere una rejilla de difracción por reflexión (líneas trazadas sobre un espejo). El haz incidente es perpendicular a la rejilla. Considere la dirección de salida θ.

a) ¿Cuál es la diferencia de caminos en términos de θ y d?

b) ¿Cuál será la condición sobre θ para un máximo de intensidad?



Relatividad

Capítulo 11

Relatividad

11-1 El principio de relatividad

La velocidad es relativa

Galileo propuso como principio de simetría general, que las leyes de la física deben ser las mismas para todos los observadores que se mueven con velocidad constante, sin importar la magnitud y dirección de su velocidad. En otras palabras, no debe existir un sistema de referencia privilegiado, ni debe existir forma alguna de determinar una velocidad absoluta. Esta simetría general se llama el principio de relatividad. Por supuesto, Galileo y Newton se aseguraron de que sus leyes de la mecánica clásica cumplieran con el principio de relatividad.

Sin embargo, a menos que se introduzcan algunos cambios en la física que hasta el momento hemos presentado, las leyes de la electricidad violan el principio de la relatividad. Un observador en "reposo" y uno en movimiento obtienen predicciones teóricas diferentes para el mismo experimento. Para ilustrar lo anterior, considérese el ejemplo simple de una carga puntual Q colocada a una distancia R de un alambre cargado con ρ statcoulombs por centímetro, como se muestra en la Fig. 11-1. La fuerza sobre Q es $F = QE$, en donde $E = 2\rho/R$ se obtiene de la Ec. 7-10. Así

$$F = \frac{2Q\rho}{R} \tag{11-1}$$

para un observador estacionario. Ahora considérese a un segundo observador que se mueve con velocidad v paralelamente al alambre, como se muestra en la Fig. 11-2. Este observador mediría, además de la fuerza electrostática anterior, una fuerza magnética. Vería una corriente $I = \rho v$ moviéndose también, paralela al alambre, con velocidad v. Por la Ec. 8-10, la fuerza magnética sobre la carga Q es $F_m = Qv/c \times B$. El campo magnético B, producido por una corriente en un conductor recto es $B = 2\rho v/cR$. Así

$$F_m = \frac{Qv}{c} \times \frac{2\rho v}{cR} = \frac{2Q\rho}{R}\frac{v^2}{c^2}$$

es la fuerza magnética. Esta fuerza magnética atractiva debe sumarse a la fuerza electrostática repulsiva. Por consiguiente, el observador en movimiento calcula que la fuerza resultante debería ser

$$F = \frac{2Q\rho}{R} - \frac{2Q\rho}{R}\frac{v^2}{c^2}$$

Fig. 11-1. Una carga puntual Q_1 a una distancia R de un alambre cargado con ρ statcoulombs/cm.

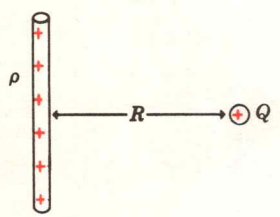
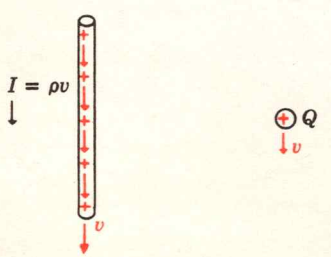


Fig. 11-2. La Fig. 11-1 tal como la vería un observador que se mueve hacia arriba con velocidad v.



ó

$$F = \frac{2Q\rho}{R}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \qquad (11\text{-}2)$$

para un observador que se mueve con velocidad v. Este resultado es menor que el obtenido por el observador en reposo (Ec. 11-1) por un factor $(1 - v^2/c^2)$. Así queda claro que las leyes de la electricidad dan resultados diferentes para diferentes sistemas de referencia. Sin embargo, de acuerdo con el principio de relatividad de Galileo y la mecánica clásica, la fuerza, o la aceleración, sobre Q debe ser independiente de la velocidad del observador.

Claramente, el principio de relatividad de Galileo, que es aplicable en la mecánica clásica, es inconsistente con las ecuaciones de Maxwell. Para resolver esta contradicción, se debe revisar ya sea el principio de relatividad, o las ecuaciones de Maxwell, o la mecánica clásica. Se considerarán a continuación las tres alternativas siguientes:

1. El principio de la relatividad existe para la mecánica, pero no para la electrodinámica. Las leyes de la electricidad se cumplen sólo en un sistema de referencia privilegiado. Solamente en este sistema la luz viaja con velocidad $v = c$.
2. El principio de relatividad existe tanto en la mecánica como en la electrodinámica, pero las leyes de la electricidad, tal como se han formulado en los capítulos 7 y 8, no son correctas. Estas leyes pueden modificarse de manera consistente para obtener el resultado de que la luz siempre viaja con velocidad c con respecto a su fuente. Tales modificaciones a las ecuaciones de Maxwell reciben el nombre de teoría de la emisión.
3. El principio de relatividad es correcto, pero las leyes y conceptos de la mecánica necesitan modificarse. Esta es la alternativa que escogió Einstein quien modificando las definiciones de masa, energía e impulso, y las propiedades del espacio y del tiempo, pudo forzar a que tanto las leyes de la electricidad como las de la mecánica obedezcan el principio de relatividad. Las leyes de la electricidad no necesitaron modificarse. Como se mencionó en el capítulo 8, la fuerza magnética puede pensarse como una corrección relativista de la ley de Coulomb. Aproximadamente durante 50 años, la teoría de la relatividad esperó ser descubierta de las ecuaciones de la electricidad, pero nadie se dio cuenta de esto hasta que en 1905 lo hizo Einstein.

Pregunta 1. ¿Cuál es la dirección de la fuerza F, en la Ec. 11-2?

11-2 El problema del éter

"El sentido común es esa capa de prejuicios que se acumula en la mente de un individuo hasta los dieciocho años." A. Einstein.

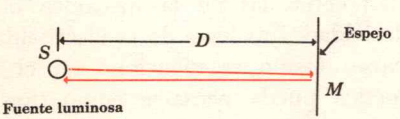
En primer término se discutirá la posibilidad (1) y se mostrará cómo fue refutada por el experimento. En este sistema de referencia privilegiado, la luz viajaría con velocidad c. La velocidad de la luz, para un observador que se mueve hacia la fuente con velocidad v con respecto a este sistema, sería $(c + v)$. Esto es precisamente lo que se esperaría si la transmisión de la luz requiriera de un medio "físico" sin masa. A este medio se le llamó éter. Se interpretó al sistema de referencia privilegiado en el cual se deberían cumplir las leyes de Maxwell, como el sistema en reposo del éter.

Ahora se verá cómo el famoso experimento de Michelson y Morley, en la década de 1880, contradijo a esta suposición. Como la Tierra se mueve en torno al Sol con una velocidad $v = 29$ km/seg, los seguidores de la teoría del éter concluyeron que deberían existir épocas del año en que la Tierra se movería con una velocidad de por lo menos 29 km/seg con respecto al éter (o que el éter tiene una velocidad de 29 km/seg con respecto a la Tierra). Entonces para un observador sobre la Tierra, la luz debería tener velocidades $(c + v)$ y $(c - v)$, dependiendo de si viaja en el mismo sentido o en sentido contrario al éter y en donde v es cuando menos 29 km/seg. De esta manera, el tiempo que emplea la luz en ir y regresar a un espejo situado a una distancia D es

$$t = \frac{D}{c+v} + \frac{D}{c-v} = \frac{2Dc}{c^2 - v^2} = \frac{2D}{c} \times \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad (11\text{-}3)$$

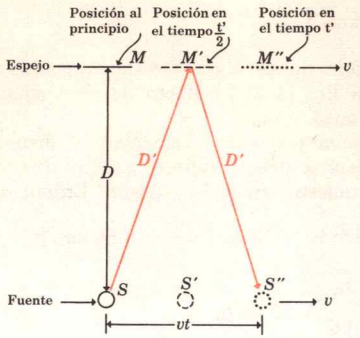
Suponga que un brazo rígido de longitud D soporta a una fuente luminosa y a un espejo, tal como se muestra en la Fig. 11-3. Si el brazo está en la misma dirección que la velocidad del éter v, el tiempo que la luz emplea para ir y regresar al espejo está expresado por la Ec. 11-3. Si el brazo se gira 90° de modo que queda perpendicular a v, la luz debe viajar una distancia $2D'$, medida por un observador en reposo con respecto al éter (ver Fig. 11-4). El tiempo del viaje de ida y vuelta hasta el espejo sería entonces

Fig. 11-3. Trayectoria luminosa desde una fuente hasta un espejo y de regreso.



Respuesta 1. Es una fuerza neta repulsiva.

Fig. 11-4. Trayectoria luminosa cuando la fuente y el espejo se mueven hacia la derecha con velocidad v, tal como se muestra.



$$t' = \frac{(2D')}{c} \quad \text{ó} \quad D' = \frac{ct'}{2} \tag{11-4}$$

Del triángulo rectángulo de la Fig. 11-4, se tiene

$$D'^2 = D^2 + \left(\frac{vt'}{2}\right)^2$$

Ahora, substituyendo al segundo miembro de la Ec. 11-4 por D', se tiene

$$\frac{c^2t'^2}{4} = D^2 + \frac{v^2t'^2}{4},$$

$$\frac{c^2}{4}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)t'^2 = D^2,$$

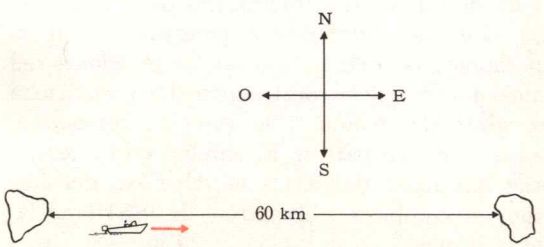
y

$$t' = \frac{2D}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{11-5}$$

De aquí la relación $t'/t = \sqrt{1 - v^2/c^2}$, que significa que el tiempo que emplea la luz en ir y regresar al espejo es menor cuando el brazo se encuentra colocado perpendicularmente a la velocidad del éter. Se puede utilizar el teorema binomial para obtener la siguiente aproximación para la diferencia de tiempos:

$$t - t' = \frac{2D}{c} \times \frac{v^2}{2c^2}$$

Fig. 11-5. Viajes de un bote entre dos islas.



(a)

(b)

Ejemplo 1

Considérense a dos islas pequeñas, separadas una distancia de 60 km y a una lancha de motor que viaja con una velocidad de 10 km/h con respecto al agua (Fig. 11-5*a*). Una de las islas se encuentra al oeste de la otra.

a) ¿Qué tiempo toma un viaje de ida y vuelta, si el agua está quieta?

b) ¿Cuánto tomará el viaje de ida y vuelta, si existe una corriente de 5 km/h hacia el este?

c) ¿Cuál será el tiempo de dicho viaje si la corriente es de 5 km/h hacia el sur?

El tiempo para la parte (*a*) se obtiene dividiendo la distancia del viaje redondo ($2D = 120$ km) entre la velocidad ($c = 10$ km/h)

$$t = \frac{2D}{c} = \frac{120 \text{ km}}{10 \text{ km/h}} = 12 \text{ h}.$$

Para la parte (b), la velocidad en el viaje de ida es de 15 km/h y en el de regreso es 5 km/h. Así que

$$t = \frac{D}{15\ \text{km/h}} + \frac{D}{5\ \text{km/h}} = 4\ \text{h} + 12\ \text{h} = 16\ \text{h}.$$

Este mismo resultado puede obtenerse substituyendo $c = 10$ km/h y $v = 5$ km/h en la Ec. 11-3. El efecto de la corriente es hacer más lento el viaje prolongándolo.

Para que la lancha tenga una velocidad c' dirigida hacia el este en el inciso (c), ésta se debe dirigir en alguna dirección al norte del este, tal como se muestra en la Fig. 11-5b. Entonces

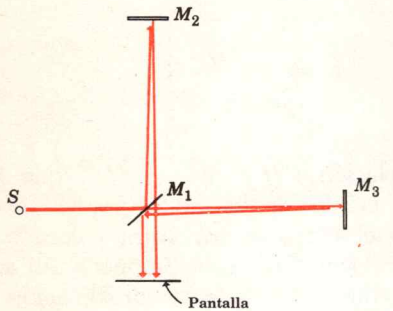
$$c' = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} = 8.66\ \text{km/h}$$

y

$$t = \frac{2D}{c'} = \frac{120}{8.66} = 13.86\ \text{h}.$$

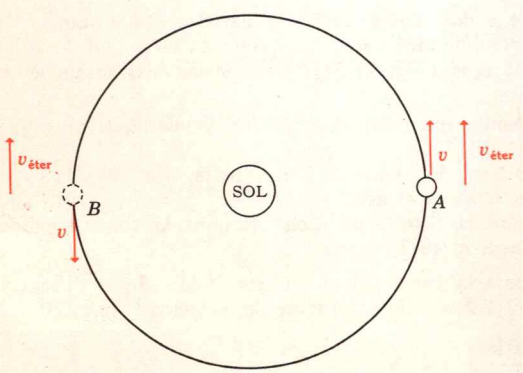
Este resultado también puede obtenerse substituyendo $c = 10$ km/h y $v = 5$ km/h en la Ec. 11-5. De aquí se ve que, de acuerdo con la discusión precedente sobre las trayectorias luminosas en una corriente de éter, toma más tiempo realizar el viaje cuando la corriente está en la dirección del movimiento que cuando está perpendicular a la misma.

Fig. 11-6. El interferómetro de Michelson. La luz proveniente de la fuente S se divide en el espejo semiplateado M_1 y se vuelve a reunir en la pantalla.



Michelson y Morley notaron que podrían medir esta pequeña diferencia de tiempo (menor que 10^{-16} seg) utilizando un interferómetro con brazos mutuamente perpendiculares, como el mostrado en la Fig. 11-6. En este aparato el espejo semiplateado M_1 divide en dos a la luz proveniente de la fuente S. Los dos rayos luminosos se reúnen en la pantalla después de ser reflejados por los espejos M_2 y M_3, respectivamente. Si el recorrido de las dos trayectorias toma el mismo tiempo, se debe observar interferencia constructiva en la pantalla. El experimento consiste en ajustar las posiciones del espejo para obtener interferencia constructiva. Una vez hecha ésta, el aparato gira 90° debido a la rotación terrestre y entonces se observa el nuevo patrón. El cambio en el tiempo de las trayectorias luminosas debidas a la velocidad del éter aparecerían como un cambio en el patrón de interferencia. Aun un valor muy pequeño de v, tal como 29 km/seg, debería resultar en un efecto muy notable.

Fig. 11-7. La órbita de la Tierra en torno al Sol. En la posición A, la velocidad del éter sería cero. En cambio, en la posición B, el efecto sería del doble.



Pero aunque Michelson y Morley lo intentaron muchas veces, nunca obtuvieron efecto alguno. Una de las explicaciones que se dieron fue que el éter tenía, accidentalmente, una velocidad de 29 km/seg con respecto al sistema solar. Cuando la posición de la Tierra fuera la indicada por A en la Fig. 11-7, su velocidad relativa al éter sería cero. Sin embar-

go, Michelson y Morley repitieron el experimento 6 meses después, cuando la Tierra se encontraba en la posición *B*. En este caso deberían obtener un efecto dos veces mayor a lo esperado. Una vez más, no se observó tal efecto.

Otra explicación posible consistía en pensar que la Tierra "arrastra" consigo una región local del éter. Sin embargo, esto produciría una oscilación anual en la posición de las estrellas, de una manera diferente a la observada. Esta explicación se abandonó en base a las observaciones astronómicas.

En otro intento de explicar el resultado negativo de Michelson y Morley, Fitzgerald y Lorentz propusieron independientemente, que las longitudes físicas en la dirección del movimiento se contraen por un factor $\sqrt{1 - v^2/c^2}$, al moverse con velocidad v con respecto al éter. Entonces, cuando el interferómetro gira 90°, la longitud de sus brazos cambiará en la cantidad necesaria para cancelar el efecto. Para resolver esta objeción, se utilizó un interferómetro de brazos desiguales. En este caso, la contracción de Fitzgerald y Lorentz debería de conducir a resultados diferentes para diferentes velocidades del interferómetro con respecto al éter. Sin embargo, las observaciones siguieron siendo negativas para todas las posiciones de la Tierra en su órbita.

Como un resultado de estos experimentos exhaustivos, se concluye que la luz emitida por la fuente del interferómetro siempre viaja con velocidad c con respecto a la fuente y a los espejos del mismo.

Otra forma posible de explicar los resultados de Michelson y Morley es la indicada en la alternativa (2); esto es, revisar las leyes de la electricidad para que la luz emitida siempre viaje con velocidad c con respecto a la fuente o emisor de ondas electromagnéticas. Sin embargo, esta explicación se descartó en base a las observaciones astronómicas. Si la teoría de la emisión fuera válida, el movimiento de una estrella doble se vería distorsionado y violaría, aparentemente, las leyes de Kepler. Cuando un miembro de una estrella doble se moviera hacia la Tierra con velocidad v, su luz viajaría todo el tiempo con velocidad $c + v$ y llegaría antes que la luz emitida por la estrella que se aleja de la Tierra, que viajaría con velocidad $c - v$.

De aquí se ve que todos los intentos que se hicieron para explicar el resultado negativo de Michelson y Morley fueron descartados por experimentos y observaciones adicionales.

Pregunta 2. ¿Cuál de los intervalos de tiempo expresados por las Ecs. 11-3 y 11-4 es mayor?

En 1905, Albert Einstein consideró seriamente la posibilidad restante (3). De hecho, Albert Einstein estaba poco relacionado con los experimentos de Michelson y Morley. A él le preocupaba más la inconsistencia entre las ecuaciones de Maxwell y la física clásica. Uno de sus problemas pensados favoritos consistía en imaginar lo que ocurriría si persiguiera a una onda luminosa y la alcanzara viajando con una velocidad $v = c$. Entonces Einstein atacó el problema consistente en determinar los cambios necesarios en los conceptos clásicos de espacio y tiempo para que las ecuaciones de la electricidad fueran consistentes con el principio de relatividad. Afortunadamente, esto es un problema matemático bien definido y tiene solución única. De hecho, la parte puramente matemática de este problema había sido esencialmente resuelta por H. A. Lorentz algunos años atrás. Sin embargo, a mucha gente (incluyendo en su época a Lorentz), le es difícil entender la interpretación física de los resultados matemáticos, debido a que parecen violar el sentido común. Esta interpretación y su extensión al resto de la Física fue la mayor contribución de Einstein, contribución que opaca a la curiosidad matemática obtenida por Lorentz.

Uno de los puntos principales en la teoría de Einstein es que la velocidad de la luz siempre es $c = 3 \times 10^{10}$ cm/seg, independientemente de la velocidad del observador o de la fuente luminosa. Así, dos observadores, uno en reposo con respecto a una estrella distante y otro moviéndose rápidamente hacia ella, medirían el mismo valor para la velocidad de la luz que proviene de la estrella. Este resultado es por supuesto consistente con las observaciones de Michelson y Morley, pero parece contrario al sentido común.

Einstein explicó este "extraño" resultado atribuyendo ciertas "extrañas" propiedades al espacio y al tiempo. Él propuso que el espacio, visto por un observador en movimiento, se contrae en la dirección del movimiento y que el tiempo medido por observadores diferentes no será el mismo. (Los eventos que son simultáneos para uno de ellos, no necesariamente lo son para el otro). Estos efectos se describen matemáticamente por las ecuaciones obtenidas por Lorentz y son llamadas la transformación de Lorentz.

Las siguientes ecuaciones establecen la forma en que la transformación de Lorentz relaciona a las coordenadas del espacio con el tiempo, medidas por dos observadores que se mueven con velocidad relativa v

Respuesta 2. Ec. 11-3.

La transformación de Lorentz

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x + vt}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} & (11\text{-}6) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t + \dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} & (11\text{-}7) \end{cases}$$

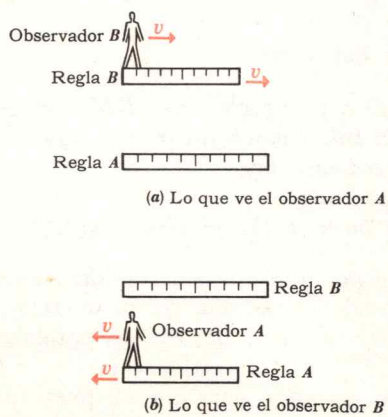
Las coordenadas con prima se refieren a un observador y las que no la tienen al otro. Las ecuaciones clásicas correspondientes son

$$x' = x + vt$$

$$t' = t$$

estas ecuaciones indican que, si un objeto se encuentra en reposo en el sistema sin prima en el punto $x = x_0$, en el otro sistema su posición será $x' = x_0 + vt$, lo que significa que este cuerpo tendría un movimiento aparente con velocidad v hacia la derecha. Las ecuaciones 11-6 y 11-7 pueden deducirse suponiendo que todos los observadores deben obtener el mismo valor para la rapidez de la luz. Esta derivación se da en el apéndice 11-1.

Fig. 11-8. Efecto de la transformación de Lorentz sobre dos reglas de madera idénticas, que se mueven con una velocidad relativa $v = 0.6c$.



11-3 La contracción de Lorentz

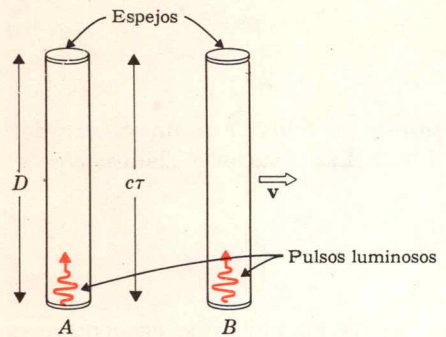
"There was a young fellow named Fisk
Whose fencing was exceedingly brisk.
So fast was his action,
The Lorentz contraction
*Reduced his rapier to a disk."**

Una consecuencia simple de la transformación de Lorentz, es que todos los objetos en movimiento aparecen contraídos por el factor $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ en la dirección del movimiento. Esto se puede ver casi directamente de la Ec. 11-6. Específicamente, si dos observadores tienen inicialmente reglas

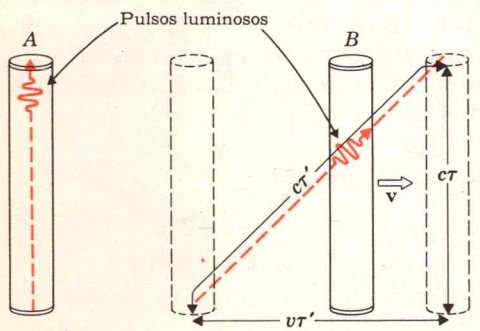
Pregunta 3. Si un objeto se encuentra colocado en $x' = 0$, ¿aumentará o disminuirá su coordenada x, expresada por la Ec. 11-6, con el tiempo?

* Esta forma de construcción poética es propia del idioma inglés y perdería su sentido al traducirse; su significado es: "Había un joven llamado Fisk, cuya defensa era muy fuerte. Actuaba tan rápido que la contracción de Lorentz convirtió su florete en un disco". (N. del T.).

Fig. 11-9. (*a*) Dos relojes de luz idénticos al tiempo $t = 0$. El reloj B se mueve hacia la derecha con velocidad v. (*b*) Los relojes de luz τ segundos después, tal como los observa A. Ambos relojes han viajado una distancia $c\tau$. El pulso en A ha alcanzado el extremo, pero el pulso en B todavía no lo ha hecho.



(*a*)



(*b*)

Respuesta 3. Decrecerá. La ecuación para x, en términos de x' y de t' es

$$x = \frac{x' - vt'}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

rígidas iguales y el observador B viaja con v con respecto al observador A, entonces el observador A medirá $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ metros para la longitud de la regla de B (ver Fig. 11-8). Por el principio de relatividad, lo contrario también debe ser cierto: la regla de A, medida por B, estará contraída en la misma cantidad.

Ejemplo 2

Suponga que se observa una regla de madera que viaja con una velocidad de 60% la velocidad de la luz. ¿Cuál sería la medida de su longitud?

$$L' = \sqrt{1 - 0.6^2}\ \text{m}$$
$$= \sqrt{0.64}\ \text{m}$$
$$= 80\ \text{cm}$$

En la sección 11-2 se vio que la contracción de Lorentz no era suficiente para explicar los resultados experimentales cuando se usaba un interferómetro de brazos desiguales. Esta dificultad se resuelve revisando, además del concepto de espacio, el concepto de tiempo.

11-4 Dilatación del tiempo

"There was a young girl named Miss Bright,
Who could travel much faster than light.
She departed one day,
In an Einsteinian way,
*And came back on the previous night."**

Para ilustrar el por qué Einstein consideró necesario cambiar el concepto del tiempo, analicemos un reloj de luz. Su construcción es muy sencilla: dos espejos paralelos separados una distancia D.

Sea τ el tiempo necesario para que un pulso luminoso que parte desde el fondo, incida en el espejo superior (ver Fig. 11-9). Cada vez que la luz incide sobre un espejo se tiene "un tic" del reloj. Considérense dos de estos relojes luminosos idénticos que marcan el tiempo simultáneamente. El tiempo entre los dos es $\tau = D/c$. Ahora se permite que el reloj B se mueva hacia la derecha con velocidad v, como se mues-

* "Había una joven llamada Bright que podía viajar mucho más rápido que la luz. Un día partió, a la manera einsteniana, y volvió la noche anterior". (N. del T.).

tra en la Fig. 11-9*b*. Su longitud seguirá siendo la misma.* Nosotros, como observadores, estamos "unidos" al reloj luminoso A y observamos que existe una trayectoria mayor para el pulso que viaja de un extremo al otro del reloj luminoso B. Vemos que el pulso luminoso P viaja con velocidad $v = c$, a medida que se desplaza por la diagonal mostrada en la Fig. 11-9*b* (aquí es donde entra la teoría de la relatividad). Por lo tanto, el pulso B se retrasará con respecto al A. Si se llama τ' al tiempo del rayo B, se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras a la Fig. 11-9*b*,

$$(c\tau')^2 = (v\tau')^2 + (c\tau)^2$$

$$(c^2 - v^2)\tau'^2 = c^2\tau^2$$

$$\tau'^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}\tau^2$$

$$\tau' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\tau \qquad (11\text{-}8)$$

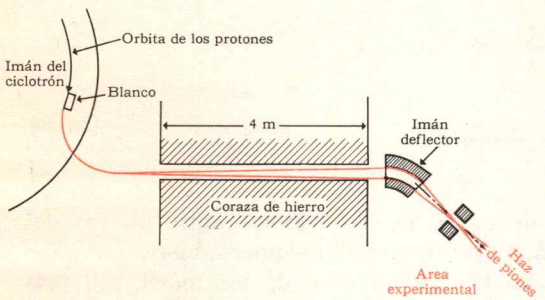
El intervalo de tiempo τ' es el observado entre los tics del reloj móvil y es mayor que τ. Cualquier observador debe determinar que los tics en un reloj de luz móvil, son más lentos que en un reloj de luz, idéntico pero estacionario.

Pero ¿estos relojes se comportan así, debido a la naturaleza especial de la luz? ¿Se retrasarán también por un factor $\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, los relojes mecánicos ordinarios, cuyas partes se mueven a una velocidad mucho menor que la de la luz? La respuesta de Einstein fue afirmativa, ya que este comportamiento es independiente de la naturaleza de los relojes, y se debe a una propiedad intrínseca del tiempo. Para ver esto, suponga que un reloj de luz y uno de cuerda, que marcan el mismo tiempo, se unen y a continuación se empujan con velocidad v, retrasándose el luminoso como se esperaba, pero no el de cuerda. Entonces se tendría un detector simple de movimiento absoluto: siempre que los dos relojes marquen el mismo tiempo, se encuentran en reposo; cuando el reloj luminoso se retrase, todo el mundo sabe que están en movi-

Pregunta 4. Con referencia a la Fig. 11-9 (*b*), ¿El observador fijo ve ambos pulsos moviéndose con la misma velocidad?

* Si su longitud fuera menor que la de A, cuando los objetos se cruzan, entonces dos observadores (uno unido a A y otro unido a B) verían al reloj luminoso B más chico que el A. Esto daría la pauta para detectar movimiento absoluto, lo cual viola el principio de relatividad.

Fig. 11-10. Haz de piones producidos por un haz de protones provenientes de un sincrociclotrón que inciden sobre un b'anco interno. Los piones producidos por la colisión de protones sobre un blanco son desviados por un campo magnético y viajan hacia el área experimental.



Respuesta 4. Sí. Sin embargo, el pulso B se mueve más lentamente con respecto a su reloj luminoso, que también se mueve.

miento. Naturalmente que esto viola el principio de relatividad sobre el cual descansa toda la discusión.

Como la dilatación del tiempo es una propiedad intrínseca a él, no sólo los relojes se retrasan, sino que también lo hacen todos los procesos físicos, tales como las velocidades de reacción química. Como la vida consiste de un conjunto complejo de reacciones químicas, ésta también debe retrasarse por el mismo factor. Aun los procesos físicos, tales como la vida media radiactiva de una muestra, deben retrasarse por tal factor. De hecho, el efecto sobre la vida media ha sido directamente observado utilizando un haz de partículas inestables. El pión es una partícula inestable con vida media de 1.8×10^{-8} seg. En un sincrociclotrón se puede producir un haz de piones, como se ve en la Fig. 11-10.

Ejemplo 3

Un haz de piones tiene una velocidad $v = 0\,6\ c$. ¿Cuánto tardará en desintegrarse la mitad le los piones? ¿Qué distancia viajarán en este tiempo?

La vida media observada T' será 1.8×10^{-8} seg, aumentada por un factor

$$\frac{1}{\sqrt{1 - 0.6^2}} = \frac{1}{\sqrt{0.64}} = 1.25$$

Así que la vida media aumenta en un 25%, o sea $T' = 2.25 \times 10^{-8}$ seg. La distancia recorrida en este tiempo es

$$D = vT' = 0.6 \times 3 \times 10^{10} \times 2.25 \times 10^{-8}\ \text{cm} = 4.05\ \text{m}$$

La dilatación en el tiempo no sólo se ha observado en "relojes" microscópicos consistentes de partículas inestables, sino que el efecto también se ha observado utilizando relojes macroscópicos, (por primera vez en 1960). El dispositivo marcador de tiempo más estable que se puede construir, es un reloj que utiliza lo que se llama el efecto Mossbauer. Los relojes basados en este efecto utilizan los fotones procedentes de un isótopo radiactivo del hierro incrustado en un cristal de hierro. Dos relojes Mossbauer idénticos marcarán tiempos iguales hasta una parte en 10^{16}. Un corrimiento en el tiempo de esa magnitud, aparecerá como un aumento repentino en la cuenta de los fotones. En el experimento para medir la dilatación del tiempo, un reloj Mossbauer se giró como un todo a gran rapidez y se encontró que se retrasaba a razón de $\dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ comparado con otro reloj Mossbauer idéntico pero en reposo. Nuevamente se confirmó la teoría.

11-5 La paradoja de los gemelos

¿Juventud perpetua?

Desde el advenimiento de las exploraciones espaciales, se ha vuelto un conocimiento común el que los viajeros siderales no envejecen tan rápido como sus hermanos en la Tierra; de hecho, si un viajero sideral pudiera viajar a la misma velocidad que la luz, no envejecería.

El retraso en el tiempo para el viajero sideral puede apreciarse si se le aplica la Ec. 11-8. De acuerdo a un observador terrestre, los relojes y todos los procesos físicos, incluyendo la vida misma sobre una nave espacial que viaja con velocidad v, se retrasarán en un factor $\sqrt{1 - v^2/c^2}$.

Ejemplo 4

Considérese a dos gemelos A y B, de 20 años de edad. El gemelo B hace un viaje redondo a la estrella Arturo con una velocidad $v = 0.99\,c$. De acuerdo con los que estamos en la Tierra, Arturo se encuentra a 40 años luz. ¿Cuáles serán las edades de A y B cuando termine el viaje de este último?

De acuerdo con el gemelo A, el viaje tomará 1% más que los 80 años que le lleva a la luz ir y regresar a Arturo. Así que A tendría $20 + 80.8 = 100.8$ años, cuando B regresara. De acuerdo al gemelo A los relojes en la nave espacial irían más despacio por un factor $\sqrt{1 - 0.99^2} = \sqrt{0.02} = 0\,141$. El tiempo transcurrido en la nave espacial sería entonces 0.141 veces los 80.8 años del tiempo terrestre, o sea 11.4 años. El gemelo B tendría $20 + 11.4 = 31.4$ años al finalizar el viaje. Él sería entonces 69.4 años más joven que su hermano gemelo, que permaneció en la Tierra.

El viajero sideral no siente que su tiempo transcurre más lentamente. En el ejemplo 4, el gemelo sabe que la distancia a Arturo sufre la contracción de Lorentz. Su medida de la distancia a Arturo es $\sqrt{1 - 0.99^2}$ veces los 40 años luz, o sea 5.64 años luz. También observa que la Tierra se aleja con la velocidad relativa $v = 0.99c$. Así el viajero sideral calcula que su tiempo a Arturo es 1% mayor que el tiempo que le lleva a la luz viajar 5.64 años luz. Por tanto, el gemelo sideral piensa que le tomará 5.7 años llegar a Arturo, u 11.4 años hacer el viaje redondo. Este resultado coincide con el calculado por el gemelo A en la Tierra.

Sin embargo, existe una paradoja aparente, ya que si el viajero sideral observa a la Tierra, ve que los relojes de ella se retrasan con respecto al suyo. Parecería que B debería obtener el resultado de que A es más joven, lo cual contradice

Pregunta 5. Si un astronauta simplemente gira en torno a la Tierra ¿regresará más joven que si no lo hace?

el razonamiento anterior. De hecho, si la velocidad es verdaderamente relativa, ¿cómo es posible obtener un resultado asimétrico? De acuerdo con la simetría, ¿no debería de suceder que los dos gemelos terminaran con la misma edad? A primera vista, parece que el formalismo de Einstein conduce a una contradicción inherente. La paradoja se resuelve advirtiendo que este problema es esencialmente asimétrico. El individuo que permanece en la Tierra siempre se encuentra en el mismo sistema de referencia, en tanto que el viajero sideral cambia de sistema al regresar. La correcta aplicación de las ecuaciones de Einstein resulta también en que, de acuerdo con el viajero sideral, el efecto total es que el terrestre envejece.

Ha habido una larga historia de controversias en lo concerniente a la paradoja de los gemelos (también llamada la paradoja de los relojes). En la actualidad, casi todos los físicos aceptan la interpretación anterior; sin embargo, todavía existen algunos filósofos y aun algunos matemáticos, que insisten en que los dos gemelos terminarían con la misma edad. Para una discusión adicional de la "paradoja de los gemelos", el lector puede consultar el libro: *Unidad del Universo,* de Dennis Sciama, (Anchor Books). En un artículo de E. McMillan, publicado el 30 de agosto de 1957 en la revista *Science,* se demuestra que es imposible que el hombre haga uso práctico de la dilatación del tiempo en los viajes espaciales. Los efectos de dilatación del tiempo son despreciables excepto para velocidades cercanas a la de la velocidad de la luz. En la sección 11-8 se verá que se necesita una energía cinética comparable a la masa en reposo de la nave espacial, para alcanzar velocidades tan altas. Aun la energía liberada en fisión nuclear, utilizada al 100% de eficiencia, sería aproximadamente 1000 veces más pequeña que lo requerido.

11-6 Adición de velocidades de Einstein

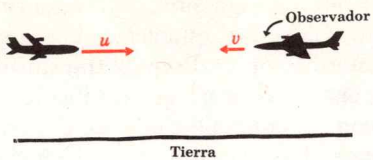
$$v + c = c$$

La contracción de Lorentz y la dilatación del tiempo son una consecuencia directa de las transformaciones de Lorentz. Estas ecuaciones de transformación también determinan la manera en que se transforma la velocidad. Por ejemplo, un objeto (tal como el aeroplano mostrado en la Fig. 11-11) puede estar viajando con velocidad u, con respecto a cierto sistema de referencia. ¿Cuál sería la velocidad u', medida por

Respuesta 5. Sí, pero $\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ es tan cercano a uno que el efecto no es notable.

Adición de velocidades de Einstein

Fig. 11-11. Dos aviones de retroimpulso que viajan con velocidades u y v con respecto a la Tierra. El avión observador ve que el avión de la izquierda se acerca con una velocidad u', que es menor que $(u + v)$.



Pregunta 6. Un tercer observador, viajando con velocidad $1/2\ v$, en la Fig. 11-8 (a) ¿"vería" las dos reglas del mismo tamaño?

un observador que se mueve con velocidad v? En la física clásica sería $u' = u + v$, pero el resultado de Einstein es

$$u' = \frac{u + v}{1 + \dfrac{uv}{c^2}} \tag{11-9}$$

Esta ecuación se obtiene fácilmente de las ecuaciones de transformación de Lorentz, dividiendo la ecuación para x' entre la ecuación para t'. Si se divide la ecuación 11-6 entre la 11-7 se obtiene

$$\frac{x'}{t'} = \frac{x + vt}{t + \dfrac{vx}{c^2}}$$

y, dividiendo entre t el numerador y el denominador del miembro derecho

$$\frac{x'}{t'} = \frac{\dfrac{x}{t} + v}{1 + \left(\dfrac{x}{t}\right)\left(\dfrac{v}{c^2}\right)}$$

El observador estacionario observa al objeto moviéndose con velocidad $u = x/t$ y el observador en movimiento lo observa con velocidad $u' = x'/t'$. Si se hacen estas substituciones, se obtiene el resultado, Ec. 11-9.

Ejemplo 5

Suponga que las velocidades con respecto a la Tierra, de los aviones mostrados en la Fig. 11-11 son $u = 2000$ km/h y $v = 1000$ km/h. ¿Cuál será la velocidad del primer aeroplano, medida desde el segundo?

$$u' = \frac{2000 + 1000}{1 + \dfrac{2 \times 10^6}{c^2}} = \frac{3000}{1 + 4.5 \times 10^{-12}} = 4826.998391 \text{ km/h}$$

Ejemplo 6

El neutrón es una partícula inestable que decae en un protón, un electrón y un antineutrino: $N \rightarrow P + e^- + \nu$. Suponga que el electrón producto tiene una velocidad de ocho décimos de la velocidad de la luz, cuando su neutrón asociado está en reposo. ¿Cuál será la velocidad del electrón, si la desintegración ocurre cuando el neutrón se mueve en la misma dirección a nueve décimos de la velocidad de la luz?

El sistema de referencia se mueve con $v = 0.9c$ y desde el mismo se observa al electrón viajando con $u = 0.8c$. Substituyendo estos valores en la ecuación 11-9 se obtiene

$$u' = \frac{0.8c + 0.9c}{1 + 0.8 \times 0.9} = \frac{1.7}{1.72}\,c$$

Ejemplo 7

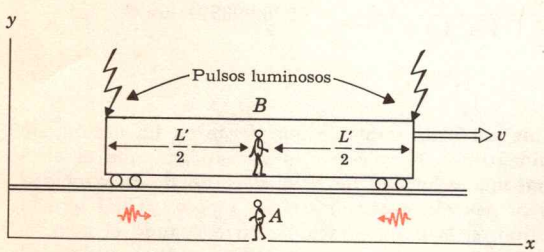
Una partícula elemental, llamada neutrino, viaja con la velocidad de la luz ($u = c$). Un observador se mueve hacia el neutrino con velocidad v. De acuerdo con el observador en movimiento, ¿cuál es la velocidad del neutrino?

$$u' = \frac{c + v}{1 + \frac{cv}{c^2}} = \frac{c + v}{\frac{1}{c}\left(c + v\right)} = c$$

Del ejemplo 7 se ve que la luz (o cualquier otro objeto) viajando con la velocidad c, aparecerá con la misma velocidad c para todos los observadores, sin importar qué tan rápido se mueven. Como se estableció anteriormente, las ecuaciones de transformación de Lorentz transforman el espacio y el tiempo de una manera tal que un haz luminoso siempre debe viajar con la misma velocidad c para todos los observadores. Ahora se ha mostrado que esto es cierto, ya que el resultado del ejemplo 7 es una consecuencia directa de la Ec. 11-9, que a su vez es una consecuencia directa de las ecuaciones de transformación de Lorentz.

Un resultado básico de las ecuaciones de Einstein es el que ningún objeto puede viajar a mayor velocidad que la luz. De hecho, a medida que un objeto se aproxima a velocidad de la luz, su volumen se aproxima a cero, debido a la contracción de Lorentz. También, por la Ec. 11-9, no importa cuánta velocidad adicional se le comunica a un objeto, su velocidad no puede exceder $u' = c$. Por otra parte, la segunda ley de Newton permite a los objetos exceder la velocidad de la luz. En la sección 11-8 se verá cuáles son los cambios necesarios para hacer a la mecánica consistente con las ecuaciones de transformación de Einstein.

Fig. 11-12. El observador A ve que dos relámpagos inciden simultáneamente en los extremos del vagón. El observador B se mueve hacia el pulso de la derecha y lo recibe primero. Para él, el relámpago de la derecha debió producirse primero.



Respuesta 6. No, Él vería a la regla A moviéndose hacia la izquierda con $v = 0.3c$, pero de acuerdo con la fórmula de Einstein para la adición de velocidades, la regla B se moverá hacia la derecha con $v = 0.366c$.

11-7 Simultaneidad

El futuro puede anteceder al pasado

La razón física por la cual un observador piensa que una regla de un metro es menor de lo que otro observador piensa, es debida a que los eventos que son simultáneos para un observador, no lo son para el otro. (Para poder medir la longitud de una regla de un metro, uno debe medir los dos extremos simultáneamente).

Ahora se demostrará, utilizando como ejemplo un vagón cerrado en movimiento, que los eventos que son simultáneos para un observador estacionario, no lo serán para un obser-

vador dentro del vagón. Considérese el vagón, de longitud L (medida cuando está en reposo), mostrado en la Fig. 11-12. El observador B, parado en el centro del vagón, mide L para la longitud. Ahora se establecerá un método para que el observador A haga la medida cuando el vagón está en movimiento, y verifique así la contracción de Lorentz. Justamente cuando el observador B pasa por donde está A, este último ve que sobre los extremos del vagón inciden simultáneamente dos relámpagos luminosos. Entonces A obtendría el resultado $L' = \sqrt{1 - v^2/c^2}\, L$ al medir las distancias entre las marcas dejadas por los rayos en la vía.

Un resultado igualmente asombroso, es el hecho de que B dice que el relámpago luminoso de la derecha incidió primero. Tal como ve A, el hombre en el vagón se mueve hacia la luz proveniente del relámpago de la derecha y le llegará primero. Y si B recibe primero el pulso luminoso de la derecha, lo recibe primero, sin importar quién es el observador. Pero de acuerdo con B los dos rayos luminosos se encontraban a la misma distancia y si observó, con sus propios ojos, que el rayo de la derecha se produjo primero, entonces, de acuerdo con él, debió haber ocurrido primero. Un tercer observador C que parte de la misma posición pero se mueve a la izquierda, diría, de manera similar, que el rayo de la izquierda se produjo primero. De aquí se concluye que siempre que ocurran dos eventos dentro del tiempo necesario para que la luz viaje entre ellos, el orden de ocurrencia no queda definido; depende de la velocidad del observador. En tales casos, los eventos futuros pueden anteceder a los pasados con la simple selección de un observador en movimiento apropiado.

11-8 Mecánica relativista

La masa es energía, la energía es masa

Einstein observó que las leyes clásicas de la conservación del impulso y la energía no estaban de acuerdo con las ecuaciones de transformación de Lorentz. Por ejemplo, si dos cuerpos de la misma masa M_0 sufren una colisión elástica (por colisión elástica se entiende aquella en que la velocidad relativa sólo puede cambiar en dirección y no en magnitud), la cantidad $(M_0\mathbf{v}_1 + M_0\mathbf{v}_2)$ no será la misma antes que después de la colisión. (Este resultado se obtiene fácilmente de la transformación de Lorentz del sistema centro de masas al sistema de laboratorio). Por lo tanto, el impulso total clásico no

se podría conservar. Sin embargo, en este mismo cálculo la cantidad $\left(\frac{M_0}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}}\mathbf{v}_1 + \frac{M_0}{\sqrt{1 - v_2^2/c^2}}\mathbf{v}_2\right)$ no cambia su valor después de una colisión elástica. Einstein propuso que si se redefiniera el impulso como Mv, en donde

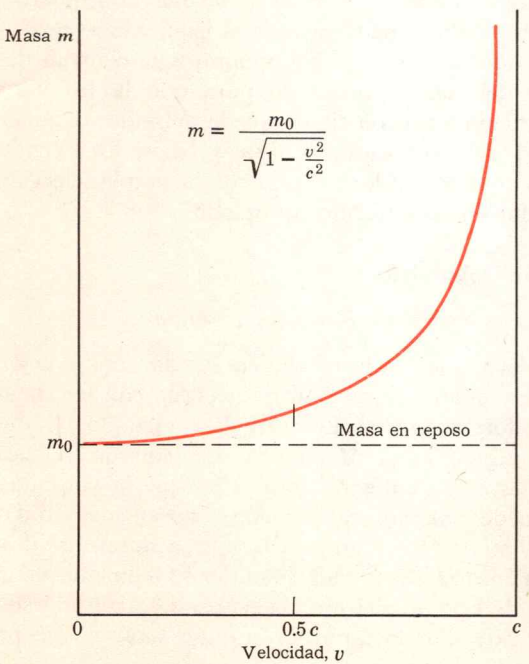
Masa relativista

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{11-10}$$

entonces el impulso se conservaría. Él propuso que esta nueva ley de conservación del impulso se cumpliría también para sistemas de partículas con masas diferentes al sufrir colisiones inelásticas. Una predicción de tan amplio alcance, debe probarse ampliamente con experimentos. Se han realizado muchas comprobaciones precisas y se piensa que las nuevas formulaciones de Einstein para la masa, la energía, la conservación del impulso y la conservación de la energía son correctas.

Una prueba experimental es la medida del impulso y la velocidad de los electrones en un sincrotrón de alta energía. La medida de la velocidad de las partículas en el acelerador de electrones de Cambridge resultó en $v = c$, dentro de la precisión de las medidas. El impulso puede medirse hasta una fracción de 1%. El resultado para la relación entre el impulso y la velocidad (definición de masa inercial) es un valor 12 mil veces mayor que la masa en reposo del electrón. Cuando estos electrones adquieren su máxima energía, son de hecho ¡6 veces más pesados que los protones! Sin embargo, los objetos macroscópicos ordinarios, tales como aeroplanos y proyectiles espaciales, tienen velocidades tan pequeñas comparadas con la de la luz, que sus masas efectivas son, para todo propósito práctico, iguales a sus masas en reposo. En la Fig. 11-13 se muestra una gráfica del aumento de la masa con la velocidad.

Fig. 11-13. La masa como función de la velocidad. Adviértase que en $v = 0.5c$, la masa sólo ha aumentado en 15.5%.



Ejemplo 8

Los electrones del sincrotrón de la Universidad de Cornell alcanzan velocidades de $v = 0.999999955c$. ¿Cuál es la masa de estos electrones?

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - (0.999999955)^2}} = \frac{M_0}{\sqrt{0.00000009}} = \frac{M_0}{3 \times 10^{-4}}$$

$$M = 3300M_0$$

Así que los electrones del acelerador de Cornell son 3300 veces más pesados que cuando están en reposo*

Frecuentemente se presenta el problema inverso: se da el aumento en la masa y se pregunta la velocidad. Para encontrar esto, se eleva al cuadrado la Ec. 11-10 y se obtiene

$$M^2 = \frac{M_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{M_0}{M}\right)^2$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{M_0}{M}\right)^2$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{M_0}{M}\right)^2} \qquad (11\text{-}11)$$

Otra consecuencia de las ecuaciones de transformación de Lorentz, es que la masa total relativista y por lo tanto la cantidad $(M_1c^2 + M_2c^2)$ permanece constante cuando interaccionan dos partículas. Einstein identificó lo anterior con la conservación de la energía y mostró que, en el límite de pequeñas velocidades, se aproxima a la fórmula clásica para la conservación de la energía. Einstein propuso que

relación de Einstein sobre la masa y la energía

$$E_T = Mc^2 \qquad (11\text{-}12)$$

sea la energía de la partícula. Se puede escribir la energía como una función explícita de la velocidad, substituyendo el segundo miembro de la Ec. 11-10. Entonces

$$E_T = \frac{M_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (11\text{-}13)$$

En realidad, esta fórmula se ve algo diferente que la fórmula clásica $E_T = 1/2\,Mv^2$. Sin embargo, en la página 305 se mostrará la conexión entre la Ec. 11-13 y la expresión clásica $1/2\,Mv^2$. Suponga que $v = 0$, entonces la Ec. 11-13 establece que la masa tiene energía

$$(E_T)_0 = M_0c^2 \qquad (11\text{-}14)$$

Einstein interpretó esto como una energía en reposo intrínseca. Él dijo que si una cantidad de masa en reposo M_0 es

Pregunta 7. ¿Qué significa el término masa: masa en reposo, masa inercial o masa gravitacional?

* Con esto no se quiere dar la impresión de que el MIT (Instituto Tecnológico de Massachusets) y Harvard son mejores que Cornell. Alrededor de 1967, Cornell debió poseer electrones casi dos veces más pesados que los electrones de Cambridge.

destruida, entonces se debe liberar una cantidad de energía M_0c^2. La transformación directa de parte de esta energía en reposo es la que explica la enorme cantidad de energía liberada en las bombas nucleares. De hecho, existe una severa restricción en cuanto a la cantidad de energía que puede obtenerse de esta manera. Como se mencionó en el capítulo 5, la ley de la conservación de las partículas pesadas establece que, en cualquier interacción, el número total de protones más neutrones debe permanecer constante. Por esta razón, no existe forma alguna para obtener 9×10^{20} ergs de energía de 1 gr de arena.

Ejemplo 9

¿Cuál es la energía contenida en 1 gr de arena? ¿Cómo se compara esta energía con las 7000 calorías producidas al quemar 1 gr de carbón?

La energía en reposo en 1 gr es

$$E_T = 1 \text{ gr} \times (3 \times 10^{10} \text{ cm/seg})^2 = 9 \times 10^{20} \text{ ergs}$$

La energía desprendida al quemar carbón es

$$7000 \text{ calorías} \times 4.18 \times 10^7 \text{ ergs/caloría} = 2.9 \times 10^{11} \text{ ergs.}$$

La energía en reposo es 3.1×10^9 veces la energía química.

Ejemplo 10

Si una tonelada de TNT libera 10^9 calorías al explotar, ¿cuánta masa debe convertirse en energía en una bomba de 1 megatón?

$$M = \frac{E_T}{c^2} = \frac{10^9 \times 4.18 \times 10^7 \text{ ergs}}{9 \times 10^{20} \text{ cm}^2/\text{seg}^2} = 4.6 \times 10^{-5} \text{ gr}$$

es lo que disminuye la masa cuando explota una tonelada de TNT. La masa que se convierte en energía en una bomba de un megatón es un millón de veces mayor, o sea 46 gr. De hecho, la masa de material fisionable que se necesita en tal bomba es de aproximadamente 1000 veces mayor. El número total de protones y neutrones en una explosión nuclear permanece constante. Para mayor discusión sobre el tema véase el capítulo 15.

La definición de energía cinética que usaremos seguirá siendo la misma: la energía cinética es energía de movimiento. La energía debida al movimiento puede obtenerse restando la energía en reposo:

$$E_C = E_T - (E_T)_0 \qquad (11\text{-}15)$$

Esta ecuación puede escribirse como una función explícita de la velocidad, utilizando las Ecs. 11-10 y 11-12

Respuesta 7. En este libro, la masa significa masa inercial y, de acuerdo con el principio de equivalencia, la masa gravitacional y la masa inercial son iguales.

$$E_C = Mc^2 - M_0c^2,$$

$$E_C = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \quad M_0c^2\right)$$

ó

$$E_C = \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} - 1\right]M_0c^2$$

Ahora se mostrará que, para velocidades pequeñas, esta función de la velocidad se aproxima a $1/2\, M_0v^2$. Por el teorema binomial*, se puede reemplazar a la cantidad $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ por $[1 + \frac{1}{2}(v^2/c^2)]$ cuando v/c es mucho menor que la unidad. Entonces

$$E_C = \left[\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) - 1\right]M_0c^2$$

$$= \tfrac{1}{2}M_0v^2$$

que es la expresión clásica familiar.

La primera confirmación experimental para la relación de Einstein entre la masa y la energía, se obtuvo comparando la energía despreciada en un decaimiento radiactivo, con la diferencia de masas entre el núcleo inicial y los productos finales. Para un ejemplo de cómo se puede comprobar en el laboratorio que $E_T = Mc^2$, considérese el caso más simple de decaimiento beta: el decaimiento beta del neutrón libre. Se observa que el neutrón libre decae en un protón, un electrón y un antineutrino (el antineutrino $\bar{\nu}$ tiene masa en reposo cero)

$$N \rightarrow P + e^- + \bar{\nu}$$

observándose un desprendimiento de energía cinética de 1.25×10^{-6} ergs. La masa en reposo del neutrón medida resulta mayor que la del protón más el electrón en 13.9×10^{-28} gr. La energía correspondiente a esta cantidad de masa será $E_T = 13.9 \times 10^{-28} \times c^2 = 1.25 \times 10^{-6}$ ergs. Esta energía, debida a la diferencia de masas, coincide con la energía cinética observada de los productos del decaimiento, que también resulta ser 1.25×10^{-6} ergs, dentro de la precisión de las medidas.

* El teorema binomial establece que $(1 + a)^n$ se puede desarrollar como

$$(1 + a)^n = 1 + na + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}a^2 + \cdots.$$

Pregunta 8. ¿Cuál es mayor, $E_C = (M - M_0)c^2$, o la cantidad clásica $1/2\, M_0v^2$?

Ejemplo 11

Cierta partícula tiene una energía cinética igual a su energía en reposo. ¿Cuál es la velocidad de la partícula?

$E_T = E_C + M_0c^2$

$Mc^2 = M_0c^2 + M_0c^2$, ya que $E_C = M_0c^2$

$$\frac{M_0}{M} = \frac{1}{2}$$

Substituyendo en la Ec. 11-11 se obtiene

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2}c = 0.866\,c$$

Ejemplo 12

El Bevatrón, un acelerador de protones, le comunica a los protones una energía de 10^{-2} ergs. ¿Por qué factor aumenta la masa de tales protones? La masa en reposo de los protones es de 1.67×10^{-24} gr.

Primero, calculemos la masa en reposo de un protón

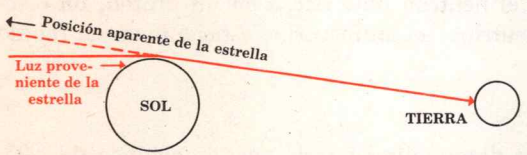
$$M_0c^2 = 1.67 \times 10^{-24} \times (3 \times 10^{10})^2 = 1.5 \times 10^{-3} \text{ ergs}$$

$$\frac{M}{M_0} = \frac{M_0c^2}{M_0c^2} = \frac{\text{KE} + M_0c^2}{M_0c^2} = \frac{10^{-2} + 1.5 \times 10^{-3}}{1.5 \times 10^{-3}} = 7.68$$

De aquí se ve que la masa de los protones del Bevatrón es 7.68 veces la masa de los protones ordinarios.

Para finalizar, notamos que cualquier forma de energía debe tener una masa correspondiente $M = E_T/c^2$. Por ejemplo las ondas luminosas, que tienen masa en reposo igual con cero, deben tener una masa E_T/c^2, en donde E_T es la energía de la luz. La masa de la luz podría medirse, en principio, atrapándola en una caja con paredes perfectamente reflectoras. Entonces la caja pesaría más cuando la luz estuviera en su interior. Sin embargo, la diferencia es demasiado pequeña como para ser medida, aun con los instrumentos más precisos. Pero existe un efecto debido a la masa de la luz, que se ha medido. Si las ondas luminosas tienen masa, deben ser atraídas por el Sol debido a la gravedad. La curvatura de la luz en torno al Sol, da lugar a un corrimiento observable en la posición aparente de las estrellas, cuando éstas se observan en las proximidades del Sol (ver Fig. 11-14). Se requiere que se produzca un eclipse para poder observar a las estrellas en esta posición tan cercana a la orilla del Sol. Como se discu-

Fig. 11-14. Deflexión de la luz en el campo gravitacional del Sol.



Respuesta 8. La cantidad clásica es más pequeña. Esto se ve fácilmente en el límite cuando v se aproxima a c. En este caso la E_C relativista se aproxima al infinito en tanto que $1/2\ M_0v^2$ se aproxima a $1/2\ M_0v^2$.

tirá en la siguiente sección, la masa inercial de la luz es un efecto de la relatividad especial, pero la fuerza gravitacional sobre ella, es un efecto de la relatividad general.

11-9 Relatividad general

Gravedad relativista

Lo que hasta ahora se ha llamado teoría de la relatividad de Einstein, se conoce también con el nombre de la relatividad especial, con objeto de distinguirla de la teoría de la relatividad general, cuya primera parte fue desarrollada por Einstein en 1911, seis años después de la teoría de la relatividad especial. En realidad la teoría de la relatividad general es una teoría relativista moderna de la gravitación.

En la teoría de la gravitación de Newton, la fuerza $F = GM_1, M_2/r^2$ actúa instantáneamente. El hecho de que una fuerza pueda actuar instantáneamente significa que una señal, o energía, puede transmitirse instantáneamente. Esto viola una de las proposiciones básicas de la relatividad, a saber, que ninguna forma de energía, ni siquiera una señal, puede viajar con una velocidad mayor que la de la luz. Así Einstein atacó el problema de encontrar una teoría relativista de la gravitación. Él estaba decidido a que la nueva teoría cumpliera con el principio de relatividad y que automáticamente diera el resultado de que la masa gravitacional siempre es equivalente a la masa inercial. Su determinación lo condujo a postular lo que se conoce como el principio de equivalencia. Este principio establece que el estar colocado en un campo gravitacional, es equivalente a encontrarse en un sistema de referencia acelerado. Por ejemplo, un pasajero en un cohete que despega y se acelera hacia arriba, tiene la impresión de que la gravedad ha aumentado repentinamente. Si un cohete se eleva con una aceleración $a = 2g$, respecto de la Tierra, los pasajeros y todo lo que está dentro del proyectil, tendrían el triple de su peso normal. Esta fuerza "seudogravitacional" es exactamente proporcional a la masa inercial. Ningún experimento físico realizado en el interior del cohete, podría indicar a sus ocupantes si la fuerza gravitacional terrestre aumentó súbitamente por un factor de 3, o si el cohete se está acelerando con respecto a la Tierra.

En la teoría general de la relatividad, Einstein incorporó matemáticamente el principio de equivalencia, utilizando una

Pregunta 9. Si un pulso luminoso tiene una energía de 3 ergs, ¿cuál es su masa expresada en gramos?

forma de matemáticas que está fuera del alcance de este libro. En esta descripción matemática, una masa cualquiera "distorsiona" la región del espacio que la rodea, de tal manera que todos los cuerpos que pueden moverse libremente, seguirán las mismas trayectorias curvas que rodean a la masa que produce la distorsión. Las ecuaciones de Einstein relacionan la magnitud de la curvatura, con la intensidad (o masa) de la fuente.

Clásicamente se diría que cualquier objeto que se mueve siguiendo una trayectoria curva, está siendo acelerado y se encuentra bajo la influencia de alguna fuerza. Es esta aceleración, que en la teoría general de la relatividad es una propiedad del espacio, la que explica el fenómeno de la gravitación. Puesto que el espacio mismo está "distorsionando", el efecto sobre todas las masas inerciales será el mismo, y automáticamente se satisface el principio de equivalencia.

Una consecuencia de esta teoría, es la pérdida de energía de la luz al superar la atracción gravitacional que la masa de un cuerpo ejerce sobre la masa inercial de la luz. Como se verá en el capítulo 12, cuando la luz pierde energía, su longitud de onda aumenta. Este efecto se conoce como corrimiento gravitacional hacia el rojo; este desplazamiento se observa en las líneas espectrales del Sol y de las estrellas pesadas. Por lo tanto, la marcha de un reloj atómico situado en la superficie del Sol, es más lenta que la del mismo reloj situado sobre la Tierra. Como era de esperarse, la teoría general de la relatividad predice que la marcha de todos los relojes se retardará en presencia de un campo gravitatorio. De hecho, si en la Tierra se tienen dos relojes idénticos, separados una altura de 1 metro, el reloj inferior marchará más lentamente, en alrededor de una parte en 10^{16}. En 1960 se establecieron por primera vez patrones de frecuencia con esta precisión, utilizando los fotones emitidos por núcleos radiactivos incrustados en un cristal (ver capítulo 15). El fenómeno que da origen o frecuencias tan exactas se llama efecto Mossbauer.

Hasta ahora ha sido difícil comprobar experimentalmente la relatividad general. Sin embargo, con estos nuevos patrones de frecuencia, finalmente se ha demostrado en pruebas de laboratorio, que la gravedad retrasa el tiempo. Los primeros experimentos de este tipo se llevaron a cabo en 1960, en una torre de 21.34 m de la universidad de Harvard.

Los únicos experimentos, aparte de éste, que tienden a confirmar la relatividad general, se llevaron a cabo hace algu-

Respuesta 9.

La masa es $M = \frac{E_T}{c^2} = \frac{3}{3 \times 10^{10}} = 10^{-10}$ gr.

nas décadas. Ellos son: la deflexión de los rayos de la luz estelar alrededor del Sol (ver Fig. 11-14), el desplazamiento hacia el rojo en el espectro de las estrellas pesadas y el avance del perihelio de Mercurio. La precisión en estos resultados experimentales, es tal que no se pueden tomar como una comprobación adecuada de la relatividad general. Por otra parte, la relatividad especial está bien verificada.

11-10 Principio de Mach

¿Es absoluta la aceleración?

Ya se ha aprendido que no existe la velocidad absoluta. Por otra parte, la aceleración es absoluta, aun de acuerdo con la moderna teoría de la relatividad. La aceleración absoluta se puede medir con un instrumento llamado acelerómetro. Como un acelerómetro sencillo, se puede emplear una masa sujeta al extremo de un resorte. Si se conoce la constante del resorte y la masa, el valor de la aceleración se puede determinar a partir del estiramiento del resorte. Considérense diferentes observadores, cada uno acelerado con respecto a los demás. Dentro del número infinito de posibles aceleraciones relativas, habrá un sistema particular de referencia para el cual el valor medido de la aceleración sea cero. Tal sistema de referencia se denomina sistema inercial. Newton mismo aclaró que sus leyes sólo eran válidas en sistemas de referencia inerciales. Definió a un sistema inercial como aquél que no está acelerado respecto de las estrellas "fijas".

Este concepto de un sistema inercial absoluto molestó a algunos filósofos, como a Ernst Mach. Éste propuso que, en un sentido general, la aceleración no es absoluta, sino que está determinada por la configuración de toda la masa del Universo. De acuerdo con el principio de Mach, si la distribución de masa del Universo se altera súbitamente, también lo harán los valores de las aceleraciones locales y lo que actualmente es un sistema inercial, podría dejar de serlo. Mach propuso que el valor de la masa inercial de cualquier objeto, está determinado por la masa restante contenida en el Universo. Una teoría compatible con el principio de Mach, es que la masa inercial de un objeto único, situado en un Universo, sin masa, valdría cero. En este caso, todos los sistemas de referencia serían sistemas inerciales.

En el libro *Unidad del Universo,* de D. Sciama, se presenta una teoría específica que incorpora el principio de

Pregunta 10. ¿Piensa Ud. que una carga acelerada producirá un campo eléctrico proporcional a $1/r$, adicional al campo usual que varía inversamente con $1/r^2$?

Mach. Se hace uso del hecho, obtenido de la relatividad general, de que una masa acelerada produce un campo gravitacional proporcional a $1/r$, adicional al campo usual que varía inversamente con r^2. Una fórmula aproximada para la fuerza que varía con $1/r$ entre dos masas aceleradas es $F_G \approx G\frac{Mma}{c^2 r}$ en donde a es la aceleración relativa. Si se viaja junto con la masa acelerada m todas las galaxias del Universo tienen entonces aceleraciones en la dirección opuesta. La fuerza gravitacional neta sobre m sería

$$F_G \approx \sum G\left(\frac{ma}{c^2}\right)\left(\frac{M_i}{r_i}\right)$$

donde la suma debe hacerse sobre todas las galaxias M_i, situadas a las distancias r_i. Suponiendo una densidad media D de materia en el Universo y un radio máximo R se puede obtener*

$$F_G \approx \frac{GDR^2}{c^2} ma$$

La proposición es que esta fuerza gravitacional explica completamente la masa inercial. Entonces, F_G debe tener el valor ma. Vemos que esto es posible si $GDR^2/c^2 = 1$. De estos tres números, sólo se conoce con precisión G. Se estima que la densidad media de la materia en el Universo es $D \approx 10^{-28}$ gr/cm^3, pero bien pudiera ser 10 veces mayor o menor. Como se discute en la siguiente sección, el radio efectivo del Universo es $R \approx 10\,000$ millones de años luz o $R/c \approx 3 \times 10^{17}$ seg:

$$GD\left(\frac{R}{c}\right)^2 = (6.7 \times 10^{-8})(10^{-28})(3 \times 10^{17})^2 = 0.6 \approx 1$$

De aquí se ve que dentro de la precisión experimental, esta teoría pasa la prueba. La teoría da una explicación

* El volumen de las capas concéntricas de la i(ésima), es: $4\pi r_i^2\,\Delta r_i$ y su masa es $M_i = 4\pi D r_i^2\,\Delta r_i$. Por consiguiente la suma será

$$F_G \approx G\frac{ma}{c^2}\sum\frac{(4\pi D r_i^2\,\Delta r_i)}{r_i}$$

$$= 4\pi\frac{GDma}{c^2}\,\Sigma\, r_i\,\Delta r_i$$

Ahora

$$\Sigma\,\Delta r_i = R \qquad \text{y} \qquad \Sigma\, r_i\,\Delta r_i = \bar{r}\cdot R = \left(\frac{R}{2}\right)\cdot R$$

Por tanto

$$F_G \approx 2\pi\frac{GDmaR^2}{c^2}$$

Respuesta 10. Sí. Este campo proporcional a $1/r$ es el campo de radiación.

física de la masa inercial y además dice qué cantidad de masa inercial se le debe asignar a una cantidad dada de materia En otras palabras, la teoría requiere que $G = c^2/DR^2$. (Recuérdese que G es una medida de la relación entre las masas inercial y gravitacional.) De aquí se ve que, en esta teoría, G ya no es una constante física independiente, sino que se deriva de otras constantes físicas "más básicas".

El punto de vista aquí expresado consiste en pensar que su cabeza es el centro del Universo y que siempre está en reposo. Siempre que golpee su cabeza contra una pared, las galaxias distantes se habrán acelerado repentinamente y ejercerán una potente fuerza gravitacional sobre su cabeza. Para poder mantener a ésta "en reposo", la pared debe ejercer una fuerza de contacto igual y opuesta. Así, la próxima vez que se golpee la cabeza o un dedo, puede culpar de ello a las galaxias lejanas.

Terminamos esta sección resaltando el hecho de que en el presente todo es controversia. El mismo principio de Mach no tiene aceptación universal entre los físicos.

11-11 Cosmología

Creación, ¿súbita o continua?

Los problemas planteados por el principio de equivalencia, la relatividad general y el principio de Mach, están en íntima relación con las preguntas acerca del origen, dimensiones y estructura del Universo. ¿Es el Universo finito o infinito?; ¿cuán antiguos son nuestro sistema solar y nuestra galaxia?; ¿cómo se formaron?; ¿cuántas otras galaxias existen y cómo están distribuidas?; ¿de dónde provienen?; ¿cómo era el Universo antes de la formación de otras galaxias? La rama de la Física que se ocupa de estas preguntas fundamentales recibe el nombre de Cosmología y es un campo que cambia con gran rapidez. Por ejemplo, en los últimos 10 años, la edad de nuestra galaxia ha "aumentado" no en 10 años, sino en unos 10 000 millones de años. El mejor cálculo actual de la edad de nuestra galaxia, la Vía Láctea, es casi de 20 000 millones de años, mientras que la edad de la Tierra es de 4,500 millones de años.

Las teorías actuales, referentes al origen y dimensiones del Universo, se encuentran en un estado de continuo cambio. Las teorías que compiten no tienen una base experimental sólida. Sin embargo, cosmólogos expertos piensan que, como

Fig. 11-15. La gran Nebulosa de Andrómeda, a una distancia de alrededor de dos millones de años luz, es la galaxia más cercana a nosotros y es similar a la Vía Láctea. (Instituto Tecnológico de California).

el conocimiento de estas materias avanza tan rápido, en los próximos 10 años más o menos, los nuevos descubrimientos pueden conformar razonablemente alguna teoría y desechar las restantes.

Lo que queda de esta sección, se empleará principalmente para pasar revista a la situación experimental. El telescopio de 5.08 m de Monte Palomar, puede captar aproximadamente 10 mil millones de galaxias, distribuidas uniformemente en el espacio, hasta una distancia de unos 8 mil millones de años luz, distancia desde la cual los rayos luminosos llegan demasiado débiles para ser detectados. Nuestra galaxia, cuyo diámetro mide aproximadamente 60 mil años luz, contiene alrededor de 100 000 millones de estrellas una de las cuales es nuestro Sol. La galaxia vecina más cercana, la Nebulosa de Andrómeda, tiene una estructura y dimensiones semejantes a las de nuestra propia galaxia.

El reciente conocimiento detallado de las reacciones termonucleares permite calcular la edad de ciertas estrellas; nuestra galaxia se formó hace aproximadamente 20 mil millones de años, aun cuando se siguen formando estrellas en su interior (algunas sólo tienen un millón de años de edad). La fuerza de atracción gravitacional suministra el mecanismo necesario para que las pequeñas partículas de materia se reúnan y formen estrellas.

Los procesos que se llevan a cabo en el corazón de las estrellas y los patrones de evolución estelar observados por los astrónomos, se entienden bastante bien en la actualidad, en términos de la física nuclear.

Además de las galaxias, existen objetos recientemente descubiertos llamados cuásares. Aunque los cuásares parecen más bien estrellas que galaxias en un telescopio, son de 10 a 100 veces más brillantes que las galaxias típicas a la misma distancia. Además, algunos de ellos emiten grandes cantidades de energía en radiofrecuencia, comparada con otras estrellas o galaxias. Se han descubierto muchos de ellos primero mediante radiotelescopios y después confirmados por telescopios ópticos. Al escribir este libro, la física de los cuásares no ha sido entendida. Tal vez contribuyen algunos efectos extremos de la relatividad general, o tal vez existen nuevas y aún no descubiertas, leyes de la Física para ellos.

Quizás el hecho experimental más significativo, es la observación de que todas las galaxias se alejan entre sí con velocidades proporcionales a su separación. La constante de

Pregunta 11. ¿Cuál sería el corrimiento de la longitud de onda de la luz de un cuásar que se aleja con $v = c$?

proporcionalidad es tal que las galaxias apenas visibles, a distancias de 5 mil millones de años luz, se apartan con una velocidad casi igual a la mitad de la velocidad de la luz. La velocidad de receso se determina a partir del desplazamiento en la longitud de onda de la luz emitida por estas galaxias. Cuando una fuente luminosa se aleja, la longitud de onda de su luz aumenta (esto se conoce como corrimiento hacia el rojo, o desplazamiento Doppler). El mayor corrimiento en la longitud de onda observado hasta ahora, es una longitud de onda que es 3 veces su valor original y se observó para un cuásar distante. De la fórmula para el corrimiento Doppler se concluye que este cuásar se aleja de nosotros con una rapidez $v = 0.8c$.

Si se calculara lo que ocurrió en el pasado, se llegaría a la conclusión de que todas las galaxias del Universo estaban acumuladas en nuestra región del espacio hace 10 ó 15 mil millones de años. De hecho, una de las principales teorías cosmológicas propone que hace 10 ó 15 mil millones de años, toda la materia del Universo estaba concentrada con la misma densidad que la de un núcleo atómico. En aquel entonces, todas las galaxias visibles pudieron estar contenidas en una esfera de diámetro menor que el de la órbita de Júpiter. Después de esta "misteriosa" creación, las leyes ordinarias de la Física entraron en vigor, dando lugar a una gigantesca explosión del núcleo primordial. Por consiguiente, las galaxias que se alejan equivalen a las esquirlas y trozos de una granada de mano que ha explotado. Esta explicación del Universo en expansión recibe el nombre de teoría del "gran estallido" ("big-bang" theory). Una versión, quizá más aceptable de este enfoque, es la teoría del Universo en pulsación. En esta teoría, las galaxias disminuyen su velocidad e invierten la expansión, hasta que se colapsan, lo cual hace que se repita entonces el "gran estallido".

Su principal competidora es la teoría del estado estacionario, que supone un principio de uniformidad generalizado. Este principio establece que la apariencia del Universo debe ser la misma, sin importar el lugar del espacio desde donde se aprecia. Esto ha tenido ciertas dificultades con las observaciones recientes. El principio de uniformidad también establece que el Universo conserva el mismo aspecto desde cualquier posición en el tiempo; es decir, que siempre ha sido igual en el pasado y será igual en el futuro. En esta teoría, el principio de uniformidad se satisface al suponer que se está

Respuesta 11. En este caso, todas las longitudes de onda serían infinitas y no se vería nada.

creando materia continuamente, con la misma rapidez con que la densidad de la materia disminuye, a causa de la expansión del Universo. La rapidez de expansión es tal que la densidad total de la materia permanecerá constante, si se produce espontáneamente un neutrón (o un átomo de hidrógeno) cada año, en un volumen de 10^{15} cm^3, o sea un kilómetro cúbico. Se podría objetar que la producción espontánea de neutrones quebrantaría las leyes de conservación de la energía, conservación del impulso y conservación de partículas pesadas. Sin embargo, se trata de una violación extremadamente endeble de estas "leyes de conservación". En el capítulo 16 se verá que existen otras leyes de conservación que son violadas en interacciones que no son tan débiles.

La teoría del estado estacionario hace predicciones específicas que pueden someterse a comprobación. Por ejemplo, una predicción es que la distribución de edades de las galaxias debería ser uniforme, no sólo para las galaxias cercanas sino también para las más alejadas. Otra predicción consiste en que las reacciones termonucleares en estrellas ordinarias deben ser capaces de producir elementos pesados, tales como el uranio, a partir de lo que originalmente era hidrógeno. Hasta ahora, no se han encontrado contradicciones claras contra estas predicciones, pero el tiempo tiene la última palabra. En los próximos años, se espera que se examinen algunas predicciones más. Si la teoría del estado estacionario puede resistir todas las comprobaciones, se puede esperar que quizá tenga una amplia aceptación en los próximos diez años. Por otra parte, si ésta, o cualquiera otra teoría, falla decisivamente en una sola prueba, significará su final.

APENDICE 11-1
Derivación de las ecuaciones de transformación de Lorentz

El propósito de este apéndice es derivar las ecuaciones de transformación de Lorentz, partiendo del principio de relatividad y de la invariancia de la velocidad de la luz. Este trabajo está parcialmente hecho si se hace uso de la derivación para la dilatación del tiempo (Ec. 11-8) de la Pág. 295. Se empezará con la forma general

$$x' = Ax + Bt \qquad (11\text{-}16)$$

$$t' = Et + Fx \qquad (11\text{-}17)$$

El problema consiste en determinar los coeficientes A, B, E y F, que pueden ser funciones de la velocidad relativa v de los sistemas de referencia con prima y sin prima. Refirámonos arbitrariamente al sistema sin prima como el sistema en reposo y al otro sistema como el sistema en movimiento. Para un reloj estacionario, colocado en $x = 0$, la Ec. 11-17 resulta en $t' = Et$. Pero se ha mostrado ya

en la Ec. 11-8, que el observador en movimiento obtendría $t = \gamma t$, en donde se define $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$. La solución es:

$$E = \gamma$$

Si el observador en movimiento se mueve hacia la izquierda con velocidad v, medirá la posición del reloj en $x' = vt'$. Al substituir esto en la Ec. 11-16 y haciendo $x = 0$, se obtiene

$$(vt') = 0 + Bt$$

ó

$$B = v\frac{t'}{t}$$

ó

$$B = v\gamma$$

es la solución para B.

Para determinar A, se coloca al reloj en el origen del observador móvil (ahora $x' = 0$) e invocamos el principio de relatividad diciendo que el observador estacionario ve el reloj moviéndose hacia la izquierda con la misma velocidad v; esto es, $x = -vt$. Ahora substitúyanse estas cantidades en la Ec. 11-16:

$$(0) = A(-vt) + Bt$$

ó

$$A = \frac{B}{v}$$

Substituyendo $B = (\gamma v)$ se obtiene la solución

$$A = \gamma$$

Las ecuaciones 11-16 y 11-17 toman ahora la forma

$$x' = \gamma x + \gamma vt \qquad (11\text{-}18)$$

$$t' = \gamma t + Fx \qquad (11\text{-}19)$$

Para obtener el coeficiente final F, se hace uso de la invariabilidad de la velocidad de la luz. Dejemos que un pulso luminoso parta del origen en $t = 0$. Entonces los dos observadores lo verán alejarse con velocidad c; esto es $x = ct$ y $x' = ct'$. Así substituyendo estos valores en las Ecs. 11-18 y 11-19:

$$ct' = \gamma(ct) + \gamma vt$$

$$t' = \gamma t + F(ct)$$

Dividiendo la primera ecuación entre la segunda se obtiene

$$c = \frac{\gamma c + \gamma v}{\gamma + cF}$$

y resolviendo para F se obtiene

$$F = \frac{\gamma v}{c^2}$$

Si se substituye este resultado en la Ec. 11-19 y se recuerda que $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, se obtiene el resultado final.

Referencias

James H. Smith, "Introduction to Special Relativity", W. A. Benjamin, Nueva York, N. Y.

D. W. Sciama, "The Unity of the Universe", Anchor Books, Garden City, Nueva York.

Problemas

1. A un protón, con energía en reposo de 938 Mev, se le comunica una energía cinética de 47 Mev. ¿En qué porcentaje aumenta su masa?

2. El hecho de que las galaxias se alejan de nosotros parece inconsistente con el principio de uniformidad generalizada. ¿Cómo resuelve esta inconsistencia la teoría cosmológica de Gold, Bondi y Hoyle?

3. ¿Por qué factor aumenta la densidad de un objeto cuando éste se mueve con velocidad v? (Las distancias perpendiculares a la dirección del movimiento no se contraen.)

4. ¿La deflexión de la luz en las proximidades del Sol, hace que las estrellas parezcan alejarse o acercarse a él?

5. ¿Un reloj colocado en la cima de una montaña caminará más rápido o más lento que otro reloj en la base de la montaña?

6. Considere un satélite terrestre, en una órbita situada 161 km por encima de la superficie de la Tierra. ¿Marchará más rápido o más lento un reloj colocado en este satélite, con respecto a un reloj estacionario colocado a la misma altura?

7. Derive una fórmula para la velocidad, en términos de P, E_T y c. La fórmula debe ser correcta relativísticamente. P es el impulso y E_T es la energía total (incluyendo la masa en reposo).

8. ¿Cuántos microgramos irradia un foco luminoso de 100 watts en un año?

9. La velocidad de un objeto es tal que su masa aumenta en un 10%.

a) ¿Por qué fracción decrece su longitud en el sentido del movimiento?

b) Si su energía en reposo es $(E_T)_0$, ¿cuál será su energía cinética?

10. La energía en reposo de un protón es de 938 Mev. Considere un protón en movimiento con una velocidad de la mitad de la luz.

a) ¿Cuál será su energía cinética expresada en Mev, de acuerdo con la mecánica clásica?

b) ¿Cuál será su energía cinética expresada en Mev, de acuerdo con la mecánica relativista?

11. El flujo de energía del Sol a la Tierra es de 2 calorías/cm²/min. ¿Cuánta masa del Sol, expresada en gramos alcanza a la Tierra cada año? ¿Podría pensarse que la Tierra se esta volviendo más pesada?

12. Un electrón cuya energía en reposo es de 0.5 Mev tiene una energía cinética de 1 Mev. ¿Cuál es la relación entre sus masas inercial y en reposo?

13. Suponga que fuese posible construir un motor de cohete, que proporcionara una aceleración continua de $2g$ (medida por los pasajeros) a una nave espacial durante un año. La fórmula relativista, correspondiente a la expresión clásica $v = at$, es

$$v = \frac{at}{\sqrt{1 + \frac{a^2t^2}{c^2}}}$$

¿Cuál sería el factor de dilatación del tiempo para los pasajeros al finalizar un año?

14. Para un observador en reposo con respecto a la partícula A, ésta parece decaer y emitir una partícula B hacia la derecha con velocidad $v = 0.5c$. Suponga que este mismo evento se observa cuando la partícula A se mueve hacia la derecha con velocidad $v_A = 0.4c$. ¿Cuál será entonces la velocidad medida para B? (El observador ve a la partícula A moviéndose hacia la derecha al decaer.)

15. ¿Qué masa de material fisionable se necesita para una bomba nuclear de 20 kilotones?

16. La energía cinética de un pión es de 35 Mev. ¿Por qué factor se ha aumentado su vida media? La energía en reposo del pión es igual a 140 Mev.

17. La fórmula relativista para el impulso es $P = Mv$. Utilizando la Ec. 11-11, demuestre que $c^2P^2 = (E_T)^2 - (M_0c^2)^2$.

18. La energía en reposo del mesón K es 495 Mev. Considérese un haz de mesones K de 330 Mev (cada mesón K tiene una energía cinética de 330 Mev.)

a) ¿Cuál es la energía total de cada mesón K?
b) ¿Cuál es su masa en reposo, expresada en gramos?
c) ¿Cuál es su velocidad?
d) ¿Cuál es la relación M/M_0 para estos mesones?
e) Si la vida media de los mesones K (cuando están en reposo) es 1.0×10^{-8} seg, ¿cuál será la vida media observada para los mesones del haz?

19. Considérese un haz de piones viajando con la misma velocidad. Se observa que la vida media de éstos es 67% mayor que cuando se encuentran en reposo. Esto es $T'/T = 5/3$. La energía en reposo de los piones es 140 Mev.

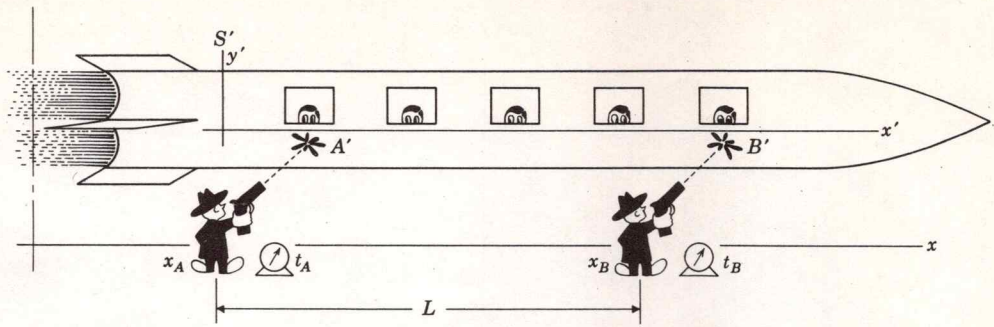
a) ¿Cuál es la energía cinética de cada uno de estos piones?
b) ¿Cuál es su velocidad?
c) ¿Cuál es la relación entre las masas de un pión del haz a un pión en reposo?
d) ¿Cuánto es P/M_0C para cada pión del haz? (P es el impulso y M_0 es la masa en reposo).

20. Un corrimiento de franja completo es el experimento de Michelson y Morley corresponde a una diferencia de camino de 4×10^{-5} cm. ¿Qué corrimiento de franja se observaría para un interferómetro cuyos brazos miden 10 metros, cuando la velocidad de arrastre del éter es $v = 29$ km/seg y el aparato ha girado 90°?

21. ¿Qué cantidad es mayor para una partícula de masa en reposo M_0 y velocidad v: $1/2\ M_0v^2$, $1/2\ Mv^2$, o su energía cinética?

22. El cohete S' se mueve con velocidad $v = 0.6c$ en la dirección $+x$, con respecto al eje x mostrado en la figura. Dos pistolas de agua (cargada con tinta) se encuentran a una distancia $L = 5$ m entre sí. Las pistolas se disparan simultáneamente, según los relojes A y B localizados en x_A y x_B. Las gotas de tinta de las pistolas A y B inciden las ventanas anterior y posterior de S', A' y B', respectivamente. Los observadores en la Tierra dicen entonces que la distancia entre las ventanas A' y B' es de 5 metros.

Prob. 22



a) ¿Cuál es la distancia entre las ventanas A' y B', medida por los observadores de la nave espacial? (los cuales utilizan reglas comunes de un metro).

b) Los observadores de la nave espacial S' tienen relojes sincronizados en ella. Los observadores A' y B' notarán, en base a sus medidas de tiempo, que

B disparó antes que A.

ó A y B dispararon simultáneamente.

ó A disparó antes que B (naturalmente que ellos hacen la corrección para el tiempo que le lleva a la luz viajar a lo largo de la nave).

c) Los observadores en S' proceden a medir la separación entre las pistolas de agua A y B. ¿Cuál es la distancia entre A y B medida por los observadores en el cohete S'?

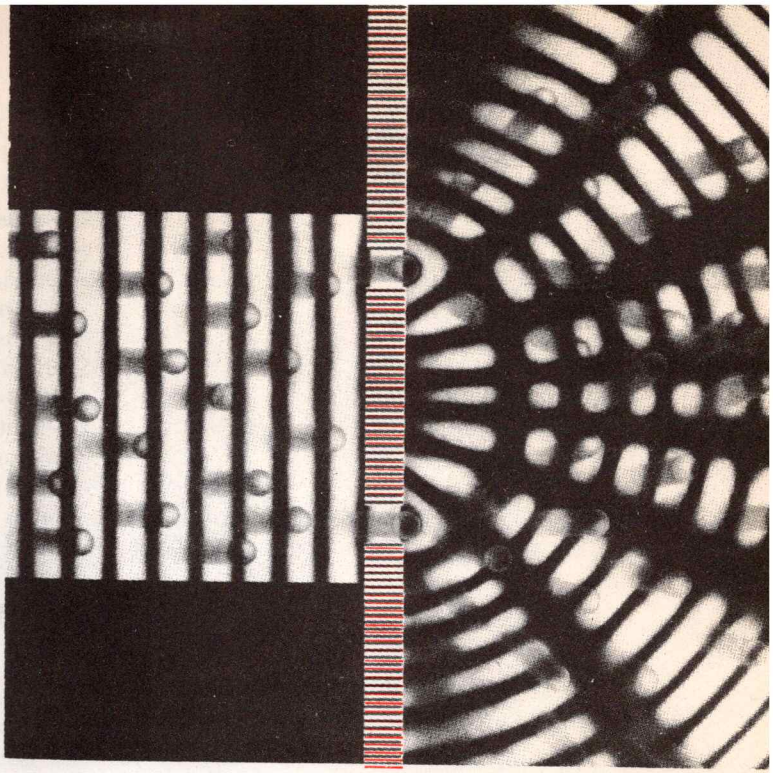
23. Suponga que el Universo es una esfera finita de radio R y con densidad media de 10^{-29} gr/cm^3. ¿Cuál es la velocidad de escape de esta esfera? (Es interesante advertir que la respuesta a este problema resulta ser muy cercana a la velocidad de receso observada para las galaxias a una distancia R.)

24. Si una fuente de luz de frecuencia f se mueve con una velocidad v alejándose de un observador estacionario, se puede probar que el observador medirá una frecuencia interior f' corrida hacia el rojo, dada por la ecuación

$$f' = \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} f$$

a) Si el observador se mueve alejándose de una fuente estacionaria, con velocidad v, ¿cuál será en este caso la expresión para f'?

b) Si la fuente de luz se mueve hacia el observador con velocidad v, ¿cuál será en este caso la ecuación para f'? (Siempre hay que considerar que v es una cantidad positiva.)



Teoría cuántica

Capítulo 12

Teoría cuántica

12-1 Resumen de la Física clásica

Hoy moderna, mañana clásica

Hasta ahora, en nuestro estudio no ha aparecido la constante $h = 6.62 \times 10^{-27}$ ergs/seg (Constante de Planck). En realidad esta constante aparece en gran parte de la Física. La única razón por la cual se ha podido evitar esta constante es que fue descubierta hasta 1900 por Max Planck y hasta ahora sólo se ha presentado la Física principalmente como era antes de 1900. Esta es la llamada Física clásica.

Antes de introducir los conceptos radicalmente nuevos de la teoría cuántica, detengámonos y veamos los logros y posibles fallas de la Física clásica. Con las leyes de Newton se explica la caída de los cuerpos, los proyectiles, los satélites de la Tierra, el movimiento de los planetas y otros movimientos macroscópicos. La mecánica de Newton también establece la conservación de la energía, del impulso y del impulso angular.

De la química del siglo XIX hemos aprendido que la materia está hecha de átomos y moléculas. Esto, combinado con las leyes de Newton explica el gran misterio del calor, lo cual hemos llamado la teoría cinética del calor.

Los "extraños" fenómenos eléctricos y magnéticos se explicaron mediante el concepto de carga y las leyes de la electricidad que se descubrieron hace un siglo y que describen las "extrañas" interacciones de cargas en reposo y en movimiento. Estas leyes de la electricidad se llaman las ecuaciones de Maxwell. El punto culminante de la física clásica se alcanzó aproximadamente en 1870, cuando Maxwell derivó la teoría de la luz como una consecuencia matemática de las ecuaciones de Maxwell. Esto, por supuesto condujo a la dificultad de explicar el éter y el problema de por qué no se mostraron sus efectos en el experimento de Michelson y Morley. La explicación fue dada por Einstein en 1905 cuando revisó los conceptos fundamentales de espacio y tiempo. En primera instancia, la teoría de la relatividad puede parecer conmocionante y violatoria del "sentido común". Sin embargo, para los estudiantes de Física existe reservada otra conmoción aún mayor al encontrarse con la dualidad onda-partícula de la teoría cuántica.

En 1890 fueron descubiertos el electrón y el efecto fotoeléctrico, el cual se discutirá en la sección 12-2. Para 1910, E. Rutherford había descubierto que en un átomo todas las cargas positivas deberían estar concentradas en un núcleo

pequeño y pesado. Él demostró esto en forma definitiva, bombardeando hojas delgadas del metal con partículas α (núcleos de helio), con el resultado de que un pequeño, pero significativo número de ellas rebotaban perdiendo muy poca energía. El número de partículas α dispersadas hacia atrás determinaron que la carga de los centros dispersores (núcleos atómicos) era igual al número atómico del elemento en cuestión multiplicado por la carga electrónica e. Como se muestra en el ejemplo 1, la energía de las partículas α dispersadas determina que aproximadamente toda la masa del átomo blanco está concentrada en su núcleo.

Ejemplo 1

Se ha observado que cuando partículas α de 5 mevs chocan frontalmente contra núcleos de cobre, rebotan hacia atrás con energía de 3.9 mevs. Calcule la relación entre las masas del núcleo de cobre y la partícula α.

Sean m y M las masas de la partícula α y del núcleo de cobre respectivamente. Sea v la velocidad inicial y v' la velocidad final de m y sea V la velocidad final de M. (Ver Fig. 12-1.) Aplicando la conservación de la energía y del impulso lineal es posible obtener dos ecuaciones simultáneas que involucren estas cantidades. De acuerdo con la conservación de la energía, la energía comunicada al núcleo de cobre es

$$\tfrac{1}{2}MV^2 = \tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv'^2$$

ó

$$V^2 = \frac{m}{M}(v^2 - v'^2)$$

Puesto que v' y V tienen direcciones opuestas, el impulso total final es $(MV - mv')$. De acuerdo con la conservación del impulso, esta cantidad deberá ser igual al impulso total que es mv. Entonces

$$(MV - mv') = mv$$

Resolviendo esta ecuación para V se obtiene

$$V = \frac{m}{M}(v + v') \tag{12-2}$$

Elevando al cuadrado el segundo miembro de esta ecuación e igualándolo al segundo miembro de la Ec. 12-1, resulta

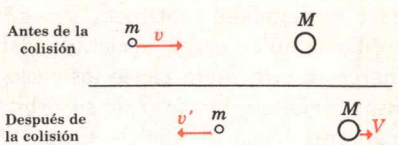
$$\left(\frac{m}{M}\right)^2(v + v')^2 = \frac{m}{M}(v + v')(v - v')$$

ó

$$\frac{m}{M} = \frac{v - v'}{v + v'},$$

$$\frac{m}{M} = \frac{1 - \dfrac{v'}{v}}{1 + \dfrac{v'}{v}}$$

Fig. 12-1. Colisión frontal entre una partícula α (masa m) y un núcleo atómico de masa M.



Pregunta 1. ¿Qué tipo de fuerza da lugar a la dispersión de partículas observadas por Rutherford?

Puesto que la relación v'/v es la raíz cuadrada de la relación de las energías cinéticas final a inicial se tiene

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{3.9 \text{ Mev}}{5 \text{ Mev}}} = 0.882$$

Por lo tanto

$$\frac{m}{M} = \frac{1 - 0.882}{1.882} = 0.0625$$

ó

$$M = 16\,\text{m}$$

Lo cual indica que la masa del núcleo de cobre será 16 veces la de la partícula α o núcleo de helio. Esta cantidad concuerda con los pesos atómicos conocidos, que son 64 para el cobre y 4 para el helio.

Los físicos encontraban imposible visualizar una estructura atómica estable que fuera compatible con las ecuaciones de Maxwell y los experimentos de Rutherford. Pensaban que el "gran" tamaño del átomo debería ser ocasionado por electrones orbitales que envolvían al núcleo positivo. Estos electrones deberían tener aceleración centrípeta y según las ecuaciones de Maxwell cualquier carga acelerada debería radiar energía. Sin embargo, si esto fuera cierto los electrones perderían energía continuamente y el radio de su órbita decrecería rápidamente en espiral hacia el núcleo. Otra dificultad fue que según la teoría clásica la radiación atómica vista en un espectroscopio debería aparecer como un espectro continuo. Sin embargo, era conocido que los átomos excitados radían sólo ciertas frecuencias discretas (ello da lugar a un espectro discontinuo o espectro de líneas). Un último problema por explicar era ¿por qué todos los átomos de un mismo elemento son exactamente iguales? ¿Por qué los electrones de un átomo de carbón están exactamente en las mismas órbitas que los electrones de cualquier otro átomo de carbón? Ciertamente esto no es cierto para los planetas de nuestro sistema solar comparado con otro sistema solar.

En resumen, podemos hacer una lista de los fenómenos que quedaban sin explicar para la Física clásica a principios de este siglo.

1. Calores específicos de gases y de sólidos. También el calor específico como función de la temperatura (según la sección 6-8 los calores específicos tienden a ser menores que los predichos por la teoría cinética).
2. El efecto fotoeléctrico.
3. Una estructura atómica estable
4. Radiación y absorción atómica. Espectro de líneas.

Respuesta 1. La fuerza electrostática.

5. La exacta similitud de todos los átomos del mismo elemento.

6. El espectro de frecuencias de la radiación emitida por un cuerpo caliente (este fenómeno se llama radiación del cuerpo negro).

7. Radiactividad.

12-2 El efecto fotoeléctrico

Todo o nada

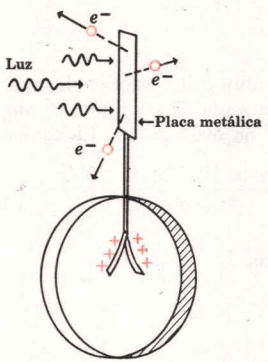
Poco después del descubrimiento del electrón los físicos observaron que cuando la luz ilumina ciertas superficies metálicas, se emiten cargas negativas o electrones. A esto se le llama el efecto fotoeléctrico. La Fig. 12-2 muestra cómo fue observado por primera vez este efecto. A un electroscopio descargado se le conectó una hoja metálica. Se observó que solamente cuando se prendía la luz, salía la carga negativa dejando el electroscopio con una carga neta positiva. Algunas de las aplicaciones modernas de este mismo efecto son abrepuertas, alarmas contra ladrones, cámaras de televisión y exposímetros.

Según la teoría clásica de la luz, ésta es realmente un campo eléctrico oscilante que haría oscilar a un electrón. Se podría esperar que algunos de los electrones se desprendieran del metal. Puesto que la intensidad del campo eléctrico aumenta con la intensidad de la luz, debería esperarse que el máximo de la energía de los electrones emitidos aumentara con la intensidad. Si se mantiene constante la intensidad y se aumenta la frecuencia, debe esperarse que a frecuencias suficientemente altas se encuentren electrones de baja energía ya que debido a su masa o inercia los electrones se frenan en respuesta a las frecuencias altas. En consecuencia, la Física clásica predice: (1) la energía del electrón aumenta con la intensidad y (2) la energía del electrón disminuye con la frecuencia. Por el año de 1900 los experimentos indicaban: ¡(1) la energía del electrón es independiente de la intensidad y (2) la energía del electrón aumenta con la frecuencia! El único efecto producido al aumentar la intensidad fue el de aumentar el número de electrones emitidos por segundo.

El efecto fotoeléctrico fue explicado satisfactoriamente por Einstein en 1905. Su explicación también vino a dar un significado físico adicional a una hipótesis anterior formulada por Max Planck (1900). Para explicar matemáticamente la forma

Derivación

Fig. 12-2. Un electroscopio neutro conectado con una placa de metal. Cuando la luz ilumina la placa, salen fotoelectrones y las hojas quedan cargadas positivamente.



Pregunta 2. Suponga que los fotoelectrones en la Fig. 12-2, salen de la placa de metal con una energía cinética de 3 ev. ¿Cuál será el potencial eléctrico final de la placa de metal?

del espectro emitido por un sólido caliente (radiación del cuerpo negro), Planck había postulado que la luz llevaba energía en cantidades definidas o "quanta". Planck supuso que la energía de una onda luminosa debía ser un número entero de quanta, donde la energía de cada quantum es una nueva constante física, h, multiplicada por la frecuencia f de la onda luminosa:

Energía de un fotón

$$E_T = hf$$

donde

$$h = 6.62 \times 10^{-27} \text{ erg-seg} \tag{12-3}$$

es la constante de Planck. E_T es la energía de un quantum de luz. Estas "partículas" de luz se llaman fotones. Planck logró determinar la constante que lleva su nombre con un 1% de aproximación.

Ejemplo 2

Veremos que es muy útil disponer de una fórmula que nos proporcione la longitud de onda de un fotón en angstroms, cuando se nos da su energía $E_T = hf$ en electrovolts. La derivación es como sigue:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{hf} = \frac{6.62 \times 10^{-27} \times 3 \times 10^{10}}{hf \text{ (en ergs)}} = \frac{19.86 \times 10^{-17}}{1.6 \times 10^{-12} hf \text{ (en ev)}}$$

$$\lambda = \frac{12.39 \times 10^{-5}}{hf \text{ (en ev)}} \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{12{,}390}{hf \text{ (en ev)}} \text{ Å} \tag{12-4}$$

Precaución: Esta fórmu'a no es aplicable a los electrones ni a ninguna otra partícula cuya masa en reposo sea diferente de cero. Uno de los peligros de tratar de "aprender" la física de memoria es que se pierde de vista de dónde provienen las ecuaciones y a qué clase de fenómeno son aplicables.

Einstein propuso que en el efecto fotoeléctrico un fotón es absorbido como un todo por un solo electrón. La interacción ocurre súbitamente, del mismo modo que la colisión entre dos partículas. Ahora, el electrón en el metal tiene una energía adicional igual a hf. Esta atrevida proposición sugiere que la luz, después de todo, está hecha de partículas. Las partículas de luz o fotones sólo pueden ser absorbidos de uno en uno y nunca existirá una fracción de un fotón. Esta teoría de Einstein predice correctamente que la energía del electrón debería aumentar con la frecuencia y que es independiente de la in-

Respuesta 2. $V = +3$ volts. Esto significa que un electrón de 3 ev deberá frenarse hasta alcanzar casi el reposo mientras se aleja de la placa metálica.

tensidad. En principio, se podría esperar que la energía cinética de los electrones emitidos fuera igual a hf. Pero existen dos dificultades: primera, la mayoría de los electrones que absorben fotones perderán por colisiones su energía cinética excedente y no saldrán del metal; más aún, si salieran, la mayoría tendría una energía cinética menor que hf. La segunda dificultad es que los electrones necesitan una cierta cantidad mínima de energía, para abandonar la superficie del metal debido a que existe una fuerza atractiva de los núcleos atómicos vecinos. A esta energía necesaria para escapar, la llamaremos "función de trabajo" $\mathfrak{W}$. El cesio puro tiene una función de trabajo de 1.8 ev; la función de trabajo del cobre es 4.3 ev. En el mejor de los casos, la energía extra suministrada al electrón (hf), será la energía necesaria para escapar ($\mathfrak{W}$) más una cierta energía cinética; es decir

$$hf = \mathfrak{W} + E_{C\max}$$

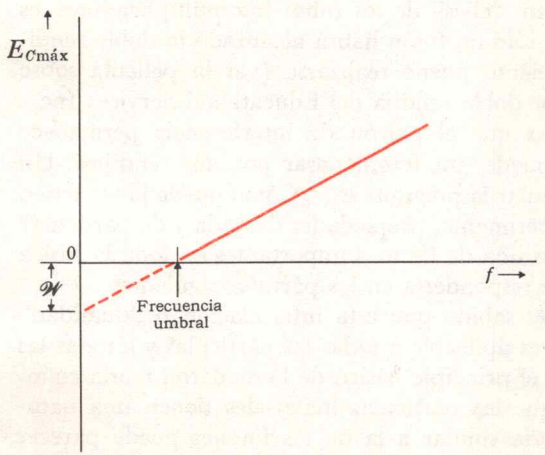
ó

$$E_{C\max} = hf - \mathfrak{W} \qquad (12\text{-}5)$$

Hemos llamado $E_{C\text{máx}}$ a esta energía cinética ya que otros electrones menos favorecidos se emiten con menor E_C.

Si se ilumina con luz monocromática una superficie de un metal puro, digamos cesio, los electrones serán emitidos con energías hasta $E_{C\,\text{máx}}$. Ahora, si se aumenta la frecuencia de la luz, se observa que la $E_{C\,\text{máx}}$ aumenta. Si se hace una gráfica de estos resultados experimentales como una función de f, se obtiene la curva de la Fig. 12-3. Obsérvese que la constante de Planck puede obtenerse midiendo la pendiente de la curva.

Fig. 12-3. Gráfica de la $E_{C\text{máx}}$ contra la frecuencia para un metal cuya función de trabajo es w.



Pregunta 3. ¿Si se duplica la frecuencia de la luz incidente sobre una placa de metal, se duplicará la energía cinética de los fotoelectrones?

Ejemplo 3

Un fotoelectrón proveniente de cesio, tiene una energía cinética de 2 ev. ¿Cuál es la longitud de onda máxima capaz de extraer este electrón?

$hf = E_C + \mathfrak{W}$

$hf = 2\,\text{ev} + 1.8\,\text{ev} = 3.8\,\text{ev}$

Según la Ec. 12-4

$$\lambda = \frac{12{,}390}{3.8}\,\text{Å}$$

$\lambda = 3240\,\text{Å}$

Fig. 12-4. Experimento que muestra las propiedades ondulatorias de los electrones.

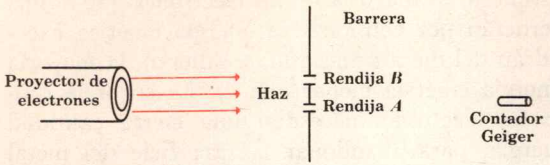
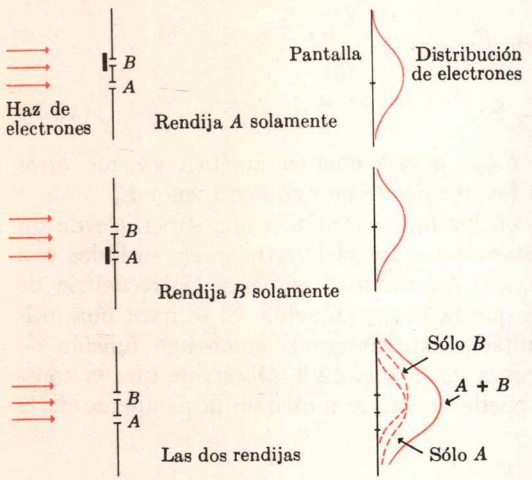


Fig. 12-5. Distribución de electrones de acuerdo con la Física clásica.



Respuesta 3. No. $\dfrac{(E_c)_2}{(E_c)_1} = \dfrac{2hf - \mathscr{W}}{hf - \mathscr{W}}$

12-3 Dualidad onda-partícula

Partículas que son ondas que son partículas

Fenómenos tales como el efecto fotoeléctrico indican que la luz debe tener aunada a su conocida naturaleza ondulatoria, propiedades de partículas. Este comportamiento de la luz resulta paradójico cuando se considera el experimento de Young de la doble rendija, realizado con una fuente luminosa tan débil que en el aparato sólo pueden entrar de uno en uno los fotones. Los tubos fotomultiplicadores que utilizan el efecto fotoeléctrico son capaces de detectar los fotones de uno en uno. En la Fig. 10-18 usamos tubos fotomultiplicadores en vez de la pantalla. La distancia de la fuente a la pantalla es aproximadamente 100 cm, de modo que cada fotón "vive":

$$t = \frac{s}{v} = \frac{100\text{ cm}}{3 \times 10^{10}\text{ cm/seg}} = 3 \times 10^{-9}\text{ seg}$$

Si el tiempo entre "clics" de los tubos fotomultiplicadores, es menor que éste, sólo un fotón habrá alcanzado la doble rendija. Este experimento puede realizarse (ver la película sobre interferencia por doble rendija del Educational Services Inc.) y el resultado es que el patrón de interferencia permanece igual. ¿Cómo puede, un fotón, pasar por *dos* rendijas? Un modo de reformular la pregunta es: ¿Cómo puede la luz tener, en el mismo experimento, propiedades de onda y de partícula? Esta pregunta es una de las más importantes en toda la Física y trataremos de responderla en los párrafos siguientes.

Hoy en día es sabido que esta interrelación ó "dualidad" onda-partícula, es aplicable a todas las partículas y a todas las ondas, y que es el principio básico de la moderna teoría cuántica. El decir que las partículas materiales tienen una naturaleza ondulatoria similar a la de los fotones puede parecer un poco extravagante. Antes de describir cuál es el significado exacto de la onda asociada a cualquier partícula, consideremos el experimento ideal descrito en la Fig. 12-4.

Un cañón electrónico lanza un haz de electrones contra una barrera que contiene dos rendijas *A* y *B*. Del otro lado de la barrera, se tiene un contador Geiger que registra cada uno de los electrones que llegan a él. Suponga que teniendo tapada la rendija *B* se cuentan 100 electrones por minuto provenientes obviamente de la rendija *A*. Cuando la rendija *A* es la que se mantiene tapada y la rendija *B* abierta, la razón de conteo es también 100 electrones por minuto. Si la rendija *A* se

Fig. 12-6. Distribución de electrones de acuerdo con la teoría cuántica.

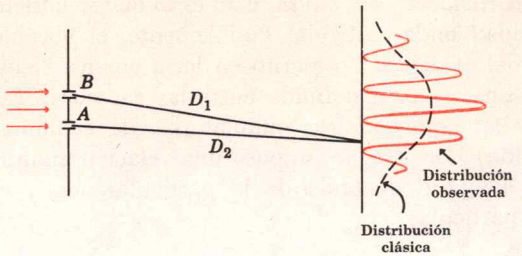
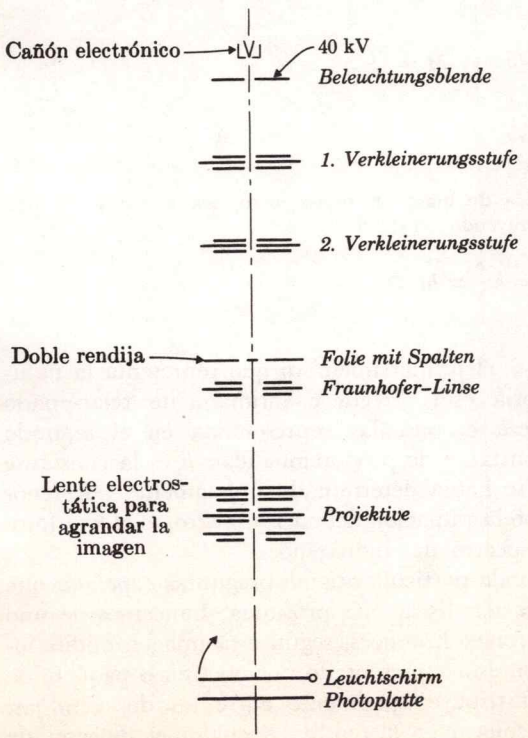


Fig. 12-7. Este esquema aparece en un trabajo de C. Jönsson en la revista *Zeitschrift Für Physik.* Vol. 161 (1961) y muestra su arreglo experimental para obtener un patrón de interferencia por doble rendija con electrones.



mantiene abierta y gradualmente se abre la rendija *B,* debíamos esperar (de acuerdo con el sentido común y con lo que hemos aprendido) que la razón de conteo aumentara gradualmente de 100 a 200 cuentas por minuto. Sin embargo, dependiendo de la posición del contador, el resultado experimental podía ser ¡una disminución gradual desde 100 hasta 0 cuentas por minuto! ¿Cómo puede ser posible que el hecho de abrir la rendija *B* afecte a los electrones que pasaron por la rendija *A*? Otra violación al sentido común es que la posición del contador puede ser tal que al abrir la rendija *B* la razón de conteo aumente desde 100 hasta 400 cuentas por minuto. Lo que equivale a dos veces más electrones que los obtenidos por la suma directa de las contribuciones separadas.

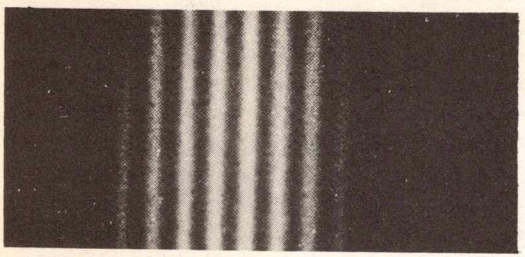
La Fig. 12-5 muestra la distribución clásica esperada de los electrones en la posición del contador conforme se mueve éste cruzando la trayectoria del haz. (En rojo y a la derecha se muestra la intensidad) ¡Pero si se realiza el experimento se obtiene un patrón bastante distinto, como se muestra en la Fig. 12-6! Nótese que este patrón de intensidad obtenido experimentalmente es del mismo tipo que el de interferencia por doble rendija para las ondas luminosas. Si $D_1 - D_2 = N\lambda$ existirá un máximo de interferencia; si $D_1 - D_2 = (N + \frac{1}{2})\lambda$, existirá un mínimo. Como se verá en el párrafo siguiente, usualmente los electrones tienen longitudes de onda mucho más pequeñas que las de la luz visible; debido a esto es difícil realizar el experimento de Young con electrones. No obstante, en 1961 C. Jönsson logró obtener mediante una "pantalla" fotográfica un auténtico patrón de interferencia por doble rendija con electrones. En la Fig. 12-7 se muestra esquemáticamente el desarrollo experimental y en la Fig. 12-8*a* se muestran los resultados.

Cada electrón produce un punto negro en el punto donde golpea la película. Esta fotografía es el resultado de cientos de impactos de los electrones, cuando se usa como fuente de ellos una doble rendija. Con propósitos de comparación, en la Fig. 12-8*b* se muestra un típico patrón de interferencia por doble rendija usando luz.

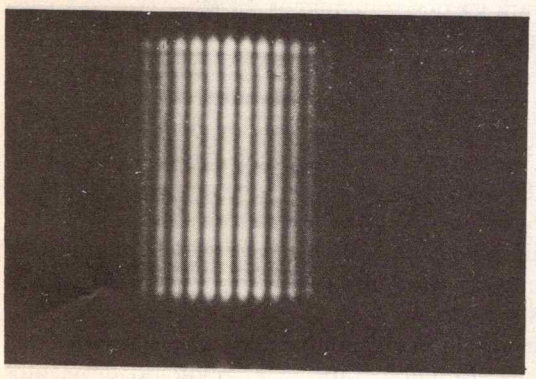
Pero, ¿cómo es posible que los electrones, que sabemos son partículas con masa y carga definidas, sean ondas al mismo tiempo? Esta posibilidad fue propuesta inicialmente en 1924 por Louis de Broglie en su tesis doctoral. Propuso que del mismo modo que la luz, todas las partículas deberían tener una naturaleza ondulatoria. *La interpretación física de la*

Fig. 12-8. (*a*) Patrón de interferencia por doble rendija con electrones. En el negativo de la fotografía, cada grano es producido por un solo electrón. Para comparación, en (*b*) se muestra el patrón de interferencia por doble rendija con luz, esta fotografía es la misma que la de la Fig. 10-15. De manera similar cada grano en el negativo, es producido por un solo fotón. (La fotografía (*a*) fue lograda por el Profesor C. Jönsson en la Universidad de Tubingen.)

(a)



(b)



dualidad onda-partícula es que la intensidad de la onda en cualquier punto dado, es proporcional a la probabilidad de encontrar a la partícula en ese punto. Esto es lo que se entiende por la dualidad onda-partícula. Posiblemente, el vocablo dualidad está mal escogido. Lo escrito en letra cursiva significa que existe una relación definida entre las características corpusculares y las características ondulatorias de cualquier partícula (u onda). De Broglie propuso una relación cuantitativa entre la longitud de onda de la partícula-onda y el impulso de las partículas.

La relación de De Broglie

$$\lambda = \frac{h}{P} \qquad (12\text{-}6)$$

para cualquier partícula de impulso P.

Ejemplo 4

Partiendo de la relación de De Broglie, derive la fórmula $E_T = hf$ para partículas de masa en reposo nula (observe que esta fórmula es válida sólo para partículas de masa en reposo cero). En forma relativista

$$P = Mv \quad \text{y} \quad M = \frac{E_T}{c^2}$$

Por tanto

$$P = \frac{E_T v}{c^2}$$

Para una partícula de masa en reposo cero, sea $v = c$ y entonces $P = E_T/c$. Substituyendo en 12-6:

$$\lambda = \frac{h}{\frac{E_T}{c}} \quad \text{ó} \quad E_T = h\frac{c}{\lambda} = hf$$

En la Ec. 12-6, el primer miembro que representa la naturaleza ondulatoria está directa e íntimamente relacionado con la naturaleza corpuscular representada en el segundo miembro. La constante de proporcionalidad h es la constante de Planck que se había determinado previamente por fenómenos tales como la radiación del cuerpo negro, el efecto fotoeléctrico y el espectro del hidrógeno.

La dualidad onda-partícula origina preguntas *capciosas* que exigen interpretación física más profunda. Lancemos de uno en uno los electrones. Entonces, según esta imagen ondulatoria, cada electrón está representado por un tren o paquete de ondas que se distribuye igualmente entre las dos rendijas. Pero es posible colocar en la rendija A cualquier detector de

partículas como por ejemplo un contador Geiger o una cámara de burbujas y observar que en la naturaleza no existen mitades de electrones. Es decir, o se observa toda la partícula o no se observa nada. Esto se llama el principio de indivisibilidad y es consistente con la hipótesis de que la intensidad de la onda en A es la probabilidad de encontrar un electrón en esa posición. Más aún, si en la rendija A se coloca un detector, el patrón de interferencia desaparece y se observa el efecto clásico. Para detectar el electrón debería interaccionar con el detector. Según la teoría cuántica, se tendría una nueva onda asociada al electrón proveniente del punto de interacción y que produce un patrón idéntico al producido por una sola rendija. Por otra parte, si sobre la pantalla aparece un electrón sin haber sido detectado en la rendija A, se sabe que su onda asociada tuvo que haber pasado por la rendija B. En consecuencia, la presencia de un detector cambia el resultado del patrón de interferencia de la Fig. 12-6 al de la Fig. 12-5 que es el resultado clásico. De hecho, muchos físicos incluyendo a Einstein, han intentado diseñar un experimento que revele cuál de las rendijas usa el electrón y no destruye la interferencia, sin embargo, sus esfuerzos han fracasado.

¿Qué es lo que vibra en una onda asociada a un electrón? Daremos el mismo tipo de respuesta que dimos para los fotones. Las ondas electromagnéticas viajan libremente en el vacío, y a diferencia de las ondas mecánicas, no hay nada material que vibre. Los físicos usan el símbolo ψ para la amplitud de una onda asociada a una partícula. La intensidad es el cuadrado del valor absoluto de la amplitud; es decir $|\psi|^2$. Por consiguiente, $|\psi(x)|^2$ es proporcional a la probabilidad de encontrar a la partícula en la posición x. La amplitud $\psi(x)$ de la onda no tiene significado físico directo, y es en este sentido que nada está vibrando. Matemáticamente, los problemas de mecánica cuántica se resuelven del mismo modo que los problemas de ondas en agua o cualquier otro tipo de ondas clásicas. Tanto éstas como las ondas asociadas a las partículas, obedecen el mismo tipo de ecuación matemática. Sin embargo, en el caso de ondas clásicas la amplitud de la onda es directamente observable, mientras que ψ no lo es (excepto para el fotón, en ciertos casos especiales). Otra característica no clásica de las ondas de la mecánica cuántica es que a pesar de que la intensidad es siempre un número real positivo, algunas veces la amplitud de la onda deberá expresarse como un número complejo conteniendo $\sqrt{-1}$. En este libro no se

Pregunta 4. Suponga que detrás de la rendija A se coloca un contador Geiger de paredes delgadas. Siempre que un electrón pasa por la rendija se produce un "clic" en el detector y sigue su curso hacia la pantalla. Si el contador está apagado (pero no se ha quitado), ¿cuál será el patrón sobre la pantalla?

Fig. 12-9. Diagrama para el ejemplo 5.

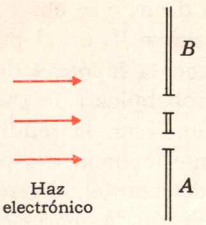
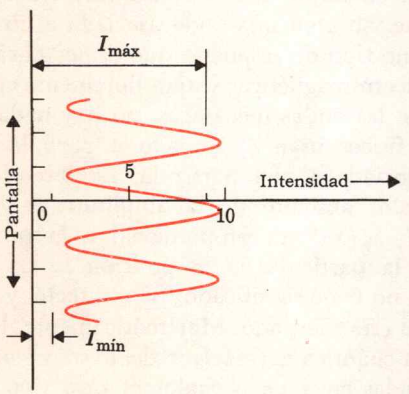


Fig. 12-10. Patrón de intensidad para los electrones que inciden sobre la pantalla; (ejemplo 6).



Respuesta 4. En la pantalla se observará el patrón clásico. Los electrones interaccionan con el contador ya sea que dicha interacción se registre o no.

tratará con ejemplos que necesiten el uso de números complejos. Ahora se ilustrará mediante unos cuantos ejemplos simples las matemáticas de las ondas asociadas a partículas.

Ejemplo 5

En el punto P de la Fig. 12-9 existe un contador Geiger. La parte de la amplitud de la onda que proviene de la rendija A y alcanza el punto P es $\psi_A = 2$ unidades y a través de la rendija B es $\psi_B = 6$ unidades. Cuando sólo está abierta la rendija A, en el punto P se observan 100 electrones por segundo.

a) Cuando solamente está abierta B, ¿cuántos electrones por segundo se observan?

b) Suponga una interferencia constructiva. ¿Cuántos electrones por segundo se observan cuando ambas rendijas están abiertas?

c) Suponga una interferencia destructiva. ¿Cuántos electrones por segundo se observan cuando ambas rendijas están abiertas?

Respuesta: Hemos dicho que la intensidad de la onda $\psi_A^2 = 4$ corresponde a 100 electrones por segundo. Por tanto $\psi_B^2 = 36$ corresponde a 9 veces más partículas, ó 900 electrones por segundo.

Para la parte (*b*) la amplitud total de la onda es $\psi = \psi_A + \psi_B$ ó $\psi = 8$. Puesto que $\psi^2 = 64$ es 16 veces ψ_A^2, habrán 1600 electrones por segundo.

Para la parte (*c*) ψ_A y ψ_B deberán ser signos opuestos para dar una interferencia destructiva. Por lo tanto $\psi = \psi_A + \psi_B = 2 - 6 = -4$. Ahora $\psi^2 = 16$ que es 4 veces ψ_A^2. Esto corresponde a 400 electrones por segundo.

Ejemplo 6

¿Cuál será el patrón de intensidad de un experimento de interferencia por doble rendija, si la rendija B es cuatro veces más ancha que la rendija A?

Respuesta: A través de la rendija B pueden pasar 4 veces más electrones, por lo tanto la intensidad $\psi_B^2 = 4\psi_A^2$ ó $\psi_B = 2\psi_A$. Para un máximo, la intensidad total observada en la pantalla es proporcional a $(\psi_A + \psi_B)^2$ ó

$$I_{máx} = (\psi_A + 2\psi_A)^2 = \ = 9\psi_A^2$$

Para un mínimo de intensidad, se utiliza el signo menos, resultando $I_{mín} = (\psi_A - 2\psi_A)^2 = \psi_A^2$

La relación $\dfrac{I_{máx}}{I_{mín}} = \dfrac{9}{1}$

El patrón de intensidad será como el que se muestra en la Fig. 12-10.

Ejemplo 7

Regresemos a dos rendijas de igual tamaño; sin embargo, coloquemos un pequeño detector atrás de la rendija A intentando determinar por cuál rendija pasa el electrón. Suponga que el detector no es

perfecto; esto es, es tan delgado que un electrón tiene una oportunidad de cuatro de atravesar sin interaccionar. ¿Cuál es ahora el patrón de interferencia?

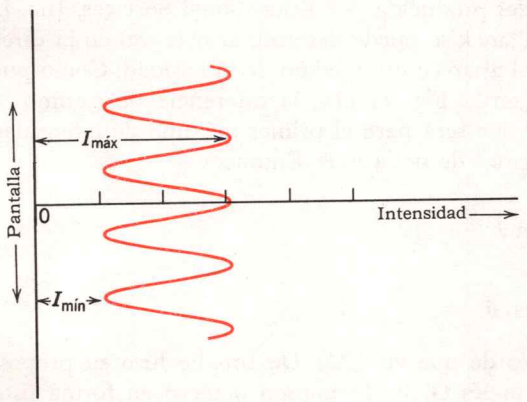
Respuesta: Llamemos ψ_A a la parte del haz que pasa por la rendija A sin ser detectada y por lo tanto puede interferir con las ondas provenientes de la rendija B. Puesto que sólo $\frac{1}{4}$ pasa por el detector $\psi_A{}^2 = \frac{1}{4}\psi_B{}^2$. Denotemos la intensidad de los electrones detectados en la rendija A por $\psi_A{}'^2$ donde $\psi_A{}'^2 = \frac{3}{4}\psi_B{}^2$ que son los electrones que no pueden interferir. Debemos tratar a ψ_A como una nueva fuente de ondas que no tiene una relación de fase fija con respecto a ψ_B. En tal caso de fuentes de partículas independientes (también llamadas incoherentes), deberemos sumar intensidades, no amplitudes. La intensidad total es entonces la suma de las dos intensidades:
Ahora substitúyase $\frac{1}{2}\psi_B$ por ψ_A y $\frac{3}{4}\psi_B{}^2$ por $\psi_A{}'^2$

$$I = (\psi_A + \psi_B)^2 + \psi_A{}'^2$$

El resultado es $$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{(\frac{1}{2}\psi_B + \psi_B)^2 + \frac{3}{4}\psi_B{}^2}{(\frac{1}{2}\psi_B - \psi_B)^2 + \frac{3}{4}\psi_B{}^2} = \frac{\frac{9}{4}\psi_B{}^2 + \frac{3}{4}\psi_B{}^2}{\frac{1}{4}\psi_B{}^2 + \frac{3}{4}\psi_B{}^2} = \frac{3}{1}$$

En la Fig. 12-11 se muestra el patrón de interferencia resultante. Si se retirara el detector, la intensidad mínima sería cero y se tendría un patrón de interferencia por doble rendija.

Fig. 12-11. Patrón de intensidad para los electrones que inciden sobre la pantalla en el ejemplo 7.



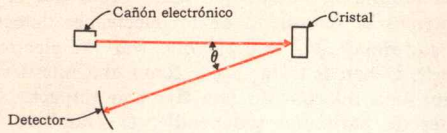
12-4 Difracción de electrones

Un accidente

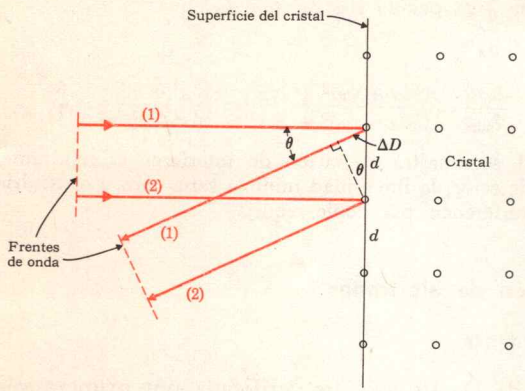
La hipótesis de De Broglie fue verificada por primera vez con la observación experimental de difracción de electrones en 1927 por dos físicos norteamericanos C. J. Davisson y L. H. Germer. Es interesante que en este experimento, como en otros que han sido de extrema importancia en la Física, el gran descubrimiento fue "accidental". Davisson y Germer no estaban viendo la difracción de electrones. En efecto, en la primera etapa de su experimento, ellos nunca habían oído hablar de la difracción de electrones. Fue en 1926 cuando Davisson tomó algunos datos preliminares en una conferencia internacional en Oxford, Inglaterra. Los físicos europeos le sugirieron que sus resultados deberían interpretarse como difracción de electrones en vez de dispersión clásica de electrones que había estado estudiando. Unos cuantos meses después, Davisson y Germer obtuvieron los datos que demostraban en forma definitiva la naturaleza ondulatoria de los electrones y dieron el valor de la constante de Planck con una aproximación de 1%. Dispersaron electrones de baja energía mediante una superficie de un cristal metálico simple. Las filas de átomos de la superficie actúan como las líneas de una red de difrac-

Pregunta 5. Dos rayos luminosos inciden sobre una pantalla. Existen 3 veces más fotones por segundo en el rayo 1 que en el rayo 2. ¿Cuál es la razón entre los campos eléctricos de estos rayos?

Fig. 12-12. (*a*) Aparato para observar la difracción de electrones producida por una superficie cristalina. (*b*) Amplificación de la superficie del cristal de la parte (*a*).



(*a*)



(*b*)

Respuesta 5. Puesto que la razón de intensidades es $\frac{3}{1}$, la razón de amplitudes será $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\sqrt{3}}{1}$.

ción muy fina. La longitud de onda del electrón, se determina conociendo el espaciamiento entre los átomos.

Ejemplo 8

Se acelera un haz de electrones a través de un potencial de cien volts. ¿Cuál es la longitud de onda del electrón?

$$E_c = \frac{P^2}{2m} = eV, \quad \text{donde} \quad eV = 100 \text{ ev} = 1.6 \times 10^{-10} \text{ erg}$$

$$P = \sqrt{2meV} = 5.4 \times 10^{-19} \text{ gr cm/seg}$$

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{6.62 \times 10^{-27}}{5.4 \times 10^{-19}} = 1.23 \times 10^{-8} \text{ cm} = 1.23\text{A}$$

En la Fig. 12-12 se muestra un arreglo para observar difracción de electrones por una superficie cristalina. El detector podrá ser una pantalla fluorescente, como en la película *ondas materiales* producida por Educational Services, Inc. La constante de Planck se puede determinar observando la dirección θ a la cual aparece un máximo de intensidad. Como puede observarse en la Fig. 12-11*b*, la diferencia de caminos es $\Delta D = d \text{ sen } \theta$ que será para el primer máximo de intensidad, igual a la longitud de onda h/P. Entonces

$$\frac{h}{P} = d \text{ sen } \theta$$

y

$$h = Pd \text{ sen } \theta.$$

Poco después de que en 1924 De Broglie hizo su proposición, el físico inglés G. P. Thompson observó en forma sistemática la difracción de electrones. Su método de trabajo consistió en hacer pasar electrones muy energéticos a través de una delgada hoja de metal. Puesto que los rayos X tienen aproximadamente la misma longitud de onda, Thompson esperaba un patrón para la difracción de electrones en apariencia similar al patrón obtenido previamente para difracción de rayos X. En 1928 Thompson obtuvo patrones para la difracción de electrones que eran casi iguales a los patrones para difracción de rayos X. Es interesante que en este caso el enfoque "accidental" fue más rápido que el estudio cuidadoso deliberadamente enfocado. Esto no satisface la concepción del método científico que tiene el lector, pero es ciencia viviente verdadera. El experimento de Davisson y Germer

es un buen ejemplo de un método científico válido. Si un experimentador observa un efecto extraño que no entiende, aun por accidente deberá insistir cuidadosamente hasta lograr comprenderlo.

En la actualidad ya se han observado patrones de interferencia de neutrones, protones e inclusive átomos completos. La naturaleza ondulatoria de la materia ha sido muy bien establecida de muchos modos diferentes. No se han encontrado violaciones a la teoría.

12-5 El principio de incertidumbre

Ni aun la Madre Naturaleza puede conocerlo todo

Una consecuencia interesante de la teoría cuántica es que no es posible especificar simultáneamente la posición y velocidad exactas de cualquier partícula. Esta consecuencia "peculiar" de la teoría se conoce como el principio de incertidumbre. Como un ejemplo extremo, suponga que se conoce exactamente el impulso de una partícula; entonces se tiene una longitud de onda única dada por $\lambda = h/P$ que es una onda plana continua. Puesto que la intensidad de esta onda es uniforme, es igualmente probable encontrar a la partícula en cualquier lugar del espacio. Inversamente, si se conoce que la partícula está localizada en una pequeña región del espacio, su función de onda es un paquete de ondas que no tiene una λ única (ó P única). Entonces es posible conocer simultáneamente la posición y velocidad exactas de cualquier partícula. W. Heisenberg demostró que la incertidumbre en el impulso ΔP, y la región de localización de la partícula, Δx, deberían obedecer la relación

Principio de incertidumbre de Heisenberg

$$(\Delta x)\,(\Delta P) \approx h \tag{12-7}$$

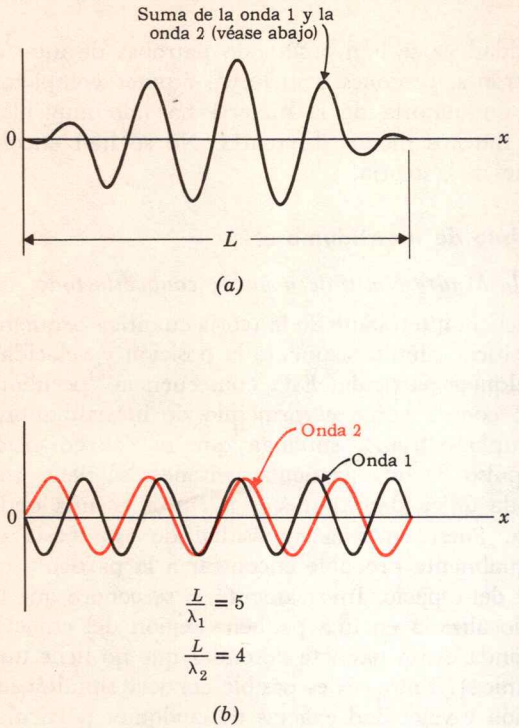
donde el símbolo $\approx$ significa "aproximadamente igual a".

La Ec. 12-7 puede obtenerse observando que una partícula localizada o paquete de ondas es realmente la suma de muchas ondas sinusoidales (infinitas en extensión) que tienen aproximadamente la misma longitud de onda. La curva gruesa de la Fig. 12-13*a* es un paquete de ondas típico L. Observe que consta sólo de dos ondas sinusoidales puras de longitudes de onda λ_1 y λ_2. En la longitud L, la onda 1 contiene un ciclo mas que la onda 2. Entonces

$$\frac{L}{\lambda_1} = N + 1 \quad \text{y} \quad \frac{L}{\lambda_2} = N \tag{12-8}$$

Pregunta 6. A medida que se aumenta el voltaje en el cañón de electrones de la Fig. 12-12: ¿el patrón en la pantalla se expande o se contrae?

Fig. 12-13. (*a*) Paquete de ondas típico de longitud L. (*b*) Dos ondas sinusoidales puras que se suman para dar lugar al paquete de ondas anterior.



Respuesta 6. Conforme aumenta el voltaje, aumenta tanto la longitud de onda como θ. En consecuencia los puntos se mueven acercándose al cañón electrónico.

donde N es algún entero. Si las dos ondas están fuera de fase en $x = 0$, estarán en fase en $x = L/2$ y nuevamente fuera de fase para $x = L$. La suma de tales ondas que se muestra en la Fig. 12-13*a*, es un paquete de ondas de longitud L. Restando la segunda ecuación de la primera en la Ec. 12-18, se tiene

$$\frac{L}{\lambda_1} - \frac{L}{\lambda_2} = 1$$

$$L\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) = 1$$

Y substituyendo $1/\lambda$ por P/h (gracias a la relación de De Broglie):

$$L\left(\frac{P_1}{h} - \frac{P_2}{h}\right) = 1$$

$$L(P_1 - P_2) = h$$

ó

$$(\Delta x)(\Delta P) = h$$

donde $\Delta x = L$ es la región donde debe encontrarse la partícula. Si $\psi = \psi_1 + \psi_2$ donde ψ_1 y ψ_2 son dos ondas sinusoidales puras de longitudes de onda λ_1 y λ_2, la probabilidad de encontrar la partícula con impulso P_1 es $\dfrac{\overline{\psi_1^2}}{(\psi_1 + \psi_2)^2}$ y con impulso P_2 es $\dfrac{\overline{\psi_2^2}}{(\psi_1 + \psi_2)^2}$.

El lector incisivo puede objetar esta "derivación" ya que las ondas sinusoidales puras son de longitud infinita y existirán otras interferencias constructivas a derecha e izquierda que no se muestran en la Fig. 12-13. Sin embargo, estos paquetes exteriores pueden "aniquilarse" agregando otras ondas con longitudes de onda próximas al promedio de λ_1 y λ_2. Tales ondas no pueden estar muy fuera de fase con el paquete central, pero sí lo estarán con los paquetes más distantes y si se ajustan apropiadamente, pueden cancelarlos. Este procedimiento matemático, llamado análisis de Fourier, necesita del cálculo integral y un número infinito de ondas sinusoidales puras.

Comprobemos ahora el principio de incertidumbre tratando de localizar la posición de una partícula con un microscopio óptico. Con un microscopio, es posible localizar la posición de una partícula en un intervalo que es aproximadamente una longitud de onda de la luz usada. Por lo tanto $\Delta x \approx \lambda$. Si la partícula está en reposo, $\Delta P = 0$ y ¡se tiene una viola-

ción a la Ec. 12-7! ¿Oh, qué pasó? Busquemos algún efecto de la mecánica cuántica. Se ha usado luz y la teoría cuántica indica que la luz está cuantizada en fotones de impulso $P = h/\lambda$. Para detectar la partícula, al menos uno de los fotones del haz de luz incidente debería, o ser dispersado o ser absorbido por la partícula. Por tanto, el impulso dado a la partícula debería ser a lo más h/λ. Entonces, la partícula tiene una incertidumbre en su impulso $\Delta P \approx h/\lambda$ en el instante que se le observa en la posición $\Delta x \approx \lambda$. Si se multiplican estas dos incertidumbres, se tiene

$$(\Delta P) \cdot (\Delta x) \approx \left(\frac{h}{\lambda}\right) \cdot (\lambda) = h$$

lo cual concuerda con la Ec. 12-7. En este ejemplo se ve que la mecánica cuántica es autoconsistente. Los físicos han investigado intensamente las inconsistencias, pero no han encontrado ninguna.

Ejemplo 9

Suponga que al tiempo $t = 0$ se observa un electrón libre que está localizado en una región $\Delta x_0 \approx 10^{-8}$ cm. ¿Cómo se dispersará el paquete en el tiempo? ¿Cuál será la Δx después de 0.1 seg? ¿Después de 1 seg?

Puesto que la dispersión del impulso en el paquete de ondas es $\Delta p \approx h/\Delta x_0$, la dispersión en la velocidad será

$$\Delta v = \Delta p/m \approx \frac{h}{m\Delta x_0}.$$

Después de un tiempo t, la dispersión correspondiente en distancia será

$$\Delta x = (\Delta v)t = \left(\frac{h}{m\,\Delta x_0}\right)t$$

Para $t = 0.1$ seg

$$\Delta x \approx \frac{6.6 \times 10^{-27}}{9.1 \times 10^{-28} \times 10^{-8}} \times 0.1 \approx 700 \text{ km}$$

Se ve que después de 1 seg, el electrón se habrá dispersado sobre todos los Estados Unidos y sería igualmente probable encontrarlo en cualquier parte del país. Rápidamente se pierde la esperanza de encontrar al electrón.

En el ejemplo anterior se ve que aun teniendo el mejor conocimiento posible de la posición e impulso de una partícula, la cantidad de este conocimiento decrece rápidamente con el tiempo. En principio, la teoría cuántica permite

Pregunta 7. En la Fig. 12-13, ¿Δx es igual a $\Delta\lambda$?

una determinación exacta de la función de onda para todo el futuro una vez que se conocen las $\Delta x's$ y $\Delta p's$ de todas las partículas. Pero ésta es una ayuda muy pequeña para la predicción del futuro ya que rápidamente la función de onda se extiende de manera uniforme sobre el mundo. Rápidamente alcanzaríamos el punto cero de información sobre la localización de las partículas.

Vemos que la moderna teoría cuántica ofrece una posible salida al "dilema" filosófico planteado por la Física clásica. En los días de la Física clásica se apuntó que si uno conocía al tiempo t_0 las posiciones y velocidades exactas de todas las partículas en el universo, en principio podría calcular el curso futuro (y pasado) partiendo de las leyes exactas de la Física. El universo se había pensado como una máquina gigante. Usando tal razonamiento, los filósofos podrían concluir que todas las acciones humanas (aun las acciones humanas están hechas de protones, neutrones y electrones) estarían completamente predeterminadas. Por supuesto que tales cálculos del futuro o pasado resultan imposibles debido al enorme número de partículas en el universo. A pesar de eso, tales razonamientos molestaban a los creyentes en el libre albedrío.

Como se ve del principio de incertidumbre, existe un obstáculo más fundamental para el desarrollo de tales cálculos, y el determinismo clásico no está "forzando" a los físicos. Esto no significa que invoquemos la mecánica cuántica como una prueba del libre albedrío.

Hemos encontrado otros ejemplos aparte del principio de incertidumbre que refutan igualmente bien la necesidad del determinismo clásico. Por ejemplo, de acuerdo con la interpretación generalmente aceptada de la teoría cuántica, no existe forma de determinar cuál de los electrones absorberá un fotón en el efecto fotoeléctrico. Todo lo que podemos hacer es calcular la probabilidad de que el fotón sea absorbido por un electrón dado. Lo mismo ocurre en la Fig. 12-6 para la posición sobre la pantalla en la cual aparecerá un solo electrón. El patrón de interferencia sólo nos indica la probabilidad de encontrar un electrón dado para cada punto sobre la pantalla. El mismo tipo de fenómeno ocurre para el decaimiento de núcleos radiactivos tales como el uranio. No existe forma de decir cuándo se desintegrará un núcleo de uranio. De acuerdo con la teoría cuántica, todo lo que podemos saber es la probabilidad de que se desintegre en un in-

Respuesta 7. No, Δx es la incertidumbre en la posición y su valor es L.

tervalo de tiempo dado. Las probabilidades predichas se pueden comparar con los promedios de un gran número de observaciones.

Se ve que en el dominio de las interacciones y de la estructura de partículas pequeñas, la teoría cuántica es radicalmente distinta de la teoría clásica. Si la teoría cuántica es correcta, como creemos, no existe esperanza en estudiar fenómenos elementales y la estructura elemental de la materia mediante la Física clásica. Por esto, en los capítulos siguientes que tratan con la estructura atómica y fenómenos asociados, se abandona la Física clásica y se usan los nuevos conceptos introducidos en este capítulo.

Referencias

R. Feynman, *Lectures on Physics,* Vol. I, Caps. 37, 38, Addison-Wesley, Reading, Mass.

A. Kompaneyets, *Basic Concepts in Quantum Mechanics,* Reinhold Publishing Corporation, Nueva York.

Problemas

1. ¿Cuál es la energía total de un fotón en términos de λ, h, y c?

2. ¿Cuál es la longitud de onda, en angstroms, de un fotón de 1 mev?

3. Un fotón de energía de 2 mev se convierte en un par electrón-positrón. Si ambas partículas resultantes tienen la misma energía ¿Cuál será la energía cinética de cada uno?

4. ¿Cuál es la energía cinética de un fotón de masa en reposo cero?

5. ¿Cuál es la masa inercial o relativista de un fotón, en términos de h, λ y c?

6. Si la masa relativista de un fotón es 10^{-35} kg: ¿Cuál será el valor numérico de su impulso en unidades *CGS*? ¿Cuál es su longitud de onda?

7. ¿Cuál es el impulso de un electrón de 1 ev? ¿Cuál es su longitud de onda en angstroms?

8. Se tiene un fotón y un electrón ambos con energía cinética de 1 ev. ¿Cuál de ellos tiene mayor longitud de onda?

9. Escriba la fórmula para la energía cinética de un electrón no relativista, en términos de su masa, longitud de onda y la constante de Planck.

10. En el efecto fotoeléctrico, para cada metal existe una longitud de onda umbral λ_0. La radiación de longitud de onda mayor a ésta, nunca arranca electrones. ¿Cuál es el valor de λ_0 para el cobre ($\mathfrak{W} = 4.3$ ev)?

11. ¿Cuál es la energía mínima de un fotón que arranca de una placa de metal, cuya función de trabajo es de 2 ev, a un electrón de 2 ev?

12. El ojo humano apenas puede percibir la luz amarilla (6000 A) que transfiere a la retina una potencia de 1.7×10^{-18} watts. ¿Cuántos fotones por segundo recibe la retina?

13. La intensidad de una onda es igual al cuadrado de su amplitud. Esto también es cierto para las ondas materiales u ondas de probabilidad de la teoría cuántica. Suponga que en un experimento de doble rendija las amplitudes de onda, en un punto sobre la pantalla, son $+3$ unidades para las provenientes de la rendija A y $+5$ unidades para las provenientes de la rendija B y que la rapidez de conteo de la rendija A sola es 60 cuentas/seg.

a) ¿Cuál es la rapidez de conteo para la rendija B sola?

b) ¿Cuál es la rapidez de conteo cuando están abiertas ambas rendijas?

14. Repita el problema anterior para el caso en que las amplitudes son $+3$ y -5 unidades para las rendijas A y B respectivamente.

15. Suponga que para un experimento de difracción de electrones se usan tres rendijas y que el detector de electrones se coloca en la posición donde las ondas están en fase.

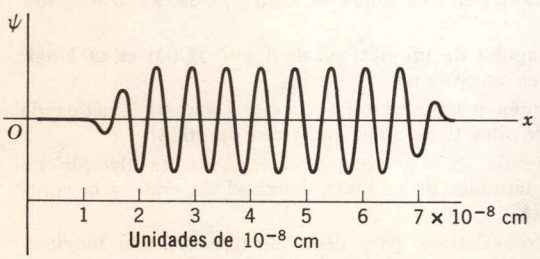
a) Si la rapidez de conteo en cada una de las rendijas independientemente es 100 cuentas por segundo, ¿cuál será la rapidez de conteo cuando están abiertas las tres rendijas?

b) Si se duplica la intensidad del haz electrónico, ¿por qué factor se incrementará la respuesta?

16. Los neutrones térmicos están en equilibrio térmico con objetos a temperatura ambiente. A esta temperatura $kT = 1/40$ ev. La masa del neutrón es 1.67×10^{-24} gm. ¿Cuál es la energía cinética promedio de un neutrón térmico? ¿cuál es la longitud de onda de un neutrón de tal energía?

17. Dos rendijas muy finas están separadas 0.01 mm. Un haz de electrones de 1 ev incide sobre esas rendijas; a 10 m de las rendijas se encuentra una pantalla. ¿Cuál es la separación entre dos mínimos sucesivos en la pantalla?

Prob. 18



18. La figura del Prob. 18 es una gráfica de la amplitud de onda asociada a un electrón. (Velocidad no relativista).

a) ¿Cuál es el impulso del electrón?

b) ¿Cuál es su energía cinética?

c) ¿Cuál es la incertidumbre en la posición del electrón?

d) ¿Cuál es la incertidumbre en el impulso?

e) ¿Cuál es la longitud de onda?

19. Cuando el autor oyó por vez primera algo sobre neutrones, se le enseñó que el neutrón estaba hecho de un electrón y un protón unidos por atracción electrostática. Suponga que el radio del neutrón de 10^{-13} cm:

a) De acuerdo con el principio de incertidumbre, ¿cuál será el valor de ΔP para tal electrón? El electrón tendría que estar localizado dentro del neutrón.

b) El impulso promedio más bajo para tal electrón sería ΔP. ¿Cuál será la energía para este electrón en mev? (Use la relación $E_T = \sqrt{(m_0c^2)^2 + P^2c^2}$.)

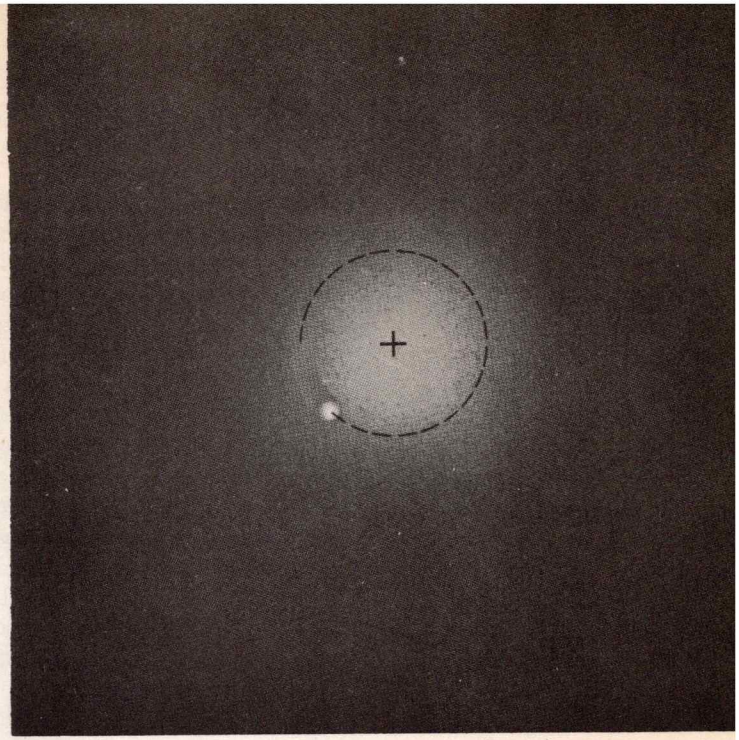
c) ¿Cuánta energía, en electrón volts, se necesita para vencer la fuerza electrostática y llevar al electrón desde 10^{-13} cm al infinito?

d) En base a sus respuestas (*b*) y (*c*): ¿Qué piensa de esta teoría del neutrón?

20. Un fotón puede tener una colisión, del tipo de las bolas de billar, con un electrón libre. Este fenómeno lo observó por vez primera A. H. Compton en 1923 y se le denomina el efecto Compton. Puesto que el electrón retrocede, se lleva algo de energía, $\frac{1}{2}\ mv^2$ y el fotón reduce su energía de hf a hf' donde $f' < f$. Suponga una colisión frontal (el fotón "rebota" en el electrón e invierte su dirección en 180°).

a) Escriba una ecuación en f, f' y v basada en la conservación del impulso.

b) Escriba una segunda ecuación en f, f' y v basada en la conservación de la energía.



Teoría atómica

Capítulo 13

Teoría atómica

13-1 Ondas asociadas a los electrones en una caja

Un electrón, libre en cautiverio

De una manera burda, se puede considerar a un átomo o a una molécula como una pequeña caja con electrones atrapados en su interior. Todos los átomos y las moléculas tienen la propiedad esencial de mantener a los electrones en una región determinada del espacio. Independientemente de la naturaleza exacta de tal caja, ésta tendrá ciertas propiedades cuánticas generales, que explican las paradojas clásicas consistentes en la radiación de frecuencias discretas por los átomos y en el hecho de que los átomos son estables. Se considerará primero el caso simple de un electrón en una caja idealizada. Después se estudiará el caso de un electrón atrapado en el campo electrostático atractivo del protón. Este último caso corresponde al átomo de hidrógeno.

Debido a la naturaleza ondulatoria de las partículas, un electrón libre confinado en una caja de longitud L se debe comportar de manera similar a una onda de sonido que rebota en un cuarto con paredes 100% reflectoras. Desde el capítulo 10, se ha hecho familiar la situación de una onda continua que se refleja en el extremo de una cuerda, o sobre una pared. Se recuerda que cuando una onda sinusoidal pura se refleja en el extremo de una cuerda, se produce un patrón de ondas estacionarias con un nodo en la superficie reflectora (ver Fig. 10-9). Como la probabilidad de encontrar a un electrón fuera de la caja es cero, la función de ondas del electrón debe tomar este valor en las paredes de la misma. La amplitud de la función de onda se determina de la necesidad de que la probabilidad total de encontrar al electrón dentro de la caja es uno.

La Fig. 13-1 muestra la forma de la amplitud de la función de onda para un electrón que se mueve en la dirección x. Generalmente, los físicos utilizan la letra griega ψ(psi) para designar a la amplitud de la función de onda de una partícula. Debido a la condición de que la onda asociada con el electrón tenga el valor cero en las paredes de la caja, las únicas ondas permitidas son aquellas que tengan un número entero de medias longitudes de onda en la distancia L. Así, $N(\lambda_N/2) = L$ ó $\lambda_N = 2L/N$, en donde N es un entero mayor que cero. De aquí se ve que sólo son permitidas ciertas funciones de onda, o estados electrónicos. Esta es la misma condición que la establecida por la Ec. 10-6 para las ondas en

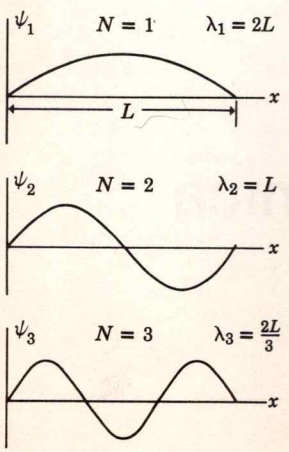


Fig. 13-1. Ondas estacionarias con las energías, más bajas asociadas a un electrón en una "caja" de longitud L. Advierta la similitud con las ondas estacionarias en una cuerda (Fig. 10-9).

una cuerda. Por la relación de De Broglie, Ec. 12-6, los electrones sólo pueden tener valores del impulso, correspondientes a $P_N = h/\lambda n$. Substituyendo $(2L/N)$ por λ_N en la relación de De Broglie, se obtiene $P_N = Nh/2L$ como únicos valores posibles para el impulso. Los valores correspondientes de la energía son

$$E_N = \tfrac{1}{2}mV_N^2 = \tfrac{1}{2}\frac{P_N^2}{m}$$

Niveles energéticos en una caja

ó

$$E_N = \frac{h^2}{8mL^2}N^2 \qquad (13\text{-}1)$$

a N se le llama número cuántico principal y puede ser cualquier entero diferente de cero. Así que la menor energía que puede tener el electrón es $E_1 = h^2/8mL^2$. A esta energía se le conoce como la energía del punto cero. El electrón no puede tener una energía menor que ésta, ya que no existen estados con menor energía. (El único estado con menor energía en la Fig. 13-1, que es cero en las paredes y en todo el interior de la caja, corresponde a la situación en que no se tiene presente ningún electrón). En la teoría clásica, el electrón emitiría ondas electromagnéticas, cada vez que rebotara (se acelerara) en una de las paredes de la caja, hasta alcanzar una energía cinética igual con cero. Así se empieza a entender la característica de la mecánica cuántica, que permite que un átomo de hidrógeno sea estable en su estado de mínima energía (le está prohibido colapsarse a un estado de menor energía, ya que tal estado no existe).

Cuando las leyes de la electrodinámica se aplican a fenómenos de la mecánica cuántica, se encuentra que una partícula cargada puede emitir un solo fotón a la vez. Sin embargo, como el electrón en la caja sólo puede tener ciertos valores definidos, o discretos, de energía, las energías de los fotones que pueda emitir también serán discretas. De acuerdo con la conservación de la energía, las frecuencias de la radiación estarán dadas por

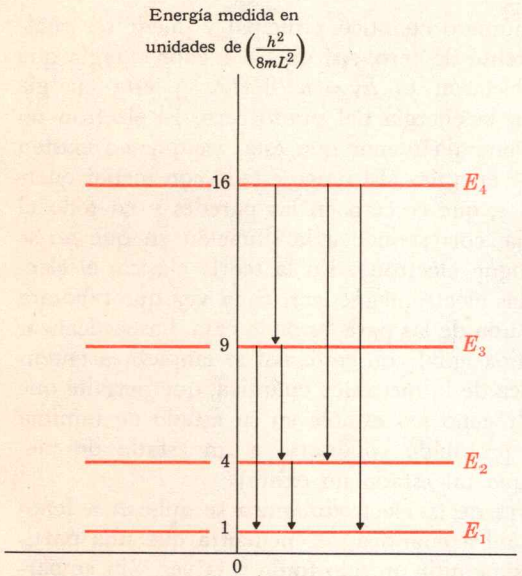
$$hf = E_N' - E_N \text{ en donde } N' > N \qquad (13\text{-}2)$$

Un electrón de energía E_N' puede caer repentinamente a una energía menor E_N, mediante la emisión de un fotón cuya energía es $(E_N' - E_N)$. Por ejemplo, un electrón en el estado $N = 4$ emitirá un fotón con una de las siguientes energías: $E_4 - E_3$, $E_4 - E_2$, ó $E_4 - E_1$. A la primera posibilidad le

Pregunta 1. ¿Cuál es la longitud de onda de la onda estacionaria para $N = 4$ en la Fig. 13-1? (Ponga el resultado en el marco). $\lambda_4 = \square\, L$.

podría seguir ya sea $E_3 - E_1$, ó $E_3 - E_2$ (a la cual seguiría $E_2 - E_1$). A la segunda posibilidad le podría seguir $E_2 - E_1$. Así que en total hay seis posibilidades diferentes o seis valores para la energía del fotón, correspondientes a seis frecuencias diferentes. En consecuencia, una caja que contiene electrones que inicialmente se encontraban en $N = 4$, emitirá un espectro que contiene líneas con seis diferentes frecuencias. En la Fig. 13-2 se ilustran las transiciones posibles como flechas verticales.

Fig. 13-2. Diagrama de niveles energéticos para un electrón en una caja unidimensional, mostrando las cuatro energías más bajas y las seis transiciones posibles.



Ahora tenemos un indicio de los argumentos físicos que conducen, en el caso de átomos, a un espectro discreto de frecuencias en vez de uno continuo. Todo se debe a la naturaleza ondulatoria de la materia que requiere que los electrones sólo pueden encontrarse en ciertas ondas estacionarias definidas, ya sea confinadas en el interior de una caja o en la región alrededor de un núcleo atómico.

Ejemplo 1

Un electrón se encuentra atrapado en una caja de 10^{-8} cm de longitud en la dirección x. Solamente para el movimiento en la dirección x:

a) ¿Cuál es, en ev, la energía del punto cero?

b) ¿Cuál es la longitud de onda de la "luz" emitida en la transición del estado $N' = 2$ al $N = 1$?

La energía del punto cero es, por la Ec. 13-1,

$$E_1 = \frac{h^2}{8mL^2} = 6.02 \times 10^{-11} \text{ ergs} = 37.5 \text{ ev}$$

La energía del fotón es

$$hf = E_2 - E_1 = \frac{h^2}{8mL^2}\,(2^2 - 1^2).$$

$$hf = 3 \times 37.5 = 112.5 \text{ ev}$$

Utilizando la Ec. 12-4, que relaciona la energía del fotón expresada en ev, con la longitud de onda expresada en Å: $\lambda = 12{,}390/112.5 = 110$ Å. Esta radiación no sería visible, ya que es radiación ultravioleta.

13-2 El átomo de hidrógeno

Una caja con paredes mullidas

Hasta ahora sólo se ha tratado el caso especial en el que la energía cinética del electrón es la misma en todo el interior de la caja. Ahora se discutirá el caso más general en que la

Respuesta 1. $\lambda_4 = \frac{1}{2}L$.

energía cinética puede variar como una función de la posición en la "caja".

A medida que un electrón "cae" hacia el protón, su energía cinética aumenta. ¿Cuál será el comportamiento de la función de onda del electrón? De acuerdo con De Broglie, si su impulso aumenta, su longitud de onda debe disminuir. En general

$$\lambda = \frac{h}{P}$$

ó

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m(E_C)}}$$

Para el sistema del electrón y el protón, la suma de las energías cinéticas y potencial E_T es constante.

Entonces $E_C = E_T - U$ y

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m(E_T - U)}} \tag{13-3}$$

Para el átomo de hidrógeno

$$U = \frac{-e^2}{r}$$

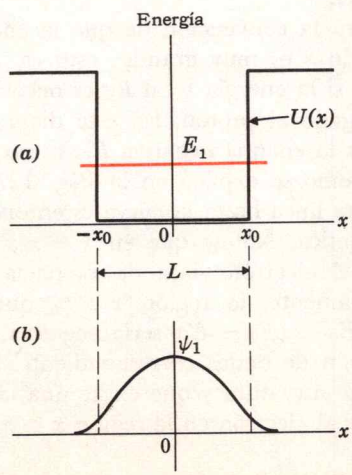
Entonces, la longitud de onda del electrón será

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m(E_T + e^2/r)}}$$

Así, en la situación general de una partícula sobre la cual actúa una fuerza, se obtiene una función de ondas cuya longitud de onda varía continuamente. En 1925, E. Schroedinger propuso una ecuación que permite la construcción cuantitativa de tales ondas.* En una región de longitud de onda grande (E_C pequeña) la ecuación de Schroedinger da una onda que se curva gradualmente hacia el eje x. Para mayores E_C, la curvatura de la onda hacia el eje x será mayor. Para un valor fijo de la E_C, la onda será una onda sinusoidal pura. Sin embargo, la ecuación de Schroedinger trata también el caso matemático de valores negativos de la $E_C = E_T - U$ (esto es imposible clásicamente). En este caso, la función de ondas se curva alejándose del eje x.

* Para una "derivación" de la ecuación de Schroedinger, vea el Apéndice 13-1.

Fig. 13-3. (a) Gráfica de la curva de energía potencial $U(x)$ correspondiente a una caja de longitud L. (b) Función de onda de la onda estacionaria más baja.



Pregunta 2. Si en la Fig. 13-3 se disminuyera L, manteniendo constante la profundidad del pozo, ¿aumentaría o disminuiría E_1?

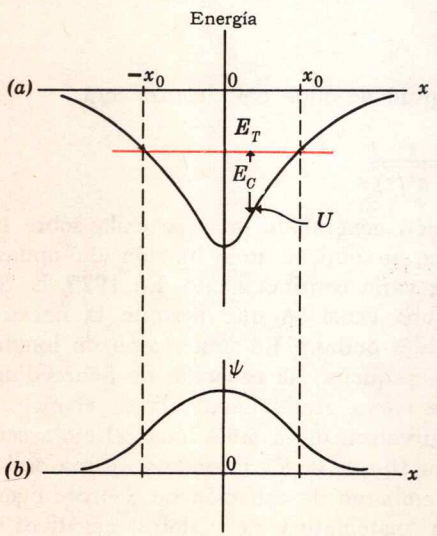
La Fig. 13-3 es una gráfica de la curva de energía potencial $U(x)$, que corresponde a las paredes de una caja de longitud L. Para una caja perfecta con paredes impenetrables, el valor de $U(x)$ se irá al infinito sobre las paredes. A esto se le conoce como el pozo cuadrado con paredes infinitas, que ya se estudió en la sección 13-1. Ahora se considerará a un pozo cuadrado con paredes finitas, que es un modelo más realista para el átomo. En la Fig. 13-3*a* se muestra la energía de la onda estacionaria más baja, como una línea roja horizontal. Nótese que en este caso, la función de ondas ψ_1 no toma el valor cero en las orillas del pozo, sino que en $x = x_0$, sufre un cambio brusco en su curvatura. En la región externa al pozo $(x > x_0)$, la cantidad $(E_T - U)$ es negativa y ψ se curva alejándose del eje x. Dentro del pozo de potencial, $(E_T - U)$ es constante y positiva, correspondiendo a una energía cinética constante, y entonces ψ debe ser una onda sinusoidal pura.

A continuación, en la Fig. 13-4, se da un paso más hacia el átomo de hidrógeno al considerar una $U(x)$ similar a la energía potencial entre el electrón y el protón, o la energía potencial de un electrón en un átomo más grande que contiene a otros electrones.

Aquí se seguirá la convención de que la energía potencial U es cero cuando x es muy grande; esto es, $U = 0$ cuando $x = \infty$. Así que si la energía total E_T es negativa, el electrón se encontrará ligado al protón. En este diagrama de potencial se muestra a la energía negativa E_T, como una línea roja horizontal, tal como se explicó en la Pág. 127. La distancia vertical desde esta línea hasta la curva es entonces $(E_T - U)$, o la energía cinética. Nótese que en $x = x_0$, la E_C es cero. A medida que el electrón viaja de x_0 hacia $x = 0$, su E_C aumenta. Clásicamente, la región $x > x_0$ queda prohibida. En esta región, $E_C = (E_T - U)$ sería negativa. La Fig. 13-4*b* muestra la función de ondas correspondiente. Nótese que en $x = x_0$ cambia la curvatura y que existe una cierta probabilidad de encontrar al electrón en la región $x > x_0$, clásicamente prohibida.

Si el valor de E_T (la línea horizontal de la Fig. 13-4*a*) fuera algo mayor, la función de onda correspondiente tendría una mayor curvatura. Ciertos valores discretos de E_T darían entonces lugar a las ondas estacionarias requeridas, que se irán a cero para valores grandes de x. La Fig. 13-5 muestra las tres ondas estacionarias más bajas posibles. Cada una de ellas

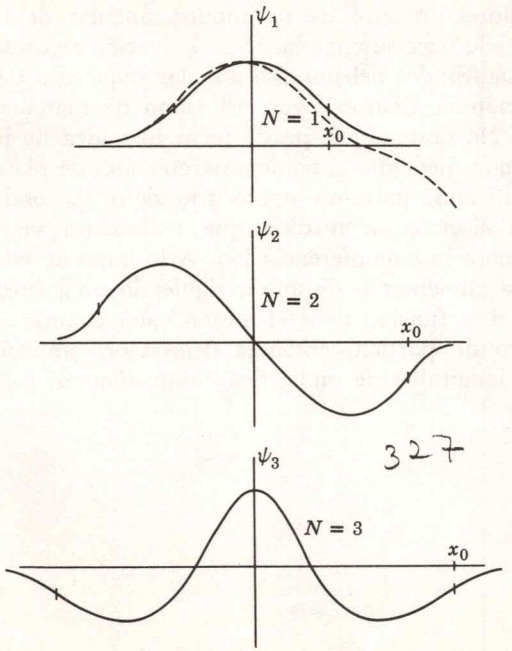
Fig. 13-4. (*a*) Gráfica de la energía potencial similar a la del electrón en el átomo de hidrógeno. (*b*) La correspondiente onda con la energía más baja asociada con el electrón.



Respuesta 2. E_1 aumentaría.

Niveles energéticos del hidrógeno

Fig. 13-5. Las tres funciones de ondas con las energías más bajas correspondientes a la energía potencial mostrada en la Fig. 13-4*a*. La línea punteada representa a ψ para una energía ligeramente mayor a E_1.



Pregunta 3. Suponga que la curva punteada de la Fig. 13-5 se hubiera trazado para una energía ligeramente menor que E_1. ¿Cuál sería su aspecto si su valor fuera cero en $x = -\infty$?

corresponde a diferentes valores de la energía E_1, E_2 y E_3. Nótese que a medida que N aumenta, también lo hace x_0. Esta es una característica general de los átomos a medida que aumenta el número cuántico N, más grande es la extensión de la onda asociada al electrón.

Finalmente consideremos el verdadero pozo de potencial para un electrón en un átomo de hidrógeno. El potencial es $U(r) = -e^2/r$ y su gráfica se muestra en la Fig. 13-6. En ella se muestran a las energías E_1, E_2 y E_3, que corresponden a las primeras tres ondas estacionarias, junto con sus funciones de onda ψ. Para poder obtener los valores exactos de los niveles de energía, se debe resolver la ecuación de Schroedinger con un potencial coulombiano. Este es un problema de cálculo avanzado.* Aquí se presenta sólo la solución

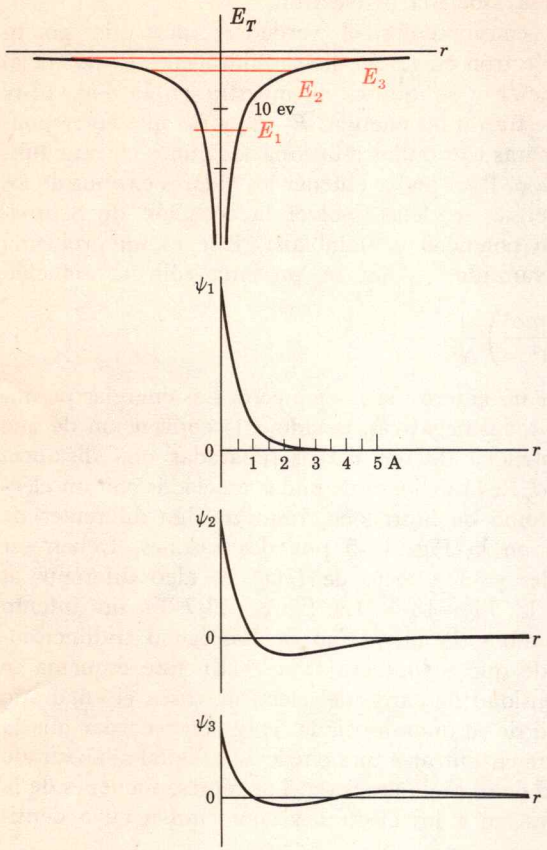
$$E_N = -\left(\frac{2\pi^2 me^4}{h^2}\right)\frac{1}{N^2} \qquad (13\text{-}4)$$

en donde N es un entero mayor que cero. Las energías permitidas resultan todas negativas, debido a la convención de que la energía potencial de dos cargas separadas una distancia infinita es cero. Las funciones de ondas asociadas con un electrón en un átomo de hidrógeno, resultan algo diferentes de las mostradas en la Fig. 13-5 por dos razones. Deben ser tridimensionales y el aspecto de $U(r)$ es algo diferente al mostrado en la Fig. 13-4. La figura 13-7 es un intento de mostrar cómo sería un átomo de hidrógeno tridimensional, en caso de que se pudiera "ver".† En este esquema se muestra la densidad de carga del electrón, o sea el cuadrado de la amplitud de su onda asociada. Hay que recordar que la probabilidad de encontrar a una partícula es igual al cuadrado de la amplitud de su onda asociada. Las representaciones de la Fig. 13-7 muestran a los electrones como nubes cuya densi-

* En el apéndice 13-2 se establece una derivación aproximada.

† Ocasionalmente escuchamos que no es posible dibujar el esquema de un átomo, o que estas nubes electrónicas no son reales en el sentido de que no son observables. Es cierto que siempre que se observa un electrón, se le localiza más bien en un punto que en una zona extensa. Sin embargo, desde otro punto de vista, estas nubes electrónicas pueden observarse y, por consiguiente, son reales. En principio, la distribución de carga de cierto tipo de átomos puede medirse de la misma manera que se ha medido la distribución de carga en el interior del protón y el neutrón. Como se explicó en el capítulo 15, esto se hace dispersando un haz de electrones en el objeto en cuestión y midiendo cuidadosamente el patrón de los electrones dispersados.

Fig. 13-6. (*a*) Gráfica de la energía potencial del electrón en el átomo de hidrógeno, mostrando los tres primeros niveles de energía. (*b*) Las correspondientes funciones de onda del hidrógeno (para $l = 0$).



Respuesta 3. Nunca cruzaría el eje x y se iría a $a + \infty$ a medida que x tendiera $a + \infty$.

dad es proporcional a la intensidad de las ondas asociadas con las partículas. Es como observar borlas de humo. Como se verá en la sección 13-6, los dibujos correspondientes a $N = 2$ y $N = 3$ de la Fig. 13-7 resultan bastante parecidos a los de los electrones exteriores de los átomos de litio a sodio.

Impulso angular orbital

Clásicamente, una órbita planetaria de energía determinada puede tener, en función de su excentricidad cualquier valor para su impulso angular, comprendido entre 0 y mvr, en donde v es la velocidad circular y r es el radio de la órbita circular correspondiente a esa energía. (Ver Ec. 5-1). Sin embargo, una partícula en una onda estacionaria sólo puede tener ciertos valores discretos de su impulso angular de la misma forma que lo hace su energía. Una derivación rigurosa de los valores cuantizados del impulso angular requeriría del uso de la ecuación de Schroedinger, así como de matemáticas avanzadas. No obstante, se puede tener una idea de lo que está ocurriendo mediante el siguiente argumento de plausibilidad. Examinemos, para un punto fijo de r, la onda estacionaria del electrón, a medida que realiza un viaje completo en torno a la circunferencia $2\pi r$. A lo largo de este camino, ψ puede aumentar o disminuir siguiendo un patrón sinusoidal, pero si la función tiene el mismo valor cuando se regresa al punto de partida, entonces debe tener un número entero de longitudes de onda. Sea l este número:

$$2\pi r = l\lambda_l$$

Pero

$$\lambda_l = \frac{h}{P_l}$$

ó

$$2\pi r = l\frac{h}{P_l}$$

y

$$rP_l = l\frac{h}{2\pi}$$

que es el impulso angular. Esto es un resultado muy general. *El impulso angular orbital sólo puede tomar los valores $lh/2\pi$ en donde l es cualquier entero positivo, incluyendo al cero.* El máximo valor posible de l queda determinado por la relación $l = 2\pi r/\lambda_l$ o por el mínimo valor posible de λ_l. Este

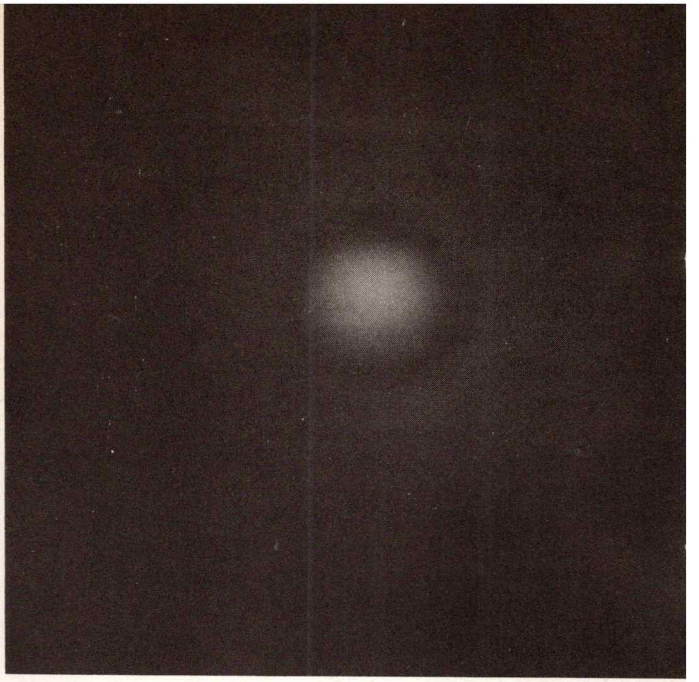
Fig. 13-7. Las intensidades de las ondas asociadas con los electrones de energía más baja (o densidades de carga) para el átomo de hidrógeno. Estos esquemas son proyecciones en un plano de las intensidades de las ondas tridimensionales de la teoría de Schroedinger. Se presentan vistas laterales y superiores para cada valor de N, l, y m_l, hasta un máximo $N - 3$.

Superior

1 Å

$N = 1, l = 0, m = 0$

Lateral

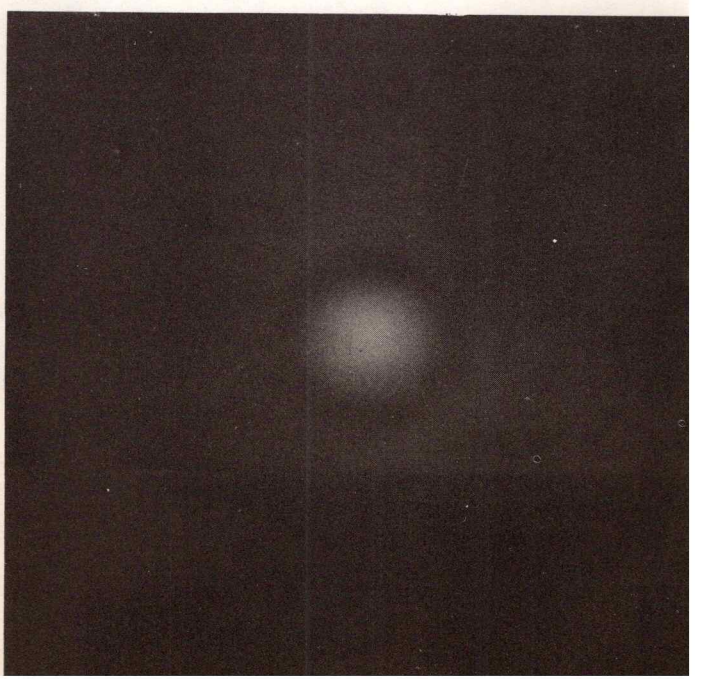


Superior

$N = 2, l = 0, m_l = 0$

1 Å

Lateral

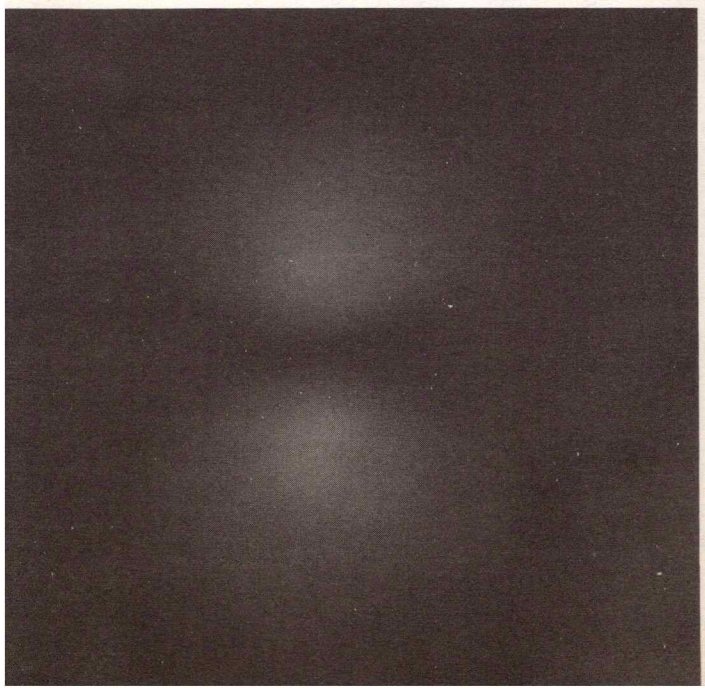


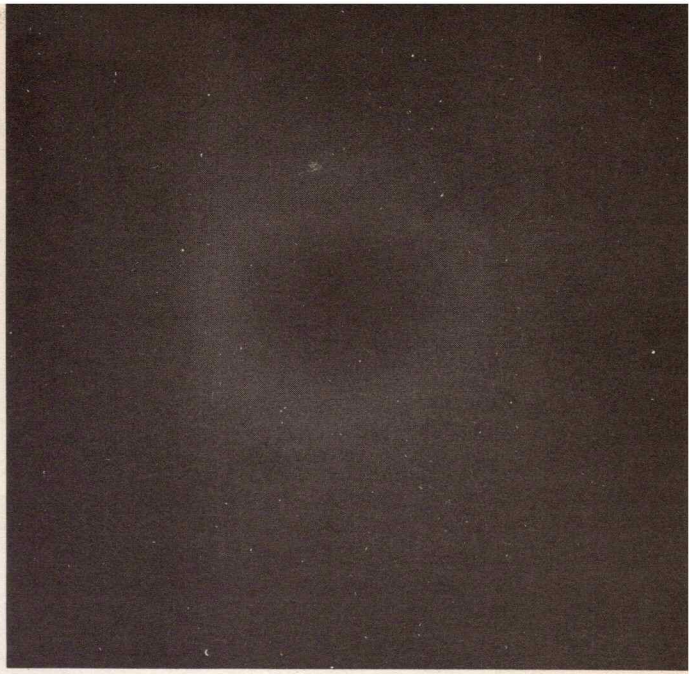
Superior

1 Å

$N = 2, l = 1, m_l = 0$

Lateral



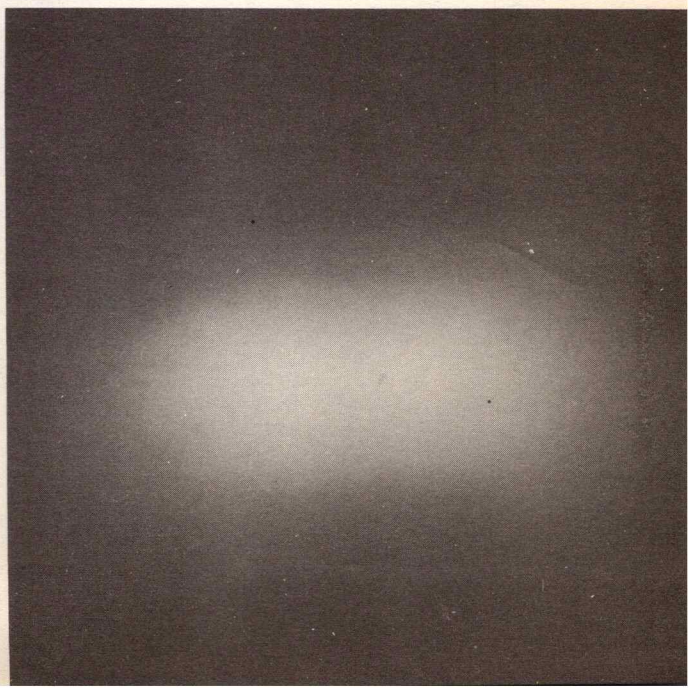


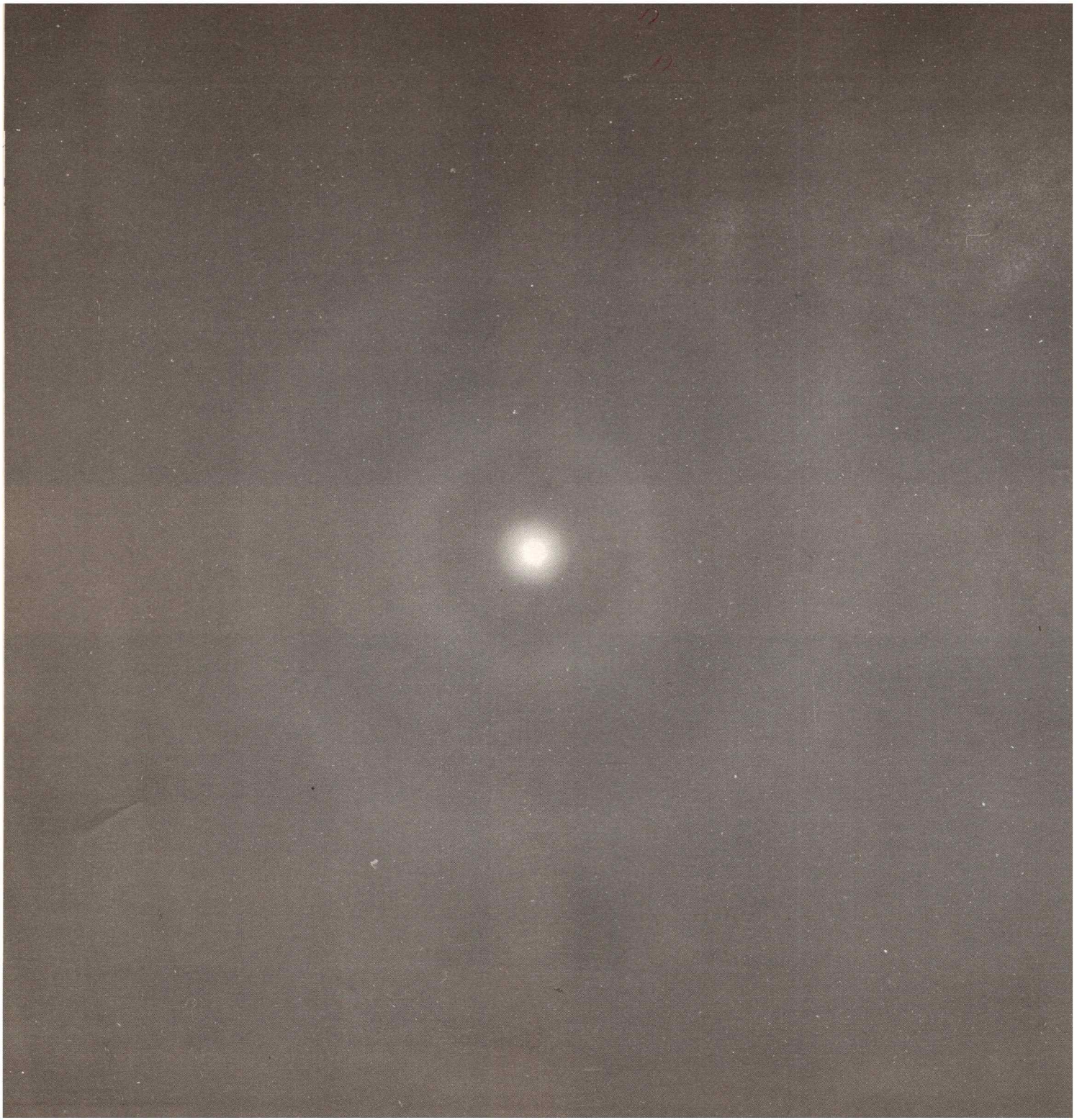
Superior

$N = 2, l = 1, m_l = \pm 1$

1 Å

Lateral



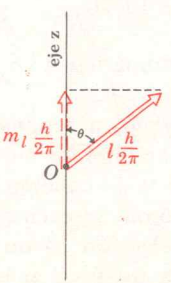


SUPERIOR Y LATERAL

$N = 3, l = 0, m_l = 0$

1 Å

Fig. 13-8. Dirección del vector de impulso angular cuantizado, en términos de los números cuánticos l y m_l.



Pregunta 4. ¿Cuántas funciones de ondas diferentes asociadas con el electrón, existen para $N = 3$?

último queda determinado a su vez, por la máxima curvatura posible de la onda, la cual queda determinada, tal como se muestra en las Figs. 13-5 y 13-6, por la magnitud de la energía cinética. El resultado es, como era de esperarse, que estas "ondas circulares" de longitud de onda λ_l no pueden tener más oscilaciones que las "ondas radiales" mostradas en la Fig. 13-6. El resultado es que el máximo valor posible de l es $(N - 1)$.

Hasta ahora, sólo se ha discutido la magnitud del vector de impulso angular. Como se podría esperar, no sólo la magnitud, sino también la dirección de este vector están cuantizadas. La dirección queda especificada por otro número cuántico m_l, que puede ser cualquier entero desde $-l$ hasta $+l$. El significado físico de m_l está relacionado con la cantidad $m_l h/2\pi$, que es la componente del vector impulso angular, a lo largo de una dirección específica (comúnmente el eje z). En la Fig. 13-7, esta dirección específica es la dirección de abajo hacia arriba de la página. Clásicamente, el vector de impulso angular sería como el mostrado en la Fig. 13-8, en donde θ es el ángulo entre el impulso angular y el eje z. El ángulo cuantizado θ se determina por la relación

$$\cos\theta = \frac{m_l \frac{h}{2\pi}}{l \frac{h}{2\pi}} = \frac{m_l}{l}$$

Se necesitan en total tres números cuánticos N, l y m_l, para especificar completamente a la función de onda tridimensional del electrón (o "la órbita") en el átomo de hidrógeno, La Fig. 13-7 muestra las nubes electrónicas correspondientes a diferentes posibilidades de l y de m_l, cuando N toma diferentes valores, hasta un máximo $N = 3$.

Se ve que las ondas estacionarias $(N = 2, l = 0)$ y $(N = 2, l = 1)$ resultan bastante diferentes y, en general, se espera que correspondan a diferentes valores de la energía. Sin embargo, el potencial coulombiano $U = -e^2/r$ tiene la característica especial de que la energía depende sólo de N, y no de l. Por consiguiente, la ecuación 13-4 es aplicable para todos los valores de l que tengan la misma N. Como se verá cuando se trate el caso de átomos multielectrónicos, el potencial que actúa sobre los electrones exteriores, no es solamente el producido por una carga puntual en el núcleo y entonces la energía depende tanto de l como de N.

Ejemplo 2

¿Cuántas funciones de ondas electrónicas diferentes existen para $N = 2$?

Para $N = 2$, sólo existen dos valores posibles de l ($l = 0$ y $l = 1$). Para $l = 0$, el único valor posible de m_l es 0. Para $l = 1$, existen tres valores posibles de m_l (-1, 0, y $+1$). Por consiguiente, existen tres funciones de ondas para $l = 1$, más una para $l = 0$, o sea existen cuatro "órbitas" posibles para $N = 2$.

13-3 El espectro del hidrógeno

Una fórmula de prueba y error

En esta sección se estudiará el espectro del hidrógeno. Para un repaso de la teoría y construcción de un espectrógrafo, véase la pág. 276.

De acuerdo con la conservación de la energía (véase la Ec. 13-2), todas las líneas del espectro del hidrógeno deben cumplir con la relación

$hf = E_{N'} - E_N$, en donde $N' > N$

Por la Ec. 13-4

$$E_{N'} - E_N = \frac{2\pi^2 me^4}{h^2}\left(\frac{1}{N^2} - \frac{1}{N'^2}\right)$$

Así que

$$hf = 13.6\left(\frac{1}{N^2} - \frac{1}{N'^2}\right) \text{ ev} \qquad (13.5)$$

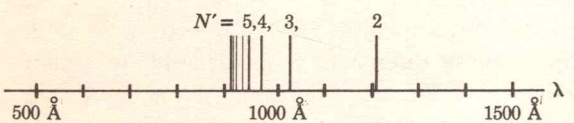
El coeficiente numérico 13.6 ev, se obtiene de los valores conocidos de m, e y h.

El gas hidrógeno, a temperatura ambiente, tiene virtualmente a todos sus átomos en el estado base y no emite luz. Sin embargo, si se le calienta a muy altas temperaturas, algunos de sus átomos se excitan pasando a niveles energéticos superiores. Un electrón en un nivel energético superior hará una transición a un nivel más bajo mediante la emisión de un fotón con una energía correspondiente a la diferencia de energías. Un átomo, o un electrón, que tenga una energía cinética mayor que 10.2 ev puede, en una colisión con un átomo de hidrógeno, ceder exactamente 10.2 ev de su energía cinética y excitar al átomo de hidrógeno de E_1 a E_2. Nótese que $E_2 - E_1 = 10.2$ ev.

Ejemplo 3

¿Cuál es la mayor longitud de onda que puede emitirse en las transiciones al estado base? ¿Es esta radiación visible para el ojo humano?

Fig. 13-9. Las líneas de la serie de Lyman en el espectro de emisión del hidrógeno.



Respuesta 4. El aumento con respecto a $N = 2$, proviene de $l = 2$, que contribuye con 5 valores posibles de m_l. Por consiguiente, el total es $5 + 4 = 9$.

Por la Ec. 13-4

$$hf = 13.6\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{N'^2}\right)$$

La elección $N' = 2$ resulta en la f más pequeña, o la mayor λ,

$$hf = 13.6(1 - \tfrac{1}{4}) = 10.2 \text{ ev}$$

$$\lambda = \frac{12{,}390}{10.2} = 1210 \text{ Å}$$

Puesto que el espectro visible está comprendido entre 4000 y 7500 Å, esta línea no podrá ser percibida por el ojo humano.

La serie completa para $N = 1$, formaría el espectro mostrado en la Fig. 13-9. Esta se conoce como la serie de Lyman y fue descubierta en 1906 utilizando espectroscopia ultravioleta. Adviértase que la serie es una sucesión infinita de líneas que convergen hacia una longitud de onda de 908 Å, que corresponde a $N' = \infty$. De acuerdo con la Ec. 13-4, un número cuántico infinito corresponde a una energía igual con cero, o sea, a un átomo de hidrógeno ionizado (un electrón y un protón libres, separados por una distancia muy grande). Así, si a un átomo de hidrógeno en su estado base se le comunican 13.6 ev de energía, el electrón adquirirá la energía necesaria para escapar del protón. A este valor particular, 13.6 volts, se le conoce como potencial de ionización del hidrógeno.

Fig. 13-10. Todas las líneas posibles del espectro del hidrógeno, hasta $\lambda = 7000$ Å.

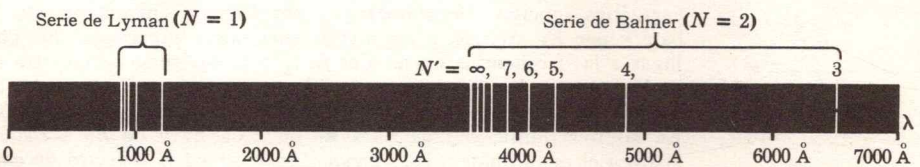
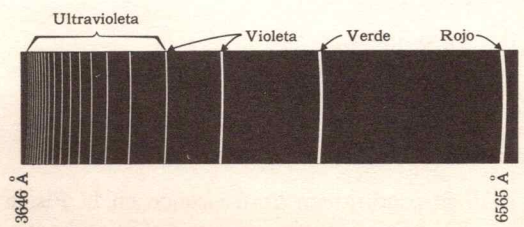


Fig. 13-11. Fotografía del espectro del hidrógeno utilizando un espectrógrafo ultravioleta. Tomado de *Concepts of Modern Physics,* de Arthus Beiser Copyright 1963, McGraw-Hill, Inc. Mcgraw-Hill Book Company. Usado con permiso.



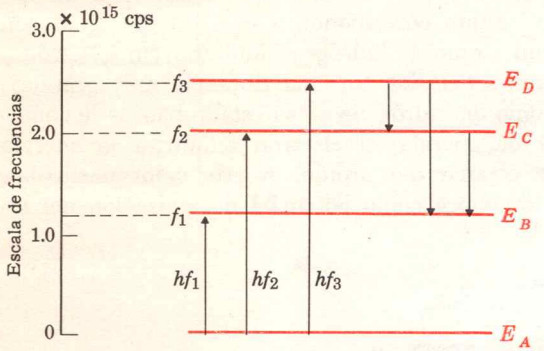
Para $N = 2$, los cuatro valores más bajos de N' ($N' = 3$, 4, 5, 6) proporcionan líneas en la región visible (ver las Figs. 13-10 y 13-11). En 1885, sólo se conocían estas cuatro líneas del espectro del hidrógeno. En ese año, un maestro de escuela suizo, Johann Balmer, utilizando el método de prueba y error, descubrió la siguiente relación numérica entre las cuatro líneas:

$$f = C\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{N'^2}\right)$$

donde C es una constante cuyo valor es 3.29×10^{15} ciclos/seg. Balmer predijo que debería existir una quinta línea, correspondiente a $N' = 7$, con una longitud de onda de 3970 Å,

y que se encontraría en el extremo inferior del espectro visible. Poco después se descubrió ésta y otras líneas que corresponden a valores de $N' > 7$. Balmer especuló también que el término $1/2^2$ de su fórmula podría reemplazarse por $1/1^2$, y $1/3^2$, prediciendo así más líneas en las regiones ultravioleta e infrarroja, respectivamente. Estas dos series se descubrieron en 1906 y 1908 y reciben los nombres de series de Lyman y de Paschen, respectivamente. Así, en los albores de este siglo, se había establecido la relación numérica dada por la Ec. 13-5 y faltaba que alguien inventara una teoría que condujera a esta ecuación partiendo de constantes físicas fundamentales, tales como la carga y la masa del electrón. El primer hombre que hizo esto fue Niels Bohr en 1913.

Fig. 13-12. Figura para el ejemplo 4 en la cual se muestran las seis transiciones posibles entre cuatro niveles energéticos.



Ejemplo 4

En el espectro de absorción de un elemento desconocido, que llamaremos elemento X, se observan tres líneas de frecuencias $f_1 = 1.2 \times 10^{15}$, $f_2 = 2.0 \times 10^{15}$ y $f_3 = 2.5 \times 10^{15}$ ciclos/seg. El problema consiste en encontrar seis líneas que deben aparecer en el espectro de emisión de este elemento hipotético.

Un espectro de absorción se obtiene al hacer pasar un espectro continuo a través del gas del elemento X en su estado base, y aparece como líneas oscuras en el espectro continuo. Sólo se absorben aquellas frecuencias que corresponden a transiciones del estado base a niveles energéticos superiores; esto es, cada una de las tres líneas anteriores corresponde a una transición del estado base al nivel energético superior. Denominaremos por E_A a la energía del estado base y por E_B, E_C, E_D, a los niveles energéticos superiores, que dan lugar a las frecuencias observadas f_1, f_2, y f_3, tal como se muestra en la Fig. 13-12. Las transiciones en E_D a E_A, E_C, a E_A y E_B a E_A aparecerán tanto en el espectro de emisión como en el de absorción. En las tres transiciones de E_D a E_C de E_D a E_B y de E_C a E_B, no aparece el estado base y sólo pueden aparecer en el espectro de emisión. Debido a la relación $E_T = hf$, las energías son directamente proporcionales a sus frecuencias. Se puede trazar una escala de frecuencias vertical y leer en ella que la frecuencia correspondiente a la transición $(E_D - E_C)$ es justamente $(f_3 - f_2) = 0.5 \times 10^{15}$ ciclos/seg. Las otras dos frecuencias son:

$$f_{DB} = (f_3 - f_1) = 1.3 \times 10^{15} \text{ cps}$$

y

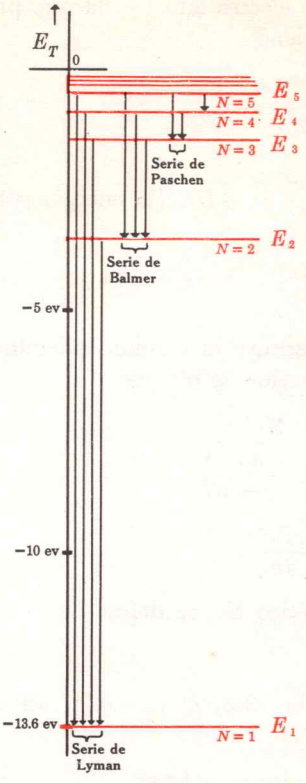
$$f_{CB} = (f_2 - f_1) = 0.8 \times 10^{15} \text{ cps}$$

13-4 El modelo de Bohr

El puente entre lo clásico y lo moderno

Alrededor de 1926 se produjo un gran avance en la Física con el rápido desarrollo de la mecánica cuántica. Sin embargo,

Fig. 13-13. Los cinco niveles de energía más bajos para el átomo de hidrógeno se muestran en rojo. Los saltos cuánticos correspondientes, o líneas espectrales, tienen frecuencias proporcionales a las longitudes de las flechas. Las tres primeras líneas rojas son iguales a las de la Fig. 13-6*a*.



Pregunta 5. En una órbita circular en el modelo de Bohr, la magnitud de la energía potencial es igual a la E_C. ¿cierto o falso?

trece años antes Niels Bohr propuso una teoría que explicaba con mucha precisión el espectro completo del hidrógeno y proporcionaba también un modelo físico para la estructura atómica estable. Bohr relacionó la fórmula de Balmer y el concepto de fotón desarrollado por Einstein y por Planck. Él pensó que en el átomo de hidrógeno deberían existir ciertos niveles energéticos definidos y que, de acuerdo con el concepto de fotón, la diferencia entre estas energías daría lugar a fotones de energías hf. Si la fórmula de Balmer se multiplica por la constante de Planck, se obtiene

$$hf = 13.6\left(\frac{1}{N^2} - \frac{1}{N'^2}\right) \text{ ev}$$

Esto le sugirió a Bohr que los niveles energéticos del hidrógeno deberían ser $E_N = -13.6\ (1/N^2)$, expresados en ev. Estos niveles energéticos y los brincos cuánticos correspondientes, o líneas espectrales, se muestran en la Fig. 13-13. Entonces Bohr se enfrentó al problema de cómo derivar estos niveles energéticos a partir de una teoría solamente. La teoría que desarrolló es tan simple y de tanta importancia histórica que, aunque en la actualidad se sabe que no es correcta, será presentada aquí. Bohr se imaginó a las posibles órbitas electrónicas como órbitas planetarias circulares clásicas y buscó una regla que permitiera sólo ciertas energías, o radios orbitales. La regla que inventó fue que el impulso angular

$$mvR = N\frac{h}{2\pi} \qquad (13\text{-}6)$$

Adviértase que el postulado de Bohr difiere en dos aspectos del conocimiento que tenemos actualmente del átomo de hidrógeno. En primer término, se sabe que las órbitas clásicas no son aplicables y que el electrón debe expresarse como una onda. En segundo término, se sabe que el impulso angular no es $N(h/2\pi)$, sino $l(h/2\pi)$, que siempre es menor que el valor dado por Bohr. Así que debe considerarse como un accidente afortunado el hecho que de la teoría de Bohr se obtuvieran los niveles energéticos correctos para el hidrógeno. La experiencia indica que es común que se obtengan resultados correctos, aunque el razonamiento esté equivocado. Esto puede ocurrirle hasta a un gran hombre.

Ahora se estudiará la deducción que hizo Bohr de los niveles energéticos de un electrón en el campo de un núcleo con

carga Ze. Del postulado de Bohr (Ec. 13-6) se obtiene para el radio de la órbita N,

$$R_N = N\frac{h}{2\pi mv} \tag{13-7}$$

Como la fuerza electrostática es la que proporciona la fuerza centrípeta, se tiene

$$\frac{mv^2}{R_N} = \frac{Ze^2}{R_N{}^2}$$

ó

$$mv^2 = \frac{Ze^2}{R_N} = -U \quad \text{(la energía potencial)} \tag{13-8}$$

y

$$v^2 = \frac{Ze^2}{mR_N}$$

Cuando se substituye el segundo miembro de la Ec. 13-7 en la ecuación anterior, se obtiene

$$v^2 = \frac{Ze^2}{m\left(\frac{Nh}{2\pi mv}\right)}$$

$$v = \frac{2\pi Ze^2}{Nh} \tag{13-9}$$

El nivel energético E_N, se define como

$$E_N = E_C + U$$

Por la ecuación 13-8, $U = -mv^2$, así que la ecuación anterior resulta

$$E_N = \tfrac{1}{2}mv^2 - mv^2 = -\tfrac{1}{2}mv^2 \tag{13-10}$$

El resultado final se obtiene elevando al cuadrado el segundo miembro de la Ec. 13-9 y substituyéndolo en el segundo miembro de la Ec. 13-10

Niveles energéticos de un electrón y de un núcleo de carga Ze

$$E_N = -\frac{2\pi^2 mZ^2e^4}{h^2}\frac{1}{N^2} = -13.6\left(\frac{Z^2}{N^2}\right) \text{ ev} \tag{13-11}$$

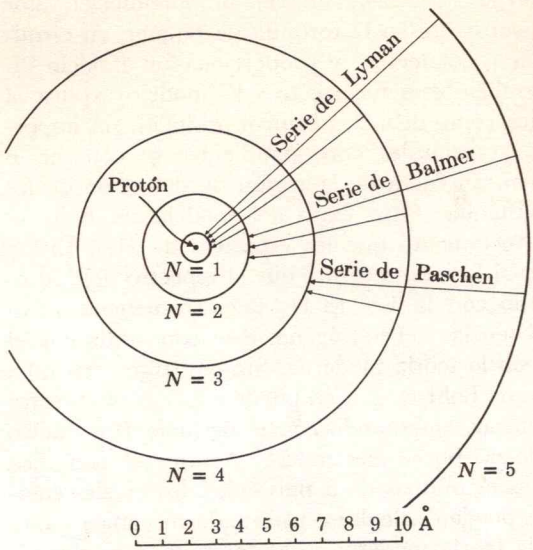
Esta es la misma respuesta que la que se obtiene de la mecánica cuántica actual. (ver Ec. 13-4). El modelo de Bohr también tiene una respuesta simple para el tamaño de los átomos. La fórmula para R_N se obtiene substituyendo la Ec. 13-9 en la Ec. 13-7. Entonces

Respuesta 5. Falso. La relación correcta es $1/2\ mv^2 = -1/2\ U$.

$$R_N = N^2 \frac{h^2}{4\pi^2 Z m e^2} \tag{13-12}$$

Para el estado base del hidrógeno, $(N = 1, Z = 1)$, $R_1 = h^2/4\pi^2 me^2 = 0.53$ Å. Este resultado está bastante próximo al tamaño de la nube electrónica que predice la mecánica cuántica (ver Fig. 13-7). Para el estado $N = 2$, la fórmula de Bohr predice una órbita con un diámetro cuatro veces mayor. Esto también concuerda bastante bien con la Fig. 13-7. En el apéndice 13-2 se da una derivación aproximada utilizando la moderna teoría ondulatoria.

Fig. 13-14. Dibujo a escala de las cinco órbitas de Bohr más bajas para el hidrógeno, mostrando las posibles transiciones electrónicas.



Ejemplo 5

¿Cuál es la velocidad del electrón en un átomo de Bohr en su estado base en términos de la velocidad de la luz?

Dividiendo la Ec. 13-9 entre c y haciendo $N = 1$ se obtiene

$$\frac{v}{c} = \frac{2\pi Z e^2}{hc}$$

Para el átomo de hidrógeno: $Z = 1$ y $v/c = 2\pi e^2/hc = 1/137$.

Ejemplo 6

¿Qué relación existe entre los espectros de He^+ y del hidrógeno?

El helio ionizado una sola vez (He^+) consiste de un núcleo de helio ($Z = 2$) con sólo un electrón orbital. Haciendo $Z^2 = 4$ en la Ec. 13-11 se obtiene

$$E_N = -4 \times 13.6 \left(\frac{1}{N^2}\right) \text{ev}$$

Así que los fotones emitidos por el He^+ tendrán las energías

$$hf = 4 \times 13.6 \left(\frac{1}{N^2} - \frac{1}{N'^2}\right) \text{ev}$$

que son mayores que las del hidrógeno exactamente por un factor de 4. Similarmente, el espectro del Li^{++} se puede obtener del de hidrógeno, simplemente multiplicando todas las frecuencias del hidrógeno por el factor $Z^2 = 9$.

Bohr visualizó la radiación atómica como "brincos" repentinos de un electrón de una órbita circular externa a una interna. La Fig. 13-14 muestra las 5 órbitas de Bohr más bajas para el hidrógeno, dibujadas a escala. Las flechas indican los brincos correspondientes a las líneas de las series de Lyman, Balmer y Paschen en el espectro del hidrógeno. Nótese que las longitudes de estas flechas no son, como en la Fig. 13-13, proporcionales a las energías del fotón.

Pregunta 6. Un núcleo de carga Z tiene $(Z - 1)$ partículas cargadas negativamente unidas a él. ¿Cómo sería el espectro emitido por un electrón orbital?

Fig. 13-15. Niels Bohr esquiando en Los Alamos. (Cortesía de la Sra. Laura Fermi y de la Prensa de la Universidad de Chicago).

Respuesta 6. Como la carga neta del núcleo blindado es Z = 1, el espectro sería igual al del hidrógeno.

El modelo de Bohr tuvo bastante éxito. Predice el tamaño del átomo y esta predicción concuerda bastante bien con las medidas experimentales. Proporciona una expresión (la fórmula de Balmer) para las longitudes de onda de todas las líneas del espectro del hidrógeno y esta expresión concuerda muy bien con las medidas. También proporciona el valor numérico de la constante en la fórmula de Balmer, en términos de m, e, c y h solamente, y proporciona un modelo visualizable (que sabemos es incorrecto). El modelo explica la radiación atómica como debida a brincos orbitales, sin importar si las líneas espectrales correspondientes se conocen o todavía se encuentran fuera de la región de detección de los instrumentos existentes. Otro éxito del modelo de Bohr es que predice correctamente que los espectros de He^{+}, Li^{++} y Be^{+++}, etc., tendrán la misma forma que el espectro del hidrógeno. De acuerdo con la Ec. 13-11, tales frecuencias serán Z^2 veces las frecuencias del hidrógeno. Esto concuerda con el experimento y con la teoría moderna. Sin embargo, una falla seria del modelo de Bohr es que no puede explicar el espectro de átomo sin ionizar, empezando con el de helio (un núcleo con $Z = 2$, rodeado por 2 electrones). Aunque se complica por las interacciones mutuas de 3 partículas, los niveles energéticos del helio pueden calcularse utilizando mecánica cuántica. Mediante la teoría moderna y las computadoras electrónicas, el espectro del helio se ha calculado con gran exactitud y se ha encontrado que concuerda con el experimento. Los físicos y los químicos tienen confianza en que la mecánica cuántica actual puede, en principio, explicar todos los espectros atómicos y las propiedades químicas.

13-5 Estructura atómica

> *"Las leyes físicas fundamentales necesarias para la teoría matemática de una gran parte de la física y de toda la química se conocen [ahora] completamente"*
> *P. M. Dirac (1929)*

Bohr postuló que para átomos con muchos electrones, solamente podían existir dos electrones en la capa $N = 1$, 8 en la capa $N = 2$, 8 en la capa $N = 3$, 18 en la $N = 4$, 18 en la $N = 5$ y 32 en la capa $N = 6$. Esto lo hizo para explicar la periodicidad 2, 8, 8, 18, 18, 32 observada en las propiedades físicas y químicas de los elementos (ver Figs. 13-18 y 13-21 y la Tabla IV) que se encuentra al final de este libro.

La Fig. 13-16 muestra los espectros de tales átomos, construidos de acuerdo con la teoría ampliada de Bohr. Estas reglas referentes a cuántos electrones caben en cada capa fueron escogidas "arbitrariamente" por Bohr para ayudar a la explicación de las propiedades químicas y de los potenciales de ionización de los diferentes elementos. Como se estudiará en breve, las predicciones de Bohr para el número de electrones en las capas $N = 3$ y $N = 4$ eran incorrectas. Los físicos sospechan de una teoría cuando depende de muchos postulados "arbitrarios", tal como la teoría de Bohr para los átomos. La mayoría de los físicos y los filósofos piensan que la Naturaleza debe ser simple y que mientras más pequeño sea el número de postulados, o principios fundamentales, más próximo se está a la realidad física.

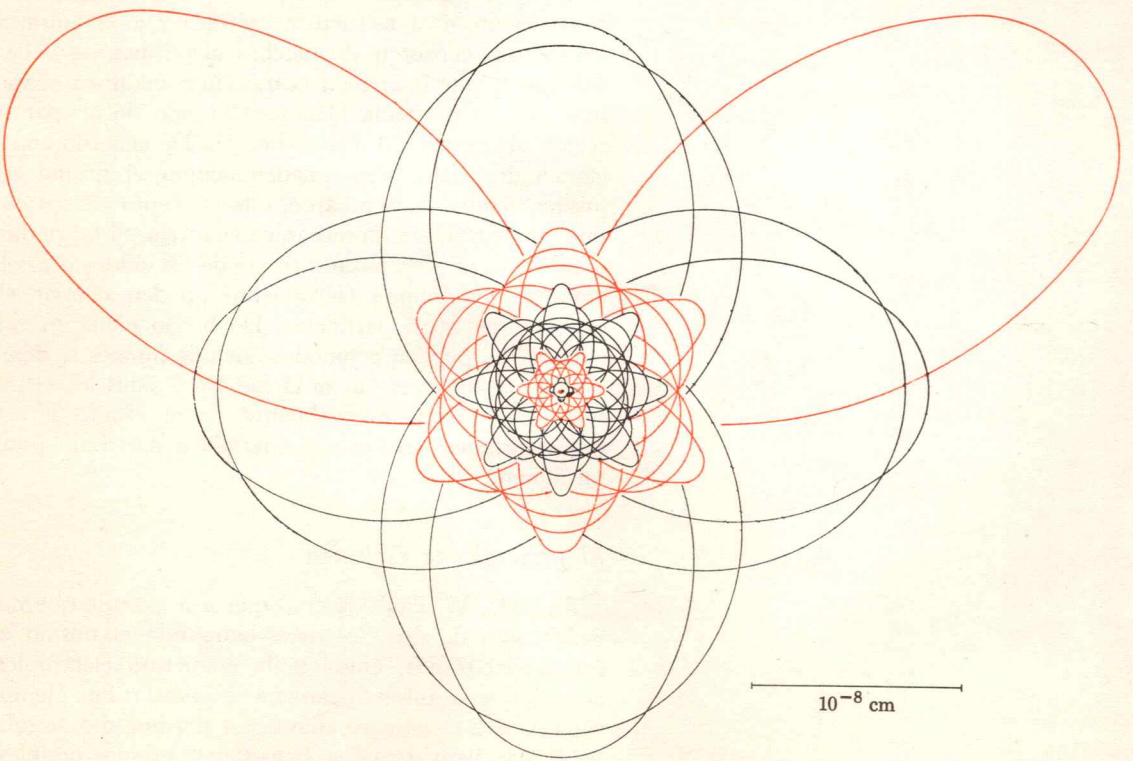
Lo mejor del conocimiento actual, la moderna teoría cuántica que está basada en muy pocos postulados, explica todo lo concerniente a la estructura atómica y a la química. Como los átomos consisten de muchos electrones, se debe discutir primero lo que ocurre en la mecánica cuántica cuando existe más de una partícula idéntica tratando de ocupar la misma región del espacio al mismo tiempo. De acuerdo con la Física clásica dos cuerpos no pueden ocupar el mismo espacio al mismo tiempo. Sin embargo, este concepto clásico es completamente extraño en la mecánica cuántica. Si las ondas electromagnéticas pueden pasar a través de los sólidos como lo hacen, entonces los fotones ciertamente pueden ocupar el mismo espacio que otras partículas. De hecho en el mismo estado cuántico se pueden acomodar cuantos fotones se deseen. Pero ¿por qué, entonces, no se encuentran todos los electrones de todos los átomos normalmente en el estado $N = 1$? Esto sería ciertamente el estado energético más bajo posible para un átomo.

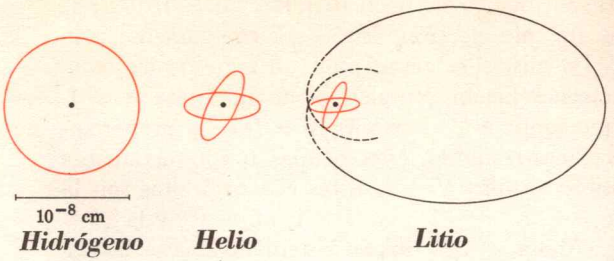
El principio de exclusión

En 1925, W. Pauli observó que si se postula que no pueden existir más de dos electrones ocupando el mismo estado, u órbita electrónica, entonces la estructura electrónica de los átomos queda automáticamente explicada. Por ejemplo, en la capa $N = 2$ el número cuántico 1 del impulso angular puede ser 0 ó 1. Pero para $l = 1$, existen 3 estados posibles, correspondientes al número cuántico $m_l = -1$, 0, y $+1$. Así que existe un total de 4 estados que, si en cada uno caben 2 elec-

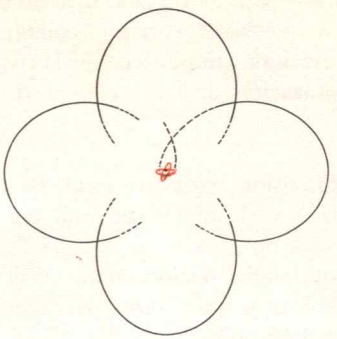
Fig. 13-16. Dibujos a escala de las órbitas electrónicas en algunos átomos según la teoría de Bohr (1923).

Esquema de Bohr para el átomo de radio.

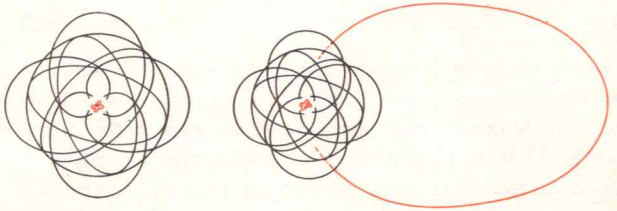




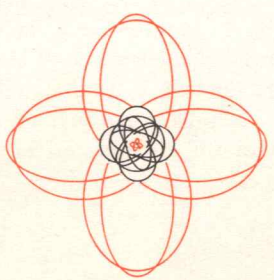
Hidrógeno *Helio* *Litio*



Carbón



Neón *Sodio*



Argón

trones, hacen una "capa" con un total de 8 electrones. En 1925, el principio de exclusión de Pauli constituía solamente otro postulado "arbitrario".

El spín del electrón

Sin embargo, en 1926 se descubrió que todo electrón tiene un impulso angular intrínseco de magnitud $\frac{1}{2}(h/2\pi)$. Esto se puede visualizar pensando que el electrón tiene una masa "esférica" que gira alrededor de un eje de rotación con un impulso angular fijo igual a $\frac{1}{2}(h/2\pi)$. Este spín intrínseco nunca puede aumentar o disminuir. Tiene un valor único para cada tipo de partícula elemental. Poco tiempo después del descubrimiento del spín del electrón, P. M. Dirac, Pauli y otros encontraron que era posible desarrollar una teoría satisfactoria de lo que se llaman partículas de spín $\frac{1}{2}$. Uno de los requisitos de tal teoría ondulatoria para partículas de spín $\frac{1}{2}$ es que las ecuaciones de la mecánica cuántica deben predecir los mismos resultados físicos independientemente de la velocidad del observador. Cuando se encontraron las ecuaciones relativistas que cumplían con estos requisitos, estas ecuaciones obedecieron automáticamente también el principio de exclusión de Pauli. Así resulta que el principio de exclusión no es otro postulado arbitrario *tirado de los pelos,* sino que parece ser una consecuencia del spín intrínseco del electrón. El por qué el electrón tiene la masa, el spín y la carga que posee, es un problema aún no resuelto.

Ahora se recorrerá una parte de la tabla periódica, elemento por elemento.

13-6 La tabla periódica de los elementos

La física de la Química

El propósito de esta sección es ilustrar cómo se pueden deducir las propiedades químicas de los elementos sin necesidad de reproducir los experimentos químicos. En principio, toda la química puede deducirse de la teoría del electrón de spín $\frac{1}{2}$. Sin embargo, en la práctica, las propiedades químicas de todos los elementos quedan determinadas por el experimento; los cálculos son demasiado complicados para realizarlos.

Ahora que se dispone del principio de exclusión, se puede especificar a dónde va cada electrón en un átomo. Por ejem-

Fig. 13-17. Wolfgang Pauli. (Cortesía del American Institute of Physics).

plo, considérese un núcleo de neón desnudo ($Z = 10$). Si se le proporciona un solo electrón, éste caerá rápidamente a la órbita $N = 1$. Lo mismo es cierto para un segundo electrón. Estos dos electrones llenan completamente la órbita $N = 1$. Si al núcleo que contiene 2 electrones $N = 1$, se le proporcionan los 8 electrones restantes, éstos ocuparán completamente las cuatro posibles órbitas $N = 2$. Estas cuatro órbitas son la $(l = 0)$, la $(l = 1, m_l = -1)$, la $(l = 1, m_l = 0)$ y la $(l = 1, m_l = +1)$. Ahora se describirán sistemáticamente las estructuras atómicas predichas por la teoría cuántica, empezando con el hidrógeno. Se verá que sin recurrir a cálculos detallados, es posible dar estimaciones numéricas de las valencias y de los potenciales de ionización de cada elemento.

$Z = 1$ (*hidrógeno*)

Ya se ha realizado la discusión para este caso. El electrón se encuentra en el estado $N = 1$, que tiene una energía de -13.6 ev. Así que la energía de amarre, o energía de ionización es 13.6 ev. Como el potencial de ionización es el voltaje mínimo necesario para ionizar a un átomo, el potencial de ionización del hidrógeno es 13.6 volts. En la Fig. 13-18 se hace una gráfica de los potenciales de ionización de los elementos contra Z. Adviértase el patrón periódico 2, 8, 8, 18, 18, 32.

$Z = 2$ (*helio*)

Ya se notó que el helio ionizado He^+, que tiene un solo electrón debe tener los mismos niveles energéticos que el hidrógeno, sólo que cuatro veces mayores. Esto es debido al factor Z^2 en la Ec. 13-11. El potencial de ionización del He^+ será 4×13.6, o 54.4 volts. Esto concuerda con el experimento.

Si se acerca un segundo electrón al He^+, éste verá primero un objeto que aparenta tener una carga $(Z - 1)$. Pero cuando este segundo electrón alcanza la capa $N = 1$, la mitad del tiempo se encuentra más cerca del núcleo que el electrón original y entonces ve una carga nuclear Z. El promedio directo de estos valores es $(Z - \frac{1}{2})$. Se puede predecir entonces que la carga nuclear efectiva para un electrón en el helio será $Z_{ef} = 1.5e$. La Ec. 13-4 se puede generalizar a

$$E_{N,l} = -13.6 \frac{Z^2_{ef}}{N^2} \text{ ev}$$

en donde Z_{ef}, depende tanto de N como de Z. De este valor

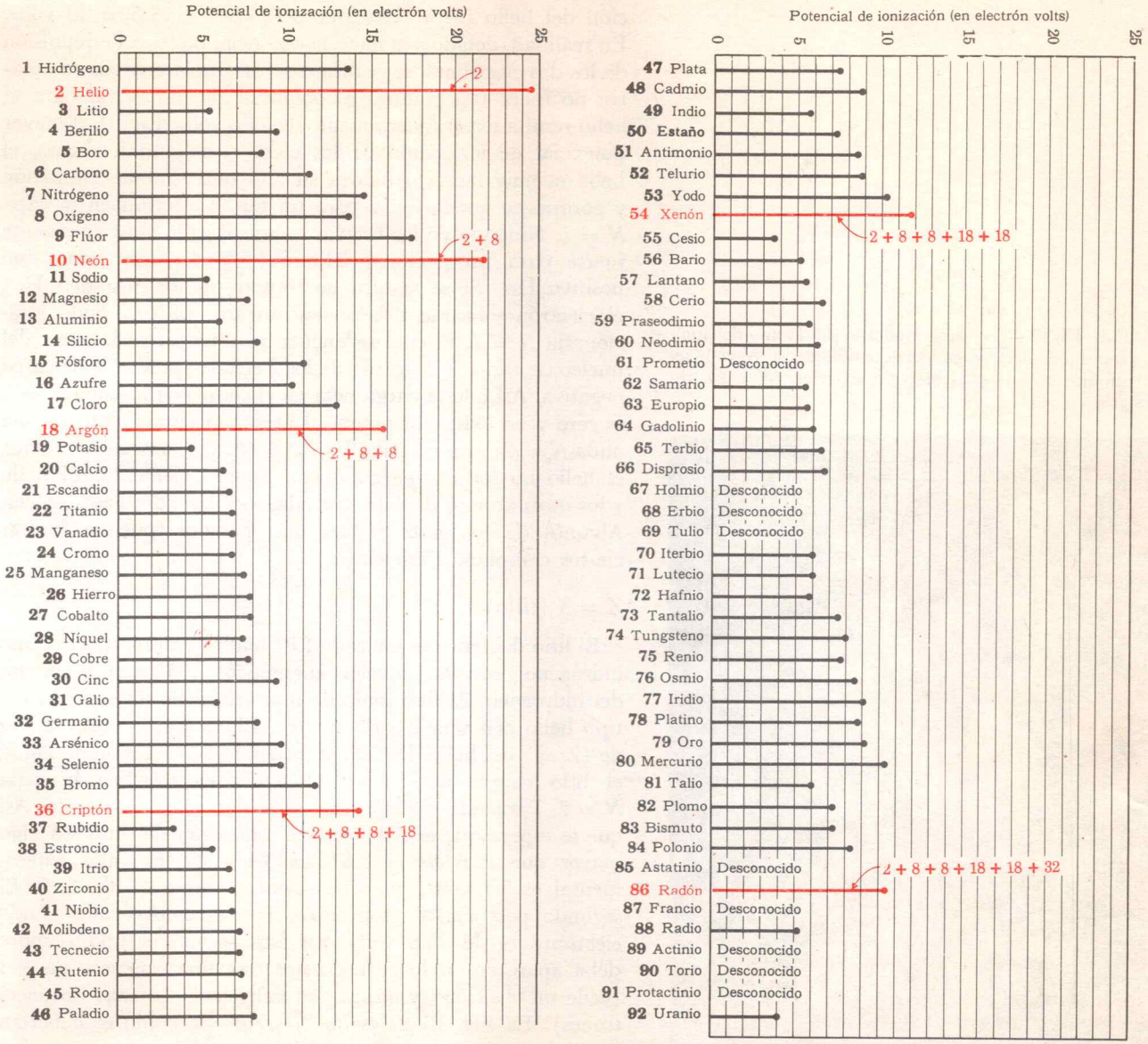
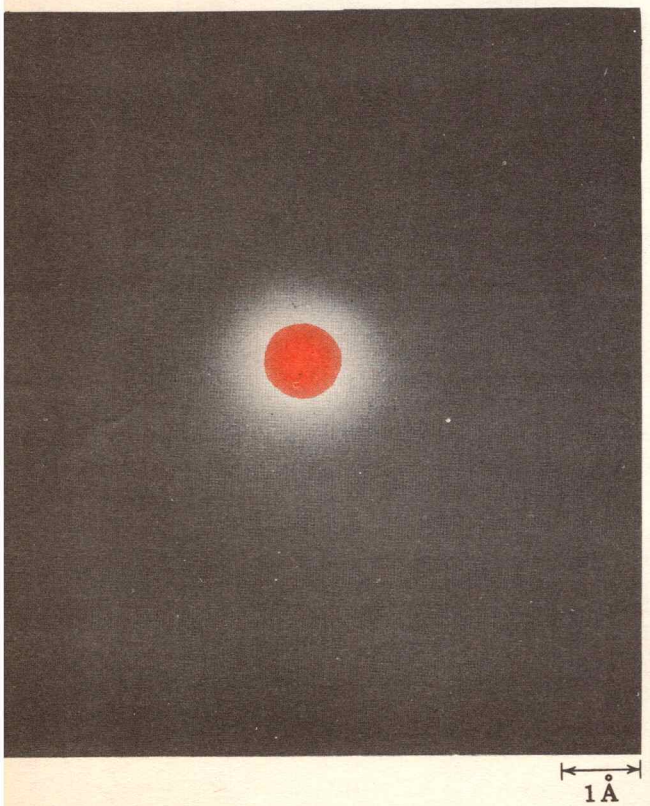


Fig. 13-18. En esta tabla se presentan los potenciales de ionización de los elementos hasta el uranio. Los gases nobles se muestran en rojo.

estimado de Z_{ef}, se podría esperar que el potencial de ionización del helio fuera alrededor de $(1.5)^2 \times 13.6$, ó 30 volts. En realidad, debido a la energía potencial positiva de repulsión de los dos electrones, se podría esperar que la energía de amarre no fuera tan grande. El potencial de ionización para el helio resulta experimentalmente de 24.6 volts. Este es el mayor potencial de ionización de los elementos. Químicamente, el helio es muy inerte debido a su alto potencial de ionización y porque no queda lugar para un tercer electrón en la capa $N = 1$. Ninguna de las fuerzas químicas es lo suficientemente fuerte para proporcionar 24.6 ev y poder formar un ion positivo He^+. Si se tratara de formar un ion negativo He^-, el electrón sobrante debería encontrarse en una onda estacionaria $N = 2$, la cual se encuentra muy alejada, tanto del núcleo de carga $+2e$, como de los 2 electrones $N = 1$ de carga negativa. Así que la carga neta en el centro de la onda $N = 2$ es cero y no existe un potencial atractivo para mantener una onda $N = 2$; esto es, para $N = 2\ Z_{ef} \approx 0$. Consecuentemente, el helio no forma moléculas con ningún elemento. El helio y los otros átomos de capa cerrada, son llamados gases nobles. Algunos de los gases nobles más pesados, pueden formar ciertos compuestos especiales.

Fig. 13-19. Esquema moderno del átomo de litio. La nube electrónica correspondiente a $N = 1$ se dibujó en rojo y el electrón exterior ($N = 2$) en gris.

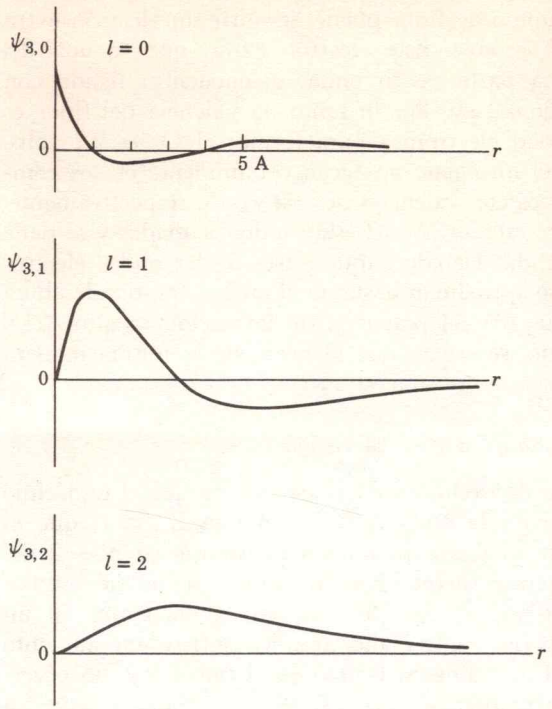


$Z = 3$ (*litio*)

El litio doblemente ionizado Li^{++} tendrá un espectro del tipo hidrógeno, con los niveles energéticos $(3)^2 = 9$ veces los del hidrógeno. El litio ionizado una vez, tiene un espectro del tipo helio con una Z_{ef} de aproximadamente $(3-\frac{1}{2})$, en vez de $(2-\frac{1}{2})$ del helio. Debido al principio de exclusión de Pauli, el litio neutro debe tener al tercer electrón en la capa $N = 2$. Para este electrón, Z_{ef} será algo mayor que uno. Así que se espera que el potencial de ionización del litio sea algo mayor que $13.6/N^2 = 13.6/2^2 = 3.4$ volts. El valor experimental es 5.4 volts, que corresponde a una Z_{ef} de 1.25. El segundo potencial de ionización (para remover al segundo electrón) es de 75.6 volts. En esta forma, el litio siempre debe aparecer en los compuestos con una valencia de $+1$ (cede un electrón) y nunca con valencia $+2$ (cede dos electrones). La Fig. 13-19 es un "retrato" de cómo se deberían "ver" las nubes electrónicas del litio.

¿Cuál es el número cuántico l del electrón exterior en el litio? De acuerdo con todo lo que se ha aprendido hasta ahora, los estados $(N = 2, l = 0)$ y $(N = 2, l = 1)$ deberían tener la

Fig. 13-20. Funciones de onda del hidrógeno para $N = 3$ y $l = 0$, 1 y 2. Adviértase que solamente la onda para $l = 0$ no es nula en el origen.



misma energía. Sin embargo, refiriéndose a la Fig. 13-7, se puede ver que el estado $l = 0$ debe estar más fuertemente ligado que el estado $l = 1$. Esto es debido a que el estado de menor impulso angular, $(l = 0)$, tiene una mayor parte de su onda electrónica en las proximidades del núcleo, que los estados de mayor impulso angular. De hecho, todas las ondas electrónicas que tengan l mayor que 0, tendrán $\psi = 0$ cuando $r = 0$. Esto también se muestra en la Fig. 13-20, que compara a las ondas $l = 0$, 1 y 2, para la misma N. Aquella parte de la onda electrónica vecina al núcleo ve una Z_{ef} casi tan grande como la Z, mientras que la parte de la onda alejada del núcleo ve una Z_{ef} de alrededor de 1. Por lo tanto una onda $l = 0$ ve una Z_{ef} mayor que una onda $l = 1$. Esta es la razón por la cual Z_{ef} es una función tanto de l como de N. Este efecto puede causar una diferencia de energía apreciable entre las "subcapas" $l = 0$ y $l = 1$ ó 2. De hecho, el efecto para $Z = 19$ (potasio) es tan grande que el nivel de energía $(N = 4, l = 0)$ es más bajo que el nivel $(N = 3, l = 2)$. La tabla 13-1 muestra el orden en que ocurren los niveles energéticos. Otra forma de pensar en este efecto es que la órbita de mayor impulso angular es más circular y, por consiguiente, está más alejada del núcleo que la órbita de menor impulso angular. Por lo tanto, los estados *"l"* más bajos se encuentran más fuertemente ligados.

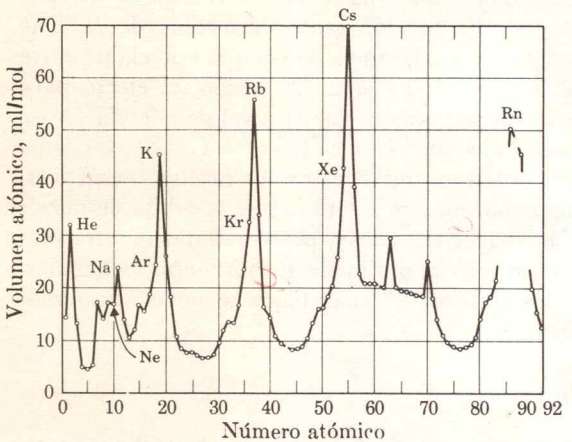
$Z = 4$ (*berilio*)

De acuerdo con el principio de exclusión el estado $(N = 2, l = 0)$ puede estar ocupado por dos electrones. Como la Z_{ef} para aquella parte de la onda electrónica vecina al núcleo es mayor que para el litio, el potencial de ionización debe ser mayor. El valor experimental es 9.32 volts, comparado con el valor 5.39 volts para el litio. Sin embargo, el segundo potencial de ionización para el berilio no es mucho mayor, ya que este electrón también proviene de un estado $N = 2$. Por lo tanto el berilio actúa con valencia $+2$ en los compuestos.

$Z = 5$ (*boro*), $Z = 6$ (*carbono*),
$Z = 7$ (*nitrógeno*), $Z = 8$ (*oxígeno*),
$Z = 9$ (*flúor*) y $Z = 10$ (*neón*).

Estos átomos se forman al llenarse los estados $(N = 2, l = 1)$. Como $l = 1$ ocurre en tres estados diferentes $(m_l = -1, 0$ y $+1)$, la subcapa $(N = 2, l = 1)$ puede tomar hasta

Fig. 13-21. Volumen atómico como función de Z.



6 electrones. El boro tendrá 3 electrones en los estados $N = 2$ y consecuentemente una valencia de $+3$.* En el oxígeno y en el flúor existe un nuevo fenómeno llamado afinidad electrónica. Un átomo de flúor puede adquirir un electrón extra y volverse Fl^- estable. Este electrón extra, que ve una Z_{ef} grande en una parte de su onda, se encuentra ligado con una energía de 4.2 ev. Por lo tanto, la valencia del flúor es -1. La afinidad electrónica para formar el O^- es 2.2 volts. El oxígeno y el nitrógeno aparecen comúnmente en los compuestos químicos con valencias de -2 y -3, respectivamente. En el neón, los estados $N = 2$ están todos ocupados y se tiene una capa cerrada. Debido a que parte de las ondas electrónicas $N = 2$ se aproximan bastante al núcleo (en donde ahora Z_{ef} llega hasta 10), el potencial de ionización es alto: 21.6 volts. Por tanto, se espera que el neón, de la misma manera que el helio, sea químicamente inerte.

De $Z = 11$ (*sodio*) a $Z = 18$ (*argón*).

El principio de exclusión en el sodio hace que el undécimo electrón caiga en la onda $N = 3$ con una $Z_{ef} \approx 1$, que es una onda con un diámetro mucho mayor que la $N = 2$ del elemento anterior, neón. Por lo tanto, la teoría predice que cada vez que el electrón exterior se encuentre en un orbital N superior, el tamaño atómico sufrirá un aumento significativo. Este aumento brusco en el tamaño se ha observado que ocurre para $Z = 3, 11, 19, \ldots$, como se muestra en la Fig. 13-21. En la serie de 8 elementos (del sodio al argón) los estados $(N = 3, l = 0)$ y $(N = 3, l = 1)$ se llenan exactamente de la misma manera que el de los 8 elementos anteriores. Por tanto, las propiedades químicas son bastantes similares a las de los ocho elementos correspondientes precedentes. Esta es la explicación del "sistema periódico" de la química. Hasta ahora se ha explicado la periodicidad 2, 8, 8. Ahora se verá por qué el siguiente período debe ser 18 en vez de 8.

$Z = 19$ (*potasio*) y siguientes

Se podría esperar que el siguiente elemento tuviera a su electrón exterior en el estado $(N = 3, l = 2)$. Sin embargo,

* Para una discusión más detallada del porqué el boro tiene valencia 3, el carbono tiene valencia 4, etc., véase la pág. 384 en el Cap. 14.

TABLA 13-1. ESTRUCTURA ELECTRONICA DE ATOMOS*

Número cuántico principal N				1	2		3			4	
Número cuántico azimutal l				0	0	1	0	1	2	0	1
Letra que designa al estado				1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p
Z		Elemento	V_i volts								
1	H	Hidrógeno	13.60	1							
2	He	Helio	24.58	2							
3	Li	Litio	5.39	Capa cerrada del helio	1						
4	Be	Berilio	9.32		2						
5	B	Boro	8.30		2	1					
6	C	Carbono	11.26		2	2					
7	N	Nitrógeno	14.54		2	3					
8	O	Oxígeno	13.61		2	4					
9	F	Flúor	17.42		2	5					
10	Ne	Neón	21.56		2	6					
11	Na	Sodio	5.14				1				
12	Mg	Magnesio	7.64				2				
13	Al	Aluminio	5.98				2	1			
14	Si	Silicio	8.15				2	2			
15	P	Fósforo	10.55				2	3			
16	S	Azufre	10.36				2	4			
17	Cl	Cloro	13.01				2	5			
18	A	Argón	15.76				2	6			
19	K	Potasio	4.34							1	
20	Ca	Calcio	6.11							2	
21	Sc	Escandio	6.56						1	2	
22	Ti	Titanio	6.83						2	2	
23	V	Vanadio	6.74						3	2	
24	Cr	Cromo	6.76						5	1	
25	Mn	Manganeso	7.43						5	2	
26	Fe	Hierro	7.90						6	2	
27	Co	Cobalto	7.86						7	2	
28	Ni	Níquel	7.63						8	2	
29	Cu	Cobre	7.72						10	1	
30	Zn	Cinc	9.39						10	2	
31	Ga	Galio	6.00						10	2	1
32	Ge	Germanio	7.88						10	2	2
33	As	Arsénico	9.81						10	2	3
34	Se	Selenio	9.75						10	2	4
35	Br	Bromo	11.84						10	2	5
36	Kr	Criptón	14.00						10	2	6

Capa cerrada del neón

Capa cerrada del argón

* Tomado de: Charlotte E. Moore, Atomic Energy Levels, Vol. II, National Bureau of Standards Circular 467, Washington, 1952.

como se mencionó en la discusión del $Z = 3$ (litio), la onda $(N = 4, l = 0)$ ve una Z_{ef} considerablemente mayor que la onda $(N = 3, l = 2)$ debido a que la onda $l = 0$ se encuentra más concentrada en $r = 0$, en donde la carga efectiva es mayor. Para la onda $(N = 4, l = 0)$, $Z_{ef} = 2.26$ y la energía de amarre es $13.6\ Z_{ef}^2/4^2 = 4.34$ ev; en tanto que para $(N = 3, l = 2)$, Z_{ef} es algo menor que 1.7, correspondiendo a una energía de amarre menor que 4.34 ev. Si el décimo noveno electrón se pusiera en el estado $(N = 3, l = 2)$, caería rápidamente al estado de menor energía $(N = 4, l = 0)$, emitiendo un fotón igual a la diferencia de energía.

Al llegar a $Z = 21$ (escandio), la onda $(N = 4, l = 0)$ está completamente llena y entonces la $(N = 4, l = 1)$ compite con la $(N = 3, l = 2)$ para el electrón 21. Ahora se esperará que el estado $(N = 3)$ sea el menor, así que para el escandio los estados $l = 2$ de $N = 3$ se empezarán a llenar. La tabla 13-1 muestra la estructura electrónica de los elementos hasta $Z = 36$. Las estructuras electrónicas se han determinado utilizando mecánica cuántica, química y espectroscopia para todos los elementos hasta $Z = 104$. De hecho, la teoría es tan buena que las propiedades químicas de $Z = 105$, 106, etc., pueden predecirse de antemano, antes que se produzcan artificialmente.

Para calcular en forma precisa los potenciales de ionización y las afinidades electrónicas, se requiere una enorme cantidad de trabajo; pero la teoría se tiene y esto puede hacerse, en principio, explicando así toda la química con una teoría simple: la mecánica cuántica del electrón de spín $\frac{1}{2}$.

13-7 Rayos X

El llenado de un agujero vacío

Cada átomo tiene un espectro característico que se emite cuando una pequeña muestra del elemento se ioniza, colocándola en un arco eléctrico o en una descarga. Utilizando la tecnología de la espectroscopia, se pueden analizar muestras desconocidas, ya sean de la Tierra o de las estrellas. Como en el caso del hidrógeno, las líneas espectrales corresponden a brincos cuánticos entre los diferentes niveles energéticos disponibles para los 1 ó 2 electrones exteriores. Ya que estos niveles energéticos se encuentran en el orden de unos cuantos electrón-volts, el espectro característico consistirá de líneas en las regiones visibles, ultravioleta e infrarroja.

Sin embargo, también es posible que un átomo pesado emita fotones mucho más energéticos, de cientos o aun miles de electrón-volts de energía. Tales fotones de alta energía se denominan rayos X. Un rayo X se emite cuando un electrón interior está ausente en el átomo. Entonces, un electrón exterior brincará rápidamente a reemplazar al electrón interior ausente. Esta ausencia de electrones se puede producir bombardeando una muestra con un haz de electrones que han sido acelerados a través de miles de volts. Algunos de estos electrones del haz chocarán con los electrones de las capas internas de la muestra y los sacarán de sus átomos respectivos. Un electrón de la capa $N = 1$ (la capa K en la terminología de los rayos X) tiene una energía de $13.6\ Z_{ef}^2$ electrón volts. En este caso, Z_{ef} es muy cercana a $(Z - \frac{1}{2})$.

Ejemplo 7

¿Cuáles son los rayos X de mayor energía que pueden emitir el cobre y el uranio? Obtenga las energías y las longitudes de onda de los fotones.

Los rayos X de mayor energía ocurren cuando un electrón libre (energía 0) brinca para ocupar un lugar vacío en la capa $K(N = 1)$.

Para el cobre, $Z = 29$ y $hf = 13.6 \times (28.5)^2 = 11{,}000$ ev.

$$\lambda = \frac{12{,}390}{11{,}000} = 1.12\ \text{A}$$

Para el uranio, $Z = 92$ y $hf = 13.6 \times (91.5)^2 = 112{,}000$ ev.

$$\lambda = \frac{12{,}390}{112{,}000} = 0.11\ \text{A}$$

El ejemplo anterior ilustra un método muy confiable que ha sido usado para determinar la Z de elementos recientemente descubiertos. Sencillamente se determina la longitud de onda de los rayos X de más alta energía emitidos por la muestra desconocida cuando se bombardea con electrones.

Como los rayos X tienen longitudes de onda comparables a los espacios interatómicos en los sólidos, constituyen también una herramienta muy útil para la determinación de la estructura de sólidos. Como se mencionó en los capítulos anteriores, los planos atómicos periódicamente repetidos en un cristal, se comportan como el rayado de una rejilla de difracción. Por lo tanto, si se conoce la longitud de onda de los rayos X, se puede determinar el espaciamiento interatómico mediante la medida de los ángulos de difracción de los rayos X (véanse la Ec. 10-10 y la Fig. 12-13).

Apéndice 13-1

La ecuación de Schroedinger se puede obtener de la siguiente manera. Con referencia a la Ec. 3-10, una onda sinusoidal pura, como función del tiempo, tiene la propiedad de que

$$\frac{\dfrac{d^2y}{dt^2}}{y} = -\frac{4\pi^2}{T^2}$$

en donde d^2y/dt^2, es la segunda derivada con respecto al tiempo (la aceleración) y T es el tiempo de una onda sinusoidal completa (el período). Reemplazando al tiempo t por la distancia x, se ve que una onda sinusoidal pura, como función de la distancia, obedece a la relación

$$\frac{\dfrac{d^2y}{dx^2}}{y} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2}$$

ó

$$\frac{d^2y}{dx^2} - = \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\, y$$

Por tanto, una onda asociada a una partícula de longitud de onda λ debe obedecer a la ecuación

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\psi$$

Substituyendo ahora el segundo miembro de la Ec. 13-3 por λ se obtiene

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{4\pi^2 m}{h^2}(E_T - U)\psi$$

que es la ecuación de Schroedinger. En cálculo, la segunda derivada $d^2\psi/dx^2$ es una medida de la curvatura. Si es negativa, significa que la pendiente está disminuyendo, o que ψ se curva hacia el eje x. Si $d^2\psi/dx^2$ es positiva, entonces ψ se curva alejándose del eje x. Matemáticamente, siempre existe una solución para la ecuación de Schroedinger, independientemente de que el miembro derecho sea positivo o negativo. Esto significa que ψ puede existir aun cuando $(E_T - U)$, o la energía cinética, es negativa.

Apéndice 13-2

Aquí se hará un cálculo aproximado del radio y de la energía del átomo de hidrógeno, utilizando la teoría ondulatoria moderna del electrón, en vez de la más antigua teoría semiclásica de Bohr. Empezaremos notando que la función de ondas del electrón consiste de una onda estacionaria, que es máxima en el centro y decae en las "orillas" del átomo. Aunque esta onda estacionaria no tiene una longitud de onda exacta, le asignaremos una longitud de onda promedio λ_{pr}, y notaremos que la onda estacionaria de menor orden sería λ_{pr} a través de la "caja", o átomo. Por consiguiente

$$\tfrac{1}{2}\lambda_{pr} = 2R_{pr} \qquad \text{ó} \quad \lambda_{pr} = 4R_{pr} \tag{13-13}$$

en donde $2R_{pr}$ es el diámetro promedio del átomo. Utilizamos la teoría cuántica al emplear la relación de De Broglie, en la Ec. 13-3:

$$\lambda_{pr} = \frac{h}{\sqrt{2m(E_C)_{pr}}}$$

Ambos miembros de esta ecuación pueden expresarse en términos de R_{pr}. Para el primer miembro se usa la Ec. 13-13 y para el segundo substitúyase $(Ze^2/2R_{pr})$ por $(E_C)_{pr}$ (como está dada por la Ec. 13-8): o sea

$$(4R_{pr}) = \frac{h}{\sqrt{2m(Ze^2/2R_{pr})}}$$

Elevando al cuadrado ambos miembros, se obtiene

$$16R_{pr}^2 = \frac{h^2}{mZe^2/R_{pr}}$$

y resolviendo para R_{pr}

$$R_{pr} = \frac{h^2}{16mZe^2} \tag{13-14}$$

Adviértase que este resultado aproximado es cercano al resultado de la teoría de Bohr, $h^2/4\pi^2mZe^2$, dado en la Ec. 13-12.

Para obtener la energía de amarre utilizamos

$$E_T = E_C + U = E_C + (-Ze^2/R)$$

y haciendo nuevamente la aproximación $(E_C)_{pr} = \frac{Ze^2}{2R_{pr}}$ se obtiene

$$E_T = -\frac{Ze^2}{2R_{pr}}$$

Substituyendo el resultado para R_{pr} en la Ec. 13-14 se obtiene

$$E_T = \frac{8mZ^2e^4}{h^2}$$

Esto concuerda con la respuesta correcta $(E_T = -2\pi^2mZ^2e^4/h^2)$ dentro de un factor de 2.5. Esta es una concordancia razonable para un cálculo tan aproximado.

Problemas

1. ¿Cuál es la energía mínima que puede absorber un átomo de H que originalmente se encuentra en su estado base?
2. ¿Cuál es el radio de Bohr del He^+ cuando éste se encuentra en su estado base?
3. Una "caja" unidimensional tiene una longitud de 10^{-8} cm. ¿Cuáles son las longitudes de onda de las ondas estacionarias asociadas con los electrones con los tres impulsos más bajos posibles?
4. Haga diagramas cualitativos de ψ_4 y ψ_5 para el diagrama de energía potencial mostrado en la Fig. 13-2.

5. Utilizando las ideas tanto de la *relatividad* como de la *mecánica cuántica,* calcular la longitud de onda de De Broglie para un electrón que viaja con velocidad

$$v = \frac{4}{5}c.$$

6. En el estado base del átomo de hidrógeno en el modelo de Bohr:
- *a*) ¿Cuál es la energía cinética, expresada en ev?
- *b*) ¿Cuál es la energía potencial, expresada en ev?
- *c*) ¿Cuál es la energía de amarre, expresada en ev?
- *d*) Si el electrón en el átomo de hidrógeno se encontrara en reposo, pero todavía a la distancia $R = \frac{h^2}{4\pi^2 me^2}$ ¿cuál sería la energía necesaria para separar al electrón del átomo?

7. ¿Cuál es el número de electrones en
- *a*) Una capa cerrada $N = 2$?
- *b*) Una capa cerrada $N = 3$?
- *c*) Una capa cerrada $N = 4$?

8. ¿Cuál es el número máximo de electrones en la subcapa $N = 6$, $l = 2$?

9. En la teoría de Bohr del átomo de hidrógeno, ¿qué cantidad es de mayor magnitud: $(E_C + U)$, E_C, ó U?

10. La subcapa $N = 6$, $l = 0$ se llena para $Z = 56$ (bario). En el siguiente elemento, $Z = 57$ (lantano), se empieza a llenar la subcapa $N = 4$, $l = 3$. ¿Cuántos electrones se necesitan para llenar completamente esta última subcapa? (Estos elementos se llaman tierras raras. Tienen las mismas propiedades químicas porque todos tienen el mismo par de electrones exteriores ($N = 6$, $l = 0$).

11. Una muestra de gas de hidrógeno se excita hasta $N = 5$. ¿Cuál es el número total de líneas que pueden aparecer en el espectro de emisión de este gas?

12. Suponga que el estado base para el electrón exterior de cierto átomo es ($N = 3$, $l = 0$), con una $Z_{ef} = 3.2$. Suponga también que el siguiente nivel de energía para este átomo es ($N = 3$, $l = 1$), con una $Z_{ef} = 1.6$. ¿Cuál es la energía del fotón emitido en la transición del nivel ($N = 3$, $l = 1$) al estado base?

13. En el espectro de absorción del elemento X se observan las tres líneas siguientes: $f_1 = 2.2 \times 10^{15}$ ciclos/seg, $f_2 = 3.0 \times 10^{15}$ ciclos/seg. y $f_3 = 3.5 \times 10^{15}$ ciclos/seg. (El espectro de absorción aparece como líneas oscuras en el espectro continuo y se obtiene pasando un espectro continuo a través de un gas en su estado base. Sólo se absorben aquellas frecuencias que corresponden a transiciones del estado base a niveles energéticos superiores: esto es, cada una de las tres líneas anteriores corresponde a una transición del estado base a un nivel energético superior).
- *a*) ¿Aparecerán las tres líneas en el espectro de emisión del elemento X?
- *b*) Haga una lista con las frecuencias de otras tres líneas que aparezcan en el espectro de emisión del elemento X.

14. El espectro de absorción del hidrógeno se obtiene haciendo pasar un espectro de radiación continuo a través de gas hidrógeno en su estado base. ¿Cuáles son las energías de los fotones en el espectro de absorción del hidrógeno? ¿Cuáles son las longitudes de onda de las líneas oscuras?

15. Los rayos X de mayor energía emitidos por una muestra desconocida tienen una longitud de onda de 2.16 A. ¿Qué elemento es esta muestra?

16. La energía necesaria para ionizar completamente al helio es de 79 ev.

a) ¿Cuánta energía se necesita para separar al segundo electrón, una vez que se ha separado al primero?

b) ¿Cuánta energía se necesita para separar solamente a uno de los dos electrones?

17. Un átomo determinado tiene a todos sus electrones en capas cerradas, excepto a un electrón exterior. Suponga que los únicos niveles energéticos posibles para este electrón son -1, -4, -7 y -10 ev.

a) ¿Cuál es el potencial de ionización?

b) ¿Cuántas líneas diferentes pueden aparecer en el espectro de emisión? (Sólo se cuentan una vez las frecuencias iguales.)

c) ¿Cuáles serán las longitudes de onda de las líneas en el espectro de emisión?

18. El potencial de ionización de cierto átomo es de 9 volts. Los dos primeros estados excitados de este átomo son $E_2 = -8$ ev y $E_3 = -6$ ev.

a) ¿Cuál es la energía E_1 del estado base, expresada en ev?

b) Obtenga las energías de los fotones expresadas en ev, de tres líneas del espectro de este elemento. Haga esto sólo para líneas con λ mayor que 3000 A.

19. Escribir los siguientes orbitales en orden de energía creciente (escriba primero al nivel de energía más bajo o más ligado). Suponga que las capas internas están llenas $(N = 3,\ l = 1)$; $(N = 3,\ l = 2)$; $(N = 4,\ l = 0)$; $(N = 4,\ l = 1)$.

20. Una partícula de masa m y carga positiva q se encuentra en una órbita circular de radio R alrededor de una partícula pesada de masa M y carga $-Q$. La única fuerza apreciable entre ellas es la fuerza electrostática atractiva.

a) Escriba la ecuación para la fuerza entre ellas.

b) ¿Cuál es la energía potencial de q, en términos de su masa m y de su velocidad v?

c) ¿Cuál es la energía total $(E_c + U)$, en términos de m y de v?

d) Utilizando el postulado de Bohr para cuantizar al impulso angular, obtenga una expresión para v en términos de R, m, h y el número cuántico N.

e) ¿Cuánto vale el radio cuantizado, en términos de m, h, Q, q y N?

f) ¿Cuál es la energía total en términos de m, h, Q, q y N?

21. Encuentre una línea del espectro del He^+ que tenga la misma longitud de onda que una línea del espectro del hidrógeno. ¿Cuál en esta longitud de onda?

22. Un átomo mu-mesónico consiste de un núcleo de carga Z con un mesón μ^- (una partícula 207 veces más pesada que el electrón) capturado en el estado base.

a) ¿Cuál es la energía de amarre de un μ^- capturado por un protón?

b) ¿Cuál es el radio para la órbita $N = 1$, en el modelo de Bohr, para la parte (*a*)?

c) ¿Cuál es la energía del fotón emitido cuando el μ^- brinca de $N = 2$ al estado base?

23. Considere un átomo mu-mesónico de plomo ($Z = 88$). ¿Se encuentra dentro o fuera del núcleo la órbita $N = 1$ del modelo de Bohr? El diámetro del núcleo de plomo es 1.6×10^{-12} cm.

24. Considere un elemento Q constituido por un átomo hipotético de valencia $+1$. La energía de amarre del electrón exterior es 3.2 ev. También se sabe que los niveles de energía para 3 estados excitados del electrón exterior son -1.0 ev, -1.4 ev y -2.0 ev.

a) ¿Cuál es el nivel de energía del estado base, expresada en ev?

b) Haga una lista de todas las líneas que deben aparecer en el espectro de emisión del elemento Q. Especifique las energías de los fotones en ev.

25. La línea más intensa en la región de rayos X es debida a la transición de un electrón en la capa $N = 2$ para llenar un agujero en la capa $N = 1$. Suponga que la Z_{ef} para el estado ($N = 2$) es ($Z - 3$). ¿Cuál es la longitud de onda de esta línea para el cobre?

26. La fuerza atractiva entre un neutrón (de masa M) y un electrón (de masa m) está expresada por $F = GMm/R^2$. Considérese la órbita de Bohr, más baja posible para este electrón que circula en torno al neutrón.

a) Escriba la fuerza centrípeta, en términos de m, R y v, en donde v es la velocidad circular del electrón.

b) ¿Cuál es la energía cinética, en términos de G, M, m y R?

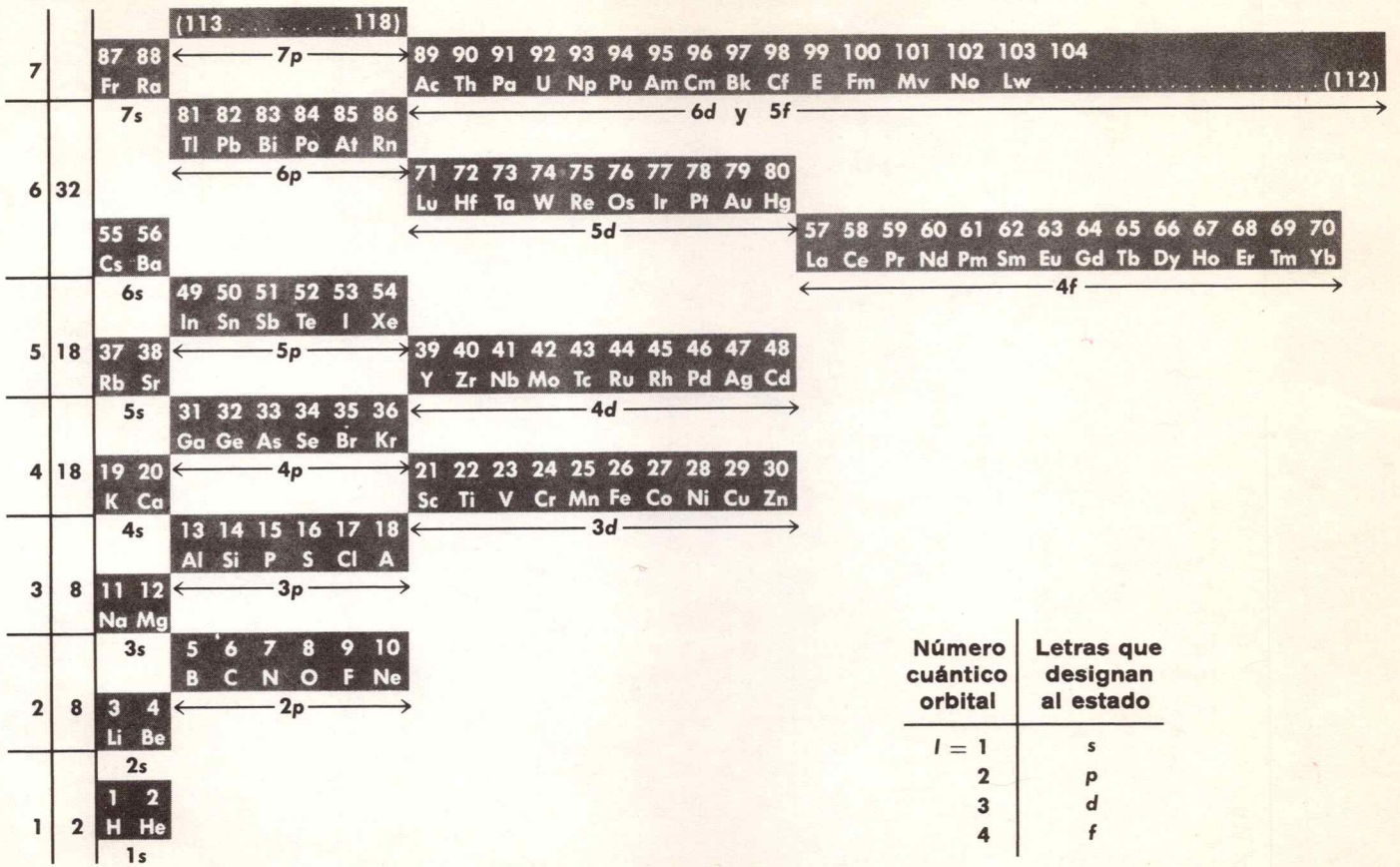
c) ¿Cuál es la energía potencial en términos de G, M, m y R?

d) ¿Cuál es la energía total, en términos de G, M, m y R?

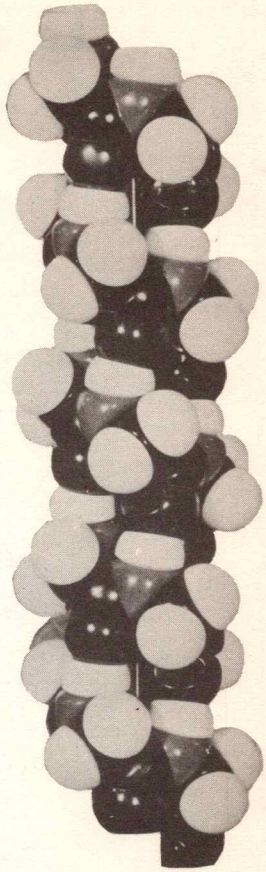
e) Escriba una ecuación que exprese el postulado de Bohr para cuantización de las órbitas.

f) ¿Cuál es el radio para $N = 1$, en términos de h, G, M, y m? ¿Cuál es el valor numérico?

TABLA 13-2 TABLA PERIODICA DE LOS ELEMENTOS; (por Longuet-Higgins)



Número cuántico orbital	Letras que designan al estado
$l = 1$	*s*
2	*p*
3	*d*
4	*f*



La estructura de la materia

Capítulo 14

La estructura de la materia

La explicación de la estructura y propiedades de la materia involucra el entendimiento de las interacciones a distancias pequeñas entre átomos, electrones y moléculas. Como se ha visto, tales interacciones se explican mediante la teoría cuántica. Así, deberá esperarse que en el estudio de la estructura de la materia salgan a relucir algunos aspectos "peculiares" de la teoría cuántica. En efecto, en este capítulo se encontrarán ejemplos de fenómenos cuánticos "peculiares" que se presentan tanto en escala macroscópica como en la escala atómica.

14-1 Teoría molecular

Robo de electrones contra reparto de electrones

Se discutirán dos mecanismos diferentes que causan que los átomos se mantengan unidos en las moléculas: ligadura iónica y ligadura covalente.

Ligadura iónica

La ligadura iónica tiene su origen en la ley de Coulomb. Por ejemplo, existirá una fuerza atractiva entre iones cargados positivamente y iones cargados negativamente. Si la energía electrostática de atracción e^2/R excede a la cantidad de energía necesaria para formar los dos iones, puede existir una molécula estable. Como un ejemplo, considere una molécula de cloruro de potasio KCI. La energía necesaria para formar los dos iones K^+ y Cl^- es 0.52 ev. Esto es debido a que el potencial de ionización del potasio es 4.34 volts y la afinidad electrónica del cloro es 3.82 ev. Afinidad electrónica significa que cuando se añade a un átomo de cloro un electrón se liberan 3.82 ev de energía. La energía neta necesaria para formar los dos iones es entonces 4.34 menos 3.82 o sea 0.52 ev. Si los dos iones pueden mantenerse tan juntos que e^2/R sea mayor que 0.52 ev, se formará una molécula estable. Esta energía potencial electrostática puede estimarse poniendo R igual a la suma de los radios de los iones. Tanto el radio de K^+ como el de Cl^- son aproximadamente 1.5 A. Entonces la contribución de e^2/R sería de 4.8 ev Por tanto se esperaría que la energía de formación de una molécula de KCl sería aproximadamente 4.8 menos 0.52 ev. El valor medido que es de 4.4 ev se ajusta bastante bien con la burda estimación anterior. La unión de la mayoría de los

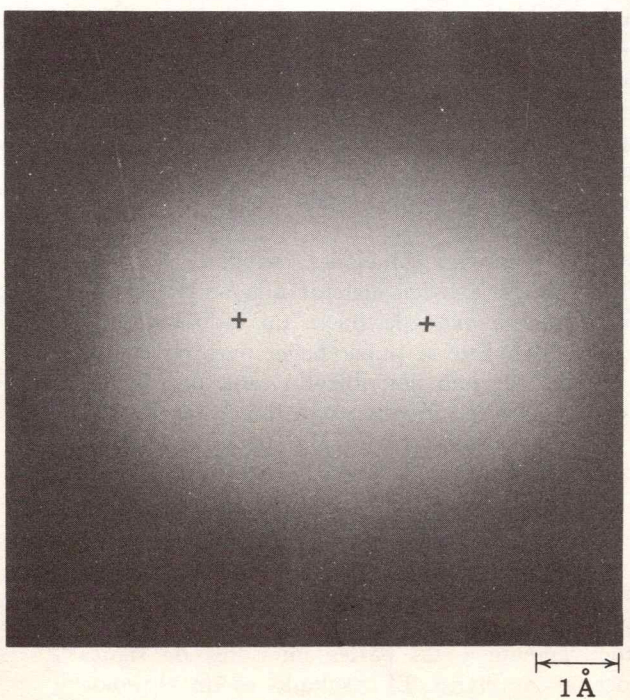
compuestos inorgánicos es de tipo iónico que puede pensarse como un robo de electrones.

Ligadura covalente

Otro mecanismo muy frecuente para la unión molecular y que ocurre en la mayoría de las moléculas orgánicas es la llamada ligadura covalente. La ligadura covalente es el compartir electrones entre dos átomos. El ejemplo más simple de la ligadura covalente es la molécula de hidrógeno. Considérese primero la molécula de hidrógeno ionizada H_2^+, que consiste de dos protones rodeados por una nube electrónica. Por supuesto que la energía de amarre del electrón en presencia de dos protones es mayor que en presencia de un solo protón. Por otra parte, la repulsión electrostática de los dos protones tiende a oponerse a la ligadura. Sin embargo, puesto que la onda electrónica se aproxima más a los dos protones y tiende a concentrarse entre los mismos, el efecto de la atracción electrostática del electrón a los protones es la dominante. La energía de amarre del átomo de hidrógeno al ión de hidrógeno en H_2^+ es 2.65 ev; esto es, (2.65 + 13.6) ev es la energía necesaria para disociar completamente un ión H_2^+ en dos protones y un electrón.

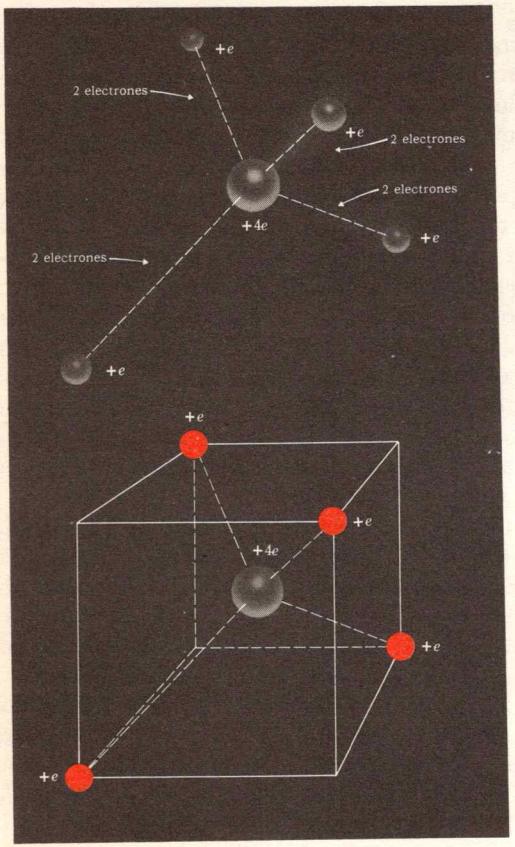
Según el principio de exclusión de Pauli, en la misma onda del primer electrón existe lugar para un segundo electrón. Este sistema de dos electrones y protones es la molécula neutra de hidrógeno. En este caso, la función de onda del electrón está un poco más extendida que en el caso de un solo electrón en H_2^+, debido a la repulsión electrostática entre los dos electrones. La energía de amarre de los dos átomos en la molécula neutra de hidrógeno es 4.48 ev. Si se pudiera observar a simple vista la nube electrónica (cuadrado de la función de onda) para los dos electrones de la molécula de H_2 se vería como se muestra en la Fig. 14-1.

Fig. 14-1. Densidad de carga electrónica en H_2. La cantidad de blancura es proporcional al cuadrado de la función de onda del electrón proyectada sobre el plano.



Los átomos de carbono forman comúnmente ligaduras covalentes. El átomo de carbono tiene tendencia a compartir con otros cuatro electrones en un intento por llenar su capa $N = 2$, $l = 1$. En la Fig. 14-2 se muestra el caso más simple que es el del metano CH_4. Al igual que en la molécula de hidrógeno, las ondas electrónicas tienden a concentrarse entre las cargas positivas donde hacen su mayor contribución a la energía de amarre. Puesto que estas cuatro nubes electrónicas son mutuamente repulsivas, la configuración de más baja energía es aquélla en la cual se encuentran más

Fig. 14-2. Esquema cualitativo que muestra la onda electrónica de la estructura del metano. Los núcleos de hidrógeno se hallan en las esquinas de un tetraedro regular, o en 4 de las 8 esquinas de un cubo. Los electrones se concentran a lo largo de las líneas carbón-hidrógeno.



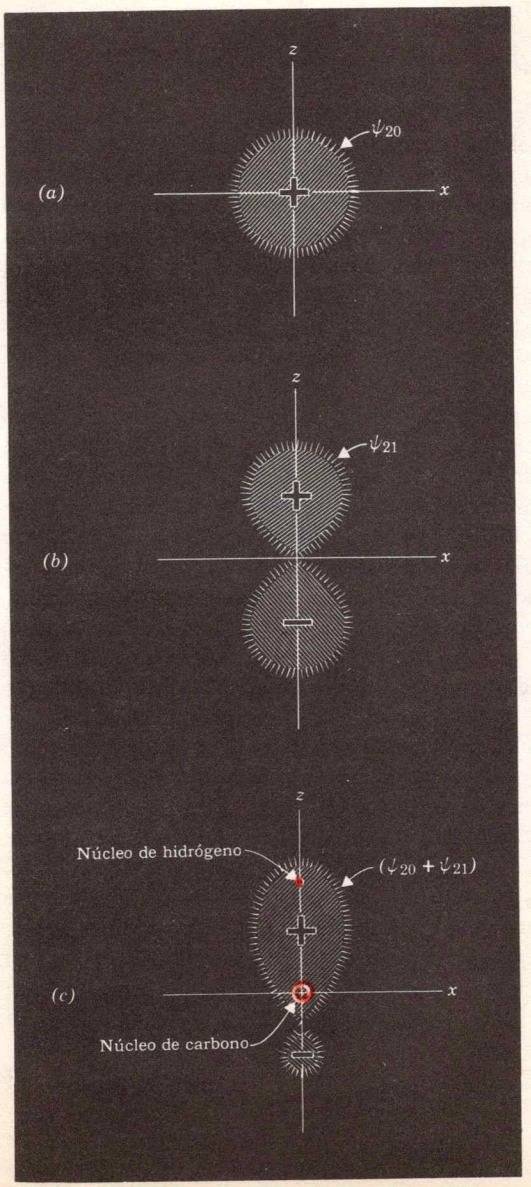
separadas (ver Fig. 14-2). Las formas de ondas electrónicas en la molécula están determinadas por la ecuación de Schroedinger de acuerdo con la condición de que los niveles de energía sean los más bajos posibles.

Hibridización

Vemos que al formar moléculas los cuatro electrones $N = 2$ del carbono pueden extenderse y desempeñar papeles similares dando para el carbono una valencia de 4. ¿Pero cómo será posible esto si los dos primeros electrones de carbono $N = 2$ ocupan una subcapa cerrada $l = 0$ y están más fuertemente ligados? De manera similar, ¿por qué razón el boro ($Z = 5$) con su único electrón $l = 1$, no tiene una valencia de 1 en vez de 3? La respuesta es que los átomos en las moléculas no se comportan igual que cuando están solos. En el átomo aislado, existe una distinción entre los electrones de $l = 0$ y $l = 1$. Como se enfatizó en el capítulo 13, los electrones de $l = 0$ están más íntimamente ligados que los electrones de $l = 1$. Pero las moléculas no son átomos aislados. Por ejemplo, la molécula CH_4 tiene además del núcleo de carbono otros cuatro centros de carga positivos. Con un sistema de cinco núcleos atómicos, la solución de la ecuación de Schroedinger para ondas estacionarias es más complicada y da el resultado mostrado en la Fig. 14-2 para el estado base. Al fenómeno de poner a los electrones $l = 0$ y $l = 1$ en igualdad de condiciones en la formación de las moléculas se le denomina hibridización.

No es difícil ver como las soluciones familiares para la ecuación de Schroedinger pueden generar una onda electrónica estacionaria que se extiende hacia un lado como se muestra en la Fig. 14-2. Esto se puede hacer para los cuatro electrones $N = 2$ del carbono describiendo cada una de las funciones de ondas del electrón como una mezcla de las ondas $l = 0$ y $l = 1$ del carbono. En la Fig. 14-3*a* se muestra esquemáticamente una función de onda $l = 0$. Aquí el valor de ψ deberá ser del mismo signo sobre toda la región central (se escoge el signo positivo). Como se muestra en la Fig. 14-3*b*, la función de ondas ($N = 2$, $l = 1$) será de signo opuesto en los dos extremos de la mancuerna. Examinando la suma (Fig. 14-3*c*), se ve que las partes superiores se suman constructivamente y las partes inferiores de signos opuestos tienden a cancelarse. El resultado es un elipsoide prolato que se extiende en una dirección a partir del núcleo

Fig. 14-3. Diagrama que muestra cómo la adición de las funciones de ondas correspondientes a $l = 0$ y $l = 1$ producen una nube electrónica que se proyecta principalmente hacia un lado. (a) representa la función de ondas esféricas ($N = 2$, $l = 0$.) (b) representa la función de ondas en forma de mancuerna ($N = 2$, $l = 1$). (c) Suma de las dos funciones de ondas anteriores. Puede observarse que el lóbulo inferior de ψ_{21} es prácticamente cancelado por ψ_{20} ya que tienen signos opuestos.



de carbono. Los químicos llaman a esto un *orbital sp* (*s* para $l = 0$ y *p* para $l = 1$).

El estudio de la química orgánica trata con las moléculas que contiene átomos de carbono y ligaduras covalentes. Los átomos de carbono tienen la característica especial de que no les molesta compartir electrones entre sí. Así, muchas de las moléculas en la química orgánica consisten de largas cadenas de átomos de carbono. Estas largas cadenas frecuentemente tienen miles de átomos. La figura que aparece en la portada de este capítulo es una pequeña sección de una de estas moléculas. Muchas de ellas ocurren en la naturaleza como productos de procesos vivientes. Con la ayuda de la mecánica cuántica y las técnicas avanzadas de la física y la química, ahora es posible determinar la estructura exacta de moléculas gigantes de proteínas que son básicas para la vida. En efecto, recientemente se ha entendido cómo algunas de estas complicadas moléculas son capaces de autorreproducirse. Por supuesto que uno de los problemas para el futuro es el de entender completamente este "secreto" de la vida. Tal vez algún día los científicos sean capaces de sintetizar nuevas formas de vida a partir de materia completamente inanimada.

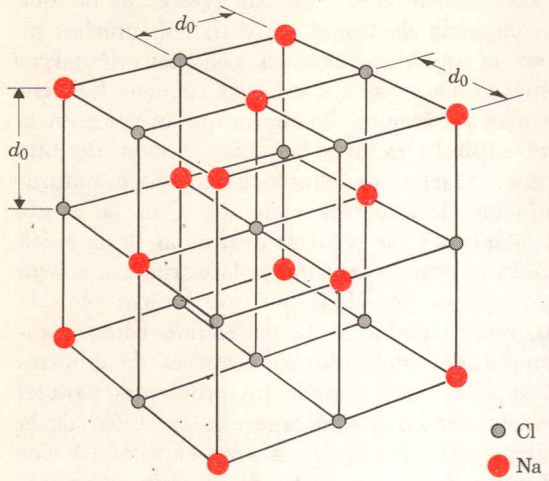
14-2 Sólidos cristalinos

Super moléculas

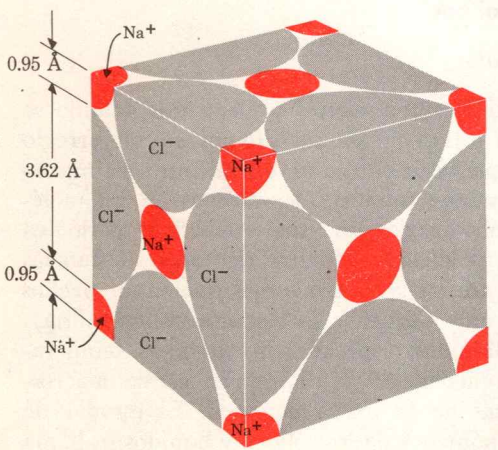
La mayor parte de los compuestos y elementos cuando se hallan en el estado sólido tienen sus átomos en un arreglo periódico que a simple vista parece un cristal puro. El mismo mecanismo que mantiene unidos a los átomos en las moléculas puede también ligarlos en una estructura periódica ilimitada o "super molécula". Muchas de estas substancias a simple vista no parecen ser cristales ya que están hechos de muchos cristales muy pequeños (estructura policristalina). Algunos sólidos y líquidos, especialmente a bajas temperaturas, presentan propiedades "peculiares" en escala macroscópica; características de la teoría cuántica. El estudio de las propiedades y fenómenos de los sólidos y líquidos se llama Física del estado sólido y en el presente es uno de los campos más importantes de investigación en Física.

Al igual que existen moléculas iónicas y covalentes, también existen cristales iónicos y covalentes. La Fig. 14-4 muestra la estructura del cristal iónico NaCl. Nótese que cada

Fig. 14-4. Estructura cristalina de NaCl. Los círculos pequeños indican las posiciones de los centros de los átomos de Na y Cl. (*a*) Centros de los átomos. (*b*) átomos completos.



(*a*)



(*b*)

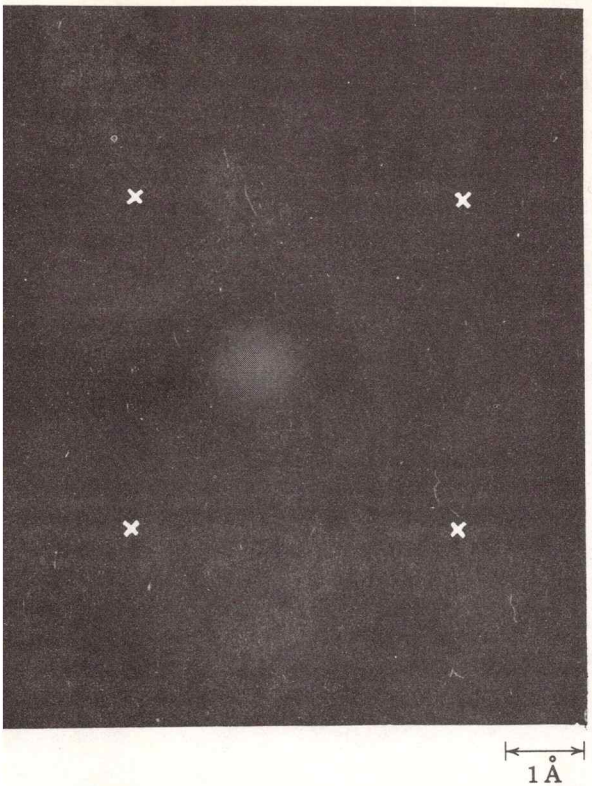
ion Na^+ tiene 6 iones Cl^- como vecinos inmediatos. Este tipo de configuración espacial de los iones Na^+ y Cl^- tiene la energía mínima (libera la mayor cantidad de calor durante su formación) de todas las posibles configuraciones. Esto explica la tendencia del NaCl y muchas otras substancias para formar cristales puros cuando se les enfría por debajo de sus "puntos de fusión". Conforme se eleva la temperatura la energía cinética térmica eventualmente crece lo suficiente para vencer el amarre en un cristal regular, y el cristal se funde.

Ligadura metálica

Existe otro tipo de ligadura, llamada la ligadura metálica y que ocurre sólo con elementos que tienen electrones periféricos en número tal que satisfacen la siguiente descripción. Este tipo de ligadura ocurre cuando se comprime a los átomos a una distancia menor que el tamaño de la nube electrónica de los electrones periféricos. Debido al principio de exclusión, tal configuración tenderá a llevar a los electrones exteriores a las energías más altas. Sin embargo, en el caso de las substancias llamadas metales esta configuración tiene una energía menor que cuando los átomos estaban separados. Considérese una substancia tal como litio, potasio o sodio que sólo tiene un electrón periférico. La Fig. 14-5 muestra la nube del electrón exterior de un átomo *libre* de litio. Las posiciones de los núcleos vecinos de la red del litio se han señalado con pequeñas x. Si los átomos están amontonados de modo que sus capas cerradas interiores se tocan, los átomos vecinos estarán dentro de lo que corresponde a la nube electrónica, en el átomo libre. En tal caso el electrón exterior es atraído por los núcleos vecinos, lo cual ocasiona un incremento tanto en su energía de amarre como en su tamaño. Esto les permite estar más cerca de sus vecinos más remotos, que a la vez "jalan" a la nube electrónica aún más. Como podría esperarse, el resultado final es que cada una de las funciones de onda de los electrones exteriores ¡se difunde uniformemente sobre todo el cristal! Entonces un solo electrón podrá ser tan grande como el Empire State o tan largo como el alambre más largo.

En primera aproximación, se pueden promediar las fuerzas atractivas de los núcleos sobre los electrones exteriores y este promedio corresponderá a una energía potencial atractiva cuya magnitud llamaremos U_0. En la Fig. 14-6 se muestra una gráfica de esta energía potencial promediada, denomi-

Fig. 14-5. Nube electrónica exterior de un átomo libre de litio. Las posiciones de los núcleos vecinos de litio metálico se indican con *x*. Observe que núcleos vecinos están dentro de la nube electrónica exterior.



Pregunta 1. ¿La longitud de onda de los electrones de conducción de energía más baja depende del tamaño de la pieza de metal?

Energía del nivel de Fermi

nada pozo de potencial. Cada electrón externo se describe mediante una onda estacionaria confinada a este pozo de potencial. Ahora veremos que el ejemplo hipotético de un electrón atrapado en una caja, presentado en el capítulo anterior, no es tan hipotético después de todo.

Podemos empezar a ver que la teoría cuántica proporciona una explicación razonable de por qué los metales conducen la electricidad y por qué no (o casi no) lo hacen otras substancias. El que los metales contengan al menos un electrón "libre" por átomo, es debido en parte a la naturaleza ondulatoria de los electrones. Como se verá en la página 390, los electrones "libres" o de conducción no están ligados a ningún átomo en particular y están libres para moverse hacia cualquier sitio en el metal. En los cristales iónicos y covalentes los electrones exteriores están ligados a sus átomos particulares; por consiguiente, generalmente estos cristales no conducen la electricidad. Se denominan aisladores. El hecho de que cristales metálicos puros puedan tener electrones libres, debería considerarse como un fenómeno macroscópico de la mecánica cuántica. Clásicamente, cada electrón debería pertenecer a su propio átomo.

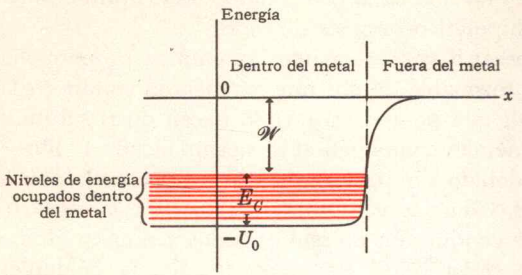
14-3 Gas de Fermi, de electrones.

Un gas peculiar incrustado en la materia sólida.

Hemos aprendido que un metal de volumen V se puede considerar como una caja del mismo volumen que contiene N electrones. Debido al principio de exclusión solamente se permiten dos de estos electrones en cada uno de los estados especificados por la Ec. 13-1. Todos estos N electrones tratarán de aglutinarse en los estados de menor energía formando lo que se conoce como gas de Fermi. Tal gas tiene ciertas propiedades no clásicas interesantes que fueron observadas por primera vez por Enrico Fermi. Los N electrones llenarán todos los estados de energía desde el estado más bajo hasta un estado de energía cinética Ec_0 llamado nivel de Fermi. Si N es conocida, se puede calcular Ec_0. En el apéndice de este capítulo se presenta el cálculo de Ec_0 en términos de $\mathfrak{N}$, el número de electrones por unidad de volumen. El resultado es

$$Ec_0 = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{3}{\pi}\mathfrak{N}\right)^{2/3} \qquad (14\text{-}1)$$

Fig. 14-6. La curva sólida es la energía potencial aproximada de un electrón exterior al cruzar la superficie del metal.



Respuesta 1. Sí. En el caso unidimensional la relación es $N\left(\frac{\lambda_N}{2}\right) = L$ donde L es la longitud de la "caja".

donde $\mathscr{N}$ es el número de electrones libres por centímetro cúbico. Como era de esperarse, el resultado es independiente de la forma o volumen particular de la pieza de metal. Depende tan sólo qué tan apretadamente se amontonan los electrones libres.

Ejemplo 1

La densidad del litio es 0.534 gr/cm³. ¿Cuál es el valor en ev. para el nivel de Fermi de los electrones de conducción en este material?

El litio tiene un solo electrón exterior, y por lo tanto $\mathscr{N}$ es el número de átomos por centímetro cúbico. Puesto que el peso atómico del litio es 6.94, habrá $N_0 = 6.02 \times 10^{23}$ átomos en 6.94 gr. de litio. Entonces $N = 0.534/6.94 \times 6.02 \times 10^{23} = 4.63 \times 10^{22}$ electrones libres por centímetro cúbico y

$$E_{C_0} = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{3 \times 4.63 \times 10^{22}}{\pi}\right)^{2/3} = 7.55 \times 10^{-12} \text{ erg}$$

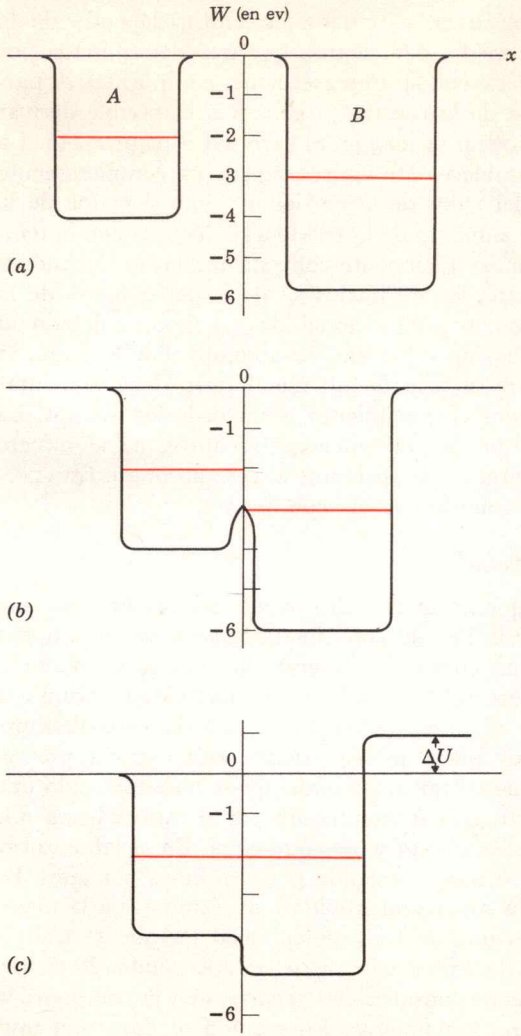
$$E_{C_0} = 4.7 \text{ ev}$$

En la Fig. 14-6 se muestra el potencial aproximado visto por un electrón en la orilla del metal. Se define la energía cero como la energía de un electrón libre en reposo fuera del metal. Los niveles de energía de los electrones del gas de Fermi están indicados por líneas horizontales finas empezando en $-U_0$ que es el fondo del pozo y continuando hacia arriba en un intervalo de energía igual a E_{C_0}. La energía mínima necesaria para sacar un electrón del metal es entonces $U_0 - E_{C_0}$. Por definición ésta es la función de trabajo $\mathscr{W}$ definida en la sección sobre el efecto fotoeléctrico. Aun cuando la energía cinética de un electrón en el nivel de Fermi es E_{C_0} su energía total es

$$\begin{aligned} E_T &= E_C + U \\ &= E_{C_0} + (-U_0) \\ &= -\mathscr{W} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el nivel de Fermi está en $-\mathscr{W}$ sobre la escala de energía. En realidad, sólo se tiene una función de trabajo perfectamente definida en el cero absoluto. A una temperatura de T grados absolutos, los electrones están en equilibrio térmico de manera que un número significativo de ellos tendrá alguna energía térmica adicional a su energía de Fermi. Como se mostró en el capítulo 6 la energía térmica promedio por partícula en un gas clásico es $(\frac{3}{2})\ kT$. En un gas de Fermi, sólo las partículas con energías cinéticas próximas a E_{C_0} pue-

Fig. 14-7. Cuando se unen dos metales distintos, los electrones circulan hasta que le alinean los niveles de Fermi (*c*).



Pregunta 2. En la Fig. 14-7 (*c*); ¿Cuál de los lados es más positivo, *A* o *B*?

den tener energía térmica. Por lo tanto, existirán algunos electrones con energías cinéticas ligeramente superiores a E_{C_0}; a la temperatura ambiente kT es 0.025 ev, mientras que E_{C_0} y $\mathfrak{W}$ son del orden de varios electronvolts.

Potencial de contacto

Siempre que se unen dos metales diferentes, aparece entre ellos una diferencia potencial. Ahora que sabemos de los niveles de Fermi, podemos explicar este fenómeno usando diagramas de pozos de potencial. Considere dos metales diferentes *A* y *B* (Ver Fig. 14-7*a*). Los niveles de Fermi de *A* y *B* están en −2 y −3 ev respectivamente y las energías potenciales de los electrones dentro de los dos metales son −4 y −6 ev respectivamente, tomadas todas estas cantidades con respecto a la energía de un electrón en reposo fuera del metal. La Fig. 14-7*b* muestra la situación justamente en el momento de poner en contacto a los metales. Ahora los electrones de *A* tienen libertad para moverse hacia *B* donde existen disponibles estados de menor energía. Pero conforme los electrones se mueven hacia *B*, éste adquiere rápidamente una carga negativa con respecto a *A*. Ahora se necesita hacer más trabajo para traer un electrón al metal *B* negativamente cargado; en otras palabras, el diagrama de la energía potencial total de *B* se ha elevado con respecto a *A*. Este proceso continúa hasta que los niveles de Fermi coinciden (Fig. 14-7*c*). Esta situación de equilibrio se alcanza después de que una fracción muy pequeña de los electrones de conducción se ha desplazado de *A* a *B*. Como puede observarse en la Fig. 14-7*c*, la diferencia en energía potencial es ΔU que debe ser igual a la diferencia inicial en energía de los niveles de Fermi; es decir si la diferencia entre los niveles de Fermi de dos metales es de 1 electrovolt, al ponerlos en contacto habrá una diferencia de potencial de 1 volt entre ellos.

14-4 Conductividad eléctrica

La mecánica cuántica en escala macroscópica

Hemos visto que en una red cristalina metálica perfecta los electrones exteriores se comportan como electrones libres en una caja. Puesto que estos electrones son capaces de llevar corriente eléctrica, se esperaría que la resistencia eléctrica de un metal perfecto fuera cero. Sin embargo, los metales reales tienen impurezas e imperfecciones en la red. Ya que la

condición para obtener electrones libres era que la red fuera perfecta y sin impurezas, un electrón "libre" puede interaccionar y perder energía con las imperfecciones e impurezas. La resistencia eléctrica, expresada en ohms, depende de la trayectoria libre media del electrón que está determinada por las colisiones de éste con las imperfecciones e impurezas. A partir de esta teoría de la resistencia eléctrica, es posible derivar la ley de Ohm, como se hizo en el capítulo 9 página 241. La ley de Ohm establece que la resistencia es completamente independiente del valor de la corriente y sólo depende de la temperatura. El aumento de la resistencia eléctrica con la temperatura se visualiza fácilmente con esta teoría de la conducción eléctrica. Una fuente intrínseca de imperfecciones de la red, es el movimiento vibracional de los átomos debido al hecho de que ellos no están al cero absoluto. Por lo tanto, se predice que la resistencia de un metal puro debe aumentar conforme aumenta el movimiento térmico de los átomos. La teoría predice que la resistencia debe aproximarse a cero cuando la temperatura se aproxime al cero absoluto. Esta predicción está de acuerdo con el experimento.

Superconductividad

El hecho de que un metal puro puede tener resistencia cero o conductividad infinita al cero absoluto, no debe confundirse con un fenómeno cuántico diferente llamado superconductividad. La superconductividad es conductividad infinita a temperaturas de algunos grados por encima del cero absoluto. En realidad muy pocos metales tienen esta extraña propiedad. Una vez que en un superconductor se ha establecido una corriente circular, ésta se mantendrá por sí misma hasta que el sistema de enfriamiento se descomponga. En el laboratorio, tales corrientes se han mantenido por sí mismas por años. La explicación de la superconductividad en términos de la mecánica cuántica es uno de los problemas en los que se trabaja actualmente en la Física teórica del estado sólido. Recientemente se han hecho considerables progresos en la comprensión de este fenómeno tan notable. En seguida se dará una muy breve descripción de la teoría. Por debajo de una cierta temperatura la perturbación de la red debida a un electrón de conducción es mayor que el movimiento térmico de la red que perturba al electrón. La perturbación de la red por el electrón *A* mostrará un efecto en el movimiento del electrón *B*. El efecto neto es una fuerza atractiva efectiva entre los electro-

Respuesta 2. Los electrones salen del lado *A* y lo hacen más positivo en carga neta.

nes A y B, la cual en algunos materiales es mayor que la fuerza electrostática repulsiva. Por lo tanto, si ambos electrones se ponen en movimiento en la misma dirección (corriente neta) estarán en el estado de energía más baja disponible y permanecerán en él ya que no hay otro estado más bajo para ellos; consecuentemente, habrá una corriente electrónica permanente en la dirección del movimiento.

14-5 Semiconductores

La libertad aumenta con la temperatura

Existen algunos cristales covalentes no metálicos, tales como el silicio y el germanio, en los cuales las funciones de onda de los electrones exteriores no ocupan todo el cristal, sino que sólo se extienden hasta el átomo vecino más cercano. Sin embargo, para silicio y germanio, el primer estado excitado de un electrón exterior del átomo consiste de una nube electrónica suficientemente grande para satisfacer la condición de extenderse sobre todo el cristal. Como se ha visto, siempre que el tamaño de la nube electrónica se haga tan grande que envuelva varios núcleos del cristal, la onda se extiende sobre todo el cristal. El silicio y el germanio con todos sus electrones en los estados de menor energía son cristales covalèntes o aisladores. Sin embargo, si algunos de los electrones exteriores pueden excitarse al siguiente estado de mayor energía (llamada banda de conducción) estos electrones excitados se convierten repentinamente en electrones libres y el cristal es capaz de conducir electricidad. En el germanio se necesitan 0.72 ev para excitar un electrón exterior a la banda de conducción. A temperatura ambiente ($kT = 0.025$ ev) sólo una fracción extremadamente pequeña de los electrones tendrá esta energía térmica. Sin embargo, a pesar de que la fracción es muy pequeña, existen por lo menos algunos electrones de conducción con el resultado de que la conductividad del germanio será muchas veces la de un aislador o la del mismo germanio al cero absoluto. Este hecho explica por qué al germanio se le denomina semiconductor.

La presencia de una pequeña cantidad de impurezas puede aumentar enormemente la conductividad de un semiconductor. Por ejemplo, unas pocas partes por millón de arsénico pueden aumentar la conductividad del germanio a temperatura ambiente por un factor de 1000. Una comparación de las estructuras electrónicas (tabla 13-1) del arsénico y del germa-

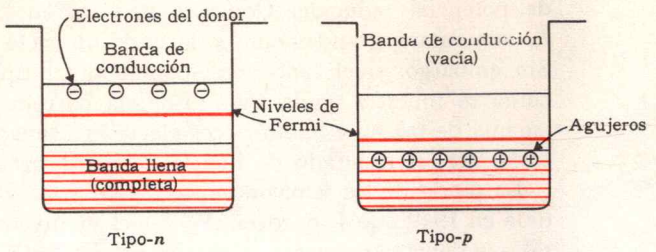
Pregunta 3. ¿Es posible que un superconductor con una pequeña cantidad de impureza tenga resistencia *exactamente* igual a cero?

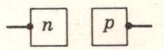
nio hacen que esto parezca razonable. El arsénico tiene un electrón más que el germanio y por el principio de exclusión de Pauli, este electrón deberá estar en el siguiente estado de mayor energía. De modo que el electrón exterior de un átomo de arsénico incrustado en un cristal de germanio debe estar esencialmente en la banda de conducción. Deliberadamente se fabrica germanio con una cantidad controlada de impurezas de arsénico. A éste se le llama germanio tipo n ("n" por negativo). Los cristales de germanio también pueden crecerse con impurezas de galio. El átomo de galio captura un electrón de un átomo vecino de germanio dejando un agujero electrónico que puede moverse de un átomo de germanio a otro. Este agujero se comporta como un portador de corriente positiva. El germanio con impurezas de galio se llama tipo p ("p" por positivo).

Una unión p-n consiste de un semiconductor que tiene regiones de impurezas del tipo p y n adyacentes. Entonces el semiconductor tiene la característica poco común de que su resistencia eléctrica en una dirección es cientos de veces mayor que en la otra. A tal dispositivo se le llama diodo de cristal y tiene características eléctricas similares a las de un diodo de vacío; esto es, si a la región tipo p de una unión p-n se le aplica un voltaje positivo, circulará una corriente grande, mientras que si el voltaje es negativo, la corriente será pequeña. Al igual que en los diodos al vacío, una unión p-n tiene una resistencia baja si el voltaje se aplica en una dirección y una resistencia alta si se aplica en la otra dirección. Este efecto se puede entender refiriéndose a la Fig. 14-8. En la Fig. 14-8*a* se representan separadamente dos muestras de germanio, una con impurezas de arsénico como dadores (tipo n) y la otra con aceptores de galio (tipo p). Entonces, existirá una diferencia en los niveles de Fermi dependiente de la cantidad de impurezas (tipo n y/o tipo p). Considérese un ejemplo donde la diferencia entre los niveles de Fermi es 0.2 ev. En la Fig. 14-8*b*, donde las dos muestras están unidas, los niveles de Fermi estarán alineados y como se explicó en la sección 14-3, aparecerá un potencial de contacto de 0.2 volts. Si se conectan ambos lados mediante un alambre, existirán corrientes electrónicas de desplazamiento iguales y opuestas, I_p e I_n. I_p es muy pequeña debido a que existen muy pocos electrones que tienen los 0.72 ev de energía térmica necesarios para pasar a la banda de conducción. Del lado correspondiente al tipo n, existen muchos electrones en la banda de conducción

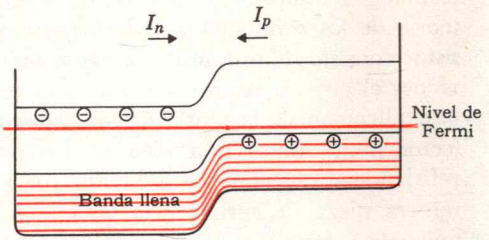
Respuesta 3. Sí. De otra forma, tales corrientes no durarían durante años, como se ha observado. Cualquier muestra de laboratorio tendrá una pequeña cantidad de impureza. Además una pequeña cantidad de impureza no invalida la explicación en términos de mecánica cuántica.

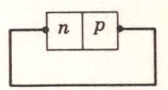
Fig. 14-8. Corrientes electrónicas en una unión *n-p*. (*a*) y (*b*) Sin aplicar voltaje, (*c*) Voltaje a favor y (*d*) voltaje en contra. Observe que el voltaje aplicado V ocasiona una diferencia eV en los niveles de Fermi. La corriente neta I es la corriente positiva convencional.





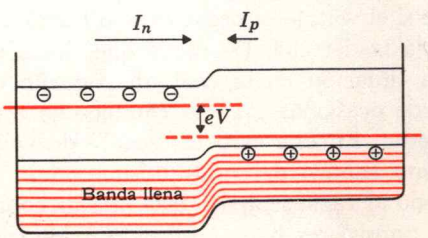
(*a*)

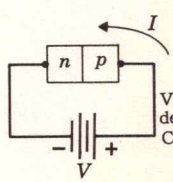




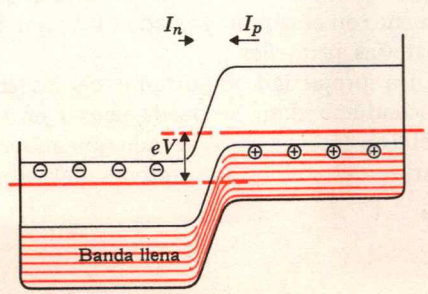
(*b*)

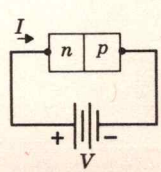
$I = (-I_n + I_p) = 0$





(*c*)
Voltaje en el sentid de la corriente
Corriente alta





(*d*)
Voltaje en contra de la corriente
Corriente baja

debido a los dadores de arsénico. Sin embargo, muy pocos de ellos tienen los 0.2 ev de energía cinética necesaria para pasar la barrera de potencial que tiene esa altura. Ahora, si se baja el lado correspondiente al tipo *p* del diagrama (aplicando un voltaje positivo) un número más grande de electrones de conducción tendrán suficiente energía para pasar la barrera de potencial reducida. Como se muestra en la Fig. 14-8*c*, I_n aumentará grandemente y la corriente neta será grande. Sin embargo, si el lado correspondiente al tipo *p* se eleva como se muestra en la Fig. 14-8*d*, la barrera se eleva por encima de 0.2 ev y habrá pocos electrones capaces de atravesarla, con el resultado de que la corriente neta es pequeña.

La teoría de los semiconductores estaba tan bien comprendida en 1949 que J. Bardeen, W. Shockley inventaron un cristal que debía comportarse como un triodo. Entonces procedieron a manufacturar estos cristales semiconductores, ahora llamados transistores. Este desarrollo de gran importancia tecnológica nunca hubiera sido posible sin la comprensión de la teoría de los conductores y de los semiconductores. Un transistor consiste de una unión *p-n-p* o una *n-p-n* con tres conexiones eléctricas. Aquí no entraremos en mayores detalles en la explicación de la teoría de los transistores; sin embargo, el lector podrá darse una idea de los principios involucrados refiriéndose nuevamente a la Fig. 14-8 e imaginándose una tercera pieza de germanio a la derecha con un voltaje fijo aplicado a través de las tres partes. Cuando en la Fig. 14-8*c*, se aplica un voltaje positivo adicional a la pieza intermedia, puede circular una gran corriente hacia la derecha, mientras que si el voltaje es negativo sólo habrá una pequeña corriente hacia la derecha. De modo que, como en el triodo, se tiene una situación en la cual un pequeño cambio en el voltaje puede ocasionar grandes cambios de corriente en el circuito externo. En este caso la "señal" de voltaje se aplicó al elemento central de un transistor *n-p-n*, mientras que en un triodo al vacío se aplica a la reja de control. En la actualidad los transistores han substituido a los triodos en muchos circuitos electrónicos. Tienen la ventaja de no necesitar calentamiento en el cátodo y pueden trabajar con voltajes pequeños y baterías pequeñas.

Otra propiedad importante de los semiconductores es la fotoconductividad. Se puede pensar en este mecanismo como el efecto fotoeléctrico llevado a cabo completamente en el interior del sólido. Los fotones del espectro visible (o aun

en el infrarrojo) pueden ser absorbidos por los electrones exteriores en el estado base. El electrón tiene ahora la energía adicional del fotón, que es suficiente para llevarlo a la banda de conducción. Cuando se ilumina una celda fotoconductora, su resistencia eléctrica decrece bruscamente. Un fotodetector más práctico es una unión *p-n* de resistencia alta (voltaje en contra aplicado). Si se le ilumina, el cambio en la corriente es especialmente brusco, los electrones excitados por la luz tienen energía suficiente para pasar la pequeña barrera.

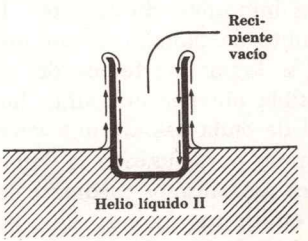
Otra de las muchas aplicaciones de los semiconductores es la batería solar. Si se ilumina un diodo de cristal se crean tantos agujeros como electrones libres. Sin embargo, las corrientes no serán simétricas debido a la enorme diferencia en resistencias para los flujos en ambas direcciones a través de la unión *p-n*. En esta forma circulará hacia un lado más carga negativa y hacia el otro más carga positiva, y se producirá una diferencia de potencial.

14-6 Superfluidez

La forma fácil de llenar un vaso

Otro extraño fenómeno de la mecánica cuántica que ocurre en las cercanías del cero absoluto es la superfluidez del helio líquido. A medida que el helio gaseoso se enfría, se licúa a 4.2° absolutos. A medida que se continúa enfriando, el líquido cambia repentinamente sus propiedades a 2.2° absolutos. Entonces ocurren fenómenos a escala macroscópica que son completamente contrarios a la experiencia común. Por ejemplo, un vaso destapado y parcialmente lleno se vacía rápidamente de esta forma extraña de helio líquido (llamada helio II). La explicación es que el líquido asciende por la superficie interior del vaso hasta llegar al borde (sin importar qué tan alto sea) y desciende por fuera. Por la misma razón ocurre también el fenómeno inverso (Ver Fig. 14-9). Si un vaso vacío, se sumerge parcialmente, el helio rápidamente se desliza como se indica hasta alcanzar dentro del vaso el mismo nivel. A medida que desciende la temperatura por debajo de 2.2°K, la cantidad de helio II aumenta y al cero absoluto todo será helio II. Una extraña propiedad del helio II puro es que no puede ejercer fuerza alguna sobre nada. Una manguera de bomberos de gran presión que lanzara un chorro de este líquido no lograría ni siquiera tirar una moneda parada de canto. El líquido fluiría libremente alrededor de la moneda sin ejercer fuerza neta alguna, sobre ella. ¿Podría nadar en

Fig. 14-9. Las flechas representan el arrastre de la película superficial de helio II líquido en el vaso vacío. La superficie actúa como sifón.



Pregunta 4. El símbolo usual para un diodo de unión *p-n* es ⊣◀⊢. La convención es que la dirección en la cual la corriente fluye "fácilmente" se indica con la flecha. ¿Cuál es el lado "*p*" y cuál el lado "*n*"?

helio II un pez? No, porque se congelaría. Pero aun un pez hipotético no congelable no podría nadar ya que no tendría nada contra qué empujarse. Todo lo que podría hacer sería obedecer la primera ley de Newton. Los físicos expresan matemáticamente esta extraña propiedad diciendo que la viscosidad del helio II es cero. El problema intrigante es ¿por qué la viscosidad es cero? Al igual que la superconductividad, las propiedades peculiares del helio líquido se están estudiando activamente. Se han hecho considerables progresos en la comprensión teórica de la superfluidez del helio II.

14-7 Láseres

Átomos estimulados que trabajan juntos

Hasta el descubrimiento de los láseres en 1960, el hombre no era capaz de lanzar un rayo luminoso hacia la Luna y detectar su reflejo, o en el otro extremo, obtener un pequeño punto luminoso concentrado de diámetro mayor que una longitud de onda. Se han obtenido haces de láseres de potencia aproximada a 5×10^8 watts por períodos cortos, y puesto que esta energía puede concentrarse en un punto que tenga el tamaño de una longitud de onda, se obtienen enormes temperaturas capaces de evaporar instantáneamente cualquier substancia. Ordinariamente las fuentes de luz emiten fotones independientes provenientes de los átomos de la fuente. Usando lentes es imposible enfocar toda la energía de dicha fuente en un punto de tamaño menor que la fuente misma. Sin embargo, si se logra una fuente de luz sinusoidal pura y continua, es posible obtener un punto luminoso del tamaño de una longitud de onda usando una lente simple. Es posible obtener tales fuentes puras usando la llamada emisión estimulada. Existen dos mecanismos mediante los cuales un átomo excitado puede emitir sus fotones. Uno es el proceso al azar denominado emisión espontánea y el otro es la emisión estimulada. En este proceso un átomo excitado en presencia de radiación externa proveniente de átomos similares, puede estimularse y emitir su fotón *en fase* con la radiación externa. En otras palabras, si un átomo es golpeado por un fotón como el que él puede emitir, lo emitirá y lo hará en fase con el fotón "padre".

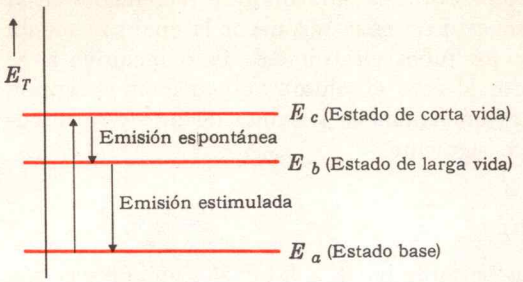
Por tanto, si una fuente de átomos excitados colocada entre dos espejos se le alimenta continuamente, se establecerá un conjunto de fotones en fase que viajan de un espejo al otro; esto es, una onda sinusoidal continua de radiación electromag-

Respuesta 4. El lado "*p*" está a la derecha y el "*n*" a la izquierda.

nética con la frecuencia característica de la radiación atómica. En la práctica, se usa un espejo semiplateado para permitir la salida de un haz continuo de ondas sinusoidales puras. El único problema restante es cómo alimentar a la fuente continua de átomos excitados. Esto se puede hacer mediante el llamado bombeo óptico. A una muestra de átomos que tienen niveles de energía similares a los de la Fig. 14-10 se la alimenta continuamente con luz de una frecuencia mayor a la característica, proveniente de una fuente externa. Esta frecuencia mayor corresponde a la transición del estado base E_a al E_c. En tal situación, los átomos excitados emitirán un fotón de la misma frecuencia cayendo al estado base, o emitirán fotones de menor frecuencia cayendo a E_b. En ciertos materiales, existe una probabilidad mayor de caer rápidamente a E_b en vez de hacerlo al estado base, y entonces, estando en E_b, la probabilidad de emisión espontánea hasta E_a es relativamente baja. Uno de tales materiales es el cristal de rubí (iones de cromo atrapados en óxido de aluminio). Mediante un bombeo óptico rápido es posible colocar más átomos de cromo en el estado E_b que en el estado base. Entonces los pocos fotones emitidos inicialmente que corresponden a $E_b - E_a$ estimularán rápidamente a otros átomos excitados que emitirán sus fotones en fase.

Para los iones de cromo, la frecuencia $f = \dfrac{E_b - E_a}{h}$ corresponde a la luz roja. A partir de 1960, muchas otras substancias, tanto sólidos como gases, se han usado para emitir rayos láser dentro de un vasto rango de frecuencias en el espectro visible y en el infrarrojo. Los estados excitados se pueden producir por métodos químicos y eléctricos así como por bombeo óptico. Incluso ciertos tipos de unión *p-n* emitirán rayos láser si se pulen las caras opuestas del cristal para hacerlas reflectores. Aquí el mecanismo básico es la emisión del fotón por un electrón de conducción que cae en un agujero en la banda de valencia. Esta transición puede proceder a través de una emisión estimulada así como por emisión espontánea.

Fig. 14-10. Diagrama de los niveles de energía para un láser típico.



14-8 Penetración de barrera

Pasando a través de una pared

Emisión termoiónica

Si se aplica un campo eléctrico que tiende a extraer electrones de un metal, se encuentra que efectivamente una co-

Fig. 14-11. Lo mismo que en la Fig. 14-6, excepto por el campo eléctrico externo.

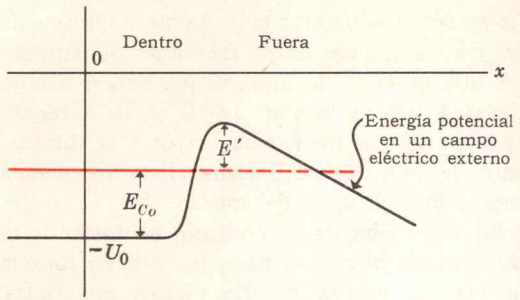
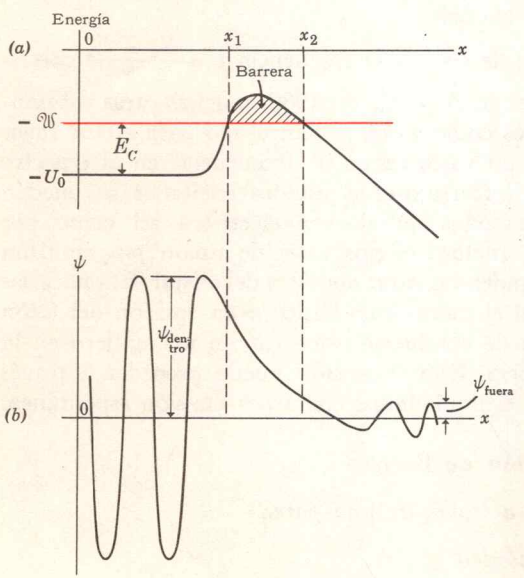


Fig. 14-12. (*a*) La misma energía potencial que en la Fig. 14-11. (*b*) Función de onda correspondiente a un electrón interior que tiene la energía de Fermi ($-\mathfrak{W}$).



rriente estacionaria de electrones sale del metal. La energía potencial debida a un campo uniforme E es $U = -eEx$. La Fig. 14-11 muestra la curva de la energía potencial combinada, vista por un electrón de conducción. Se puede observar que los pocos electrones que poseen energía térmica mayor que E' pueden escapar de su prisión metálica. A este fenómeno se le llama emisión termoiónica. Se esperaría que un pequeño aumento en la temperatura causara un gran incremento en la emisión de electrones. Esta es la razón por la cual se calienta a los cátodos de los tubos electrónicos. Pero inclusive si se enfrían los cátodos al cero absoluto ¡aun se emiten algunos electrones! Este es un fenómeno bastante distinto y se discutirá en el párrafo siguiente.

Emisión de campo

A temperaturas bastante bajas, a las cuales ningún electrón puede tener energía térmica mayor que E', se ha observado que del cátodo se emite aún una corriente electrónica pequeña. Este fenómeno se llama emisión de campo y es un ejemplo de un importante fenómeno de la mecánica cuántica que viola flagrantemente la Física clásica. Este sorprendente fenómeno de la mecánica cuántica se conoce como penetración de una barrera de potencial. En el ejemplo correspondiente a la Fig. 14-12 se tiene una barrera de potencial de altura E'. Clásicamente un electrón de energía cinética E_{C_0} dentro del metal tendría una energía cinética igual a cero en la posición x_1. Entonces, el potencial atractivo del metal lo jalaría hacia adentro. Clásicamente ningún electrón podría penetrar en la barrera ni siquiera una cantidad mínima. En la región entre x_1 y x_2 un electrón clásico tendría una energía cinética negativa que clásicamente es imposible. Sin embargo, de la ecuación de Schroedinger se sabe que la onda asociada al electrón podría existir en esta región. La curva debe apartarse del eje x como se muestra en la Fig. 14-12. Observe que en esta figura existe alguna probabilidad de encontrar al electrón fuera del metal. Según la mecánica cuántica la probabilidad de que un electrón dado atraviese la barrera será $\psi^2_{fuera}/\psi^2_{dentro}$ para cada vez que el electrón choque con la barrera. Un ejemplo clásico de una barrera de energía potencial será el de una canica rodando dentro de una copa. Si se suelta la canica desde el filo de la copa hacia adentro, bajará y subirá dentro de la copa sin salirse nunca. Sin embargo, según la

mecánica cuántica existe una pequeñísima probabilidad [aproximadamente una en $10^{(10^{20})}$] de que escape la canica.

En realidad, existe un ejemplo de penetración de barrera en la Física clásica. Puesto que la ecuación de Schroedinger es de la misma forma que la ecuación de ondas para la luz u ondas en el agua, es de esperarse un ejemplo de penetración de barrera en la óptica. La superficie de una pieza de vidrio presenta una barrera a la luz en el interior del vidrio que trata de salir. Si la luz incide sobre la superficie a un ángulo de incidencia mayor que el ángulo crítico (ángulos prohibidos por la ley de Snell), entonces el haz luminoso no puede pasar la barrera y en consecuencia será reflejado totalmente dentro del vidrio como se muestra en la Fig. 14-13*a*. Sin embargo, si próxima a esta placa se coloca otra pieza de vidrio (dentro de una o dos longitudes de onda) como en la Fig. 14-13*b*, alguna fracción de la luz penetrará la barrera y continuará en la segunda pieza de vidrio. La analogía de este fenómeno con el tanque de ondas se muestra en la Fig. 14-14.

Decaimiento alfa

El mismo mecanismo de la penetración de barrera explica la desintegración radiactiva natural de algunos de los elementos pesados en una partícula α (un núcleo de helio) y un núcleo residual. La partícula α está fuertemente ligada dentro del núcleo por la fuerza nuclear. El potencial que liga a la partícula α es el "pozo" de potencial profundo mostrado en la Fig. 14-15. Fuera del radio nuclear R, la energía potencial es la energía potencial electrostática Q_1Q_2/r. Q_1 es la carga de la partícula α y Q_2 es la carga del núcleo residual. Sin embargo, a pesar de lo alto de la barrera, las partículas α eventualmente logran penetrar saliendo al exterior. Por ejemplo, para un núcleo de U^{238} existe una probabilidad de 50% de penetrar a la barrera o de desintegración radiactiva en 4500 millones de años. Así, la vida media radiactiva del U^{238} es 4.5×10^9 años. Puesto que la Tierra tiene aproximadamente esta misma edad todavía debe existir bastante U^{238}. Todos los isótopos que tienen una Z mayor que 92, tienen partículas α muy energéticas y consecuentemente barreras más pequeñas, y por lo tanto vidas medias mucho más cortas. Esta es la razón por la cual no se les encuentra naturalmente en la Tierra.

Ahora tenemos una explicación simple, en términos de la mecánica cuántica del fenómeno de la radiactividad. Se debe

Fig. 14-13. Penetración de barrera por la luz. Cuando se coloca una segunda placa de vidrio cerca de la primera, parte de la luz puede escapar de la primera a la segunda.

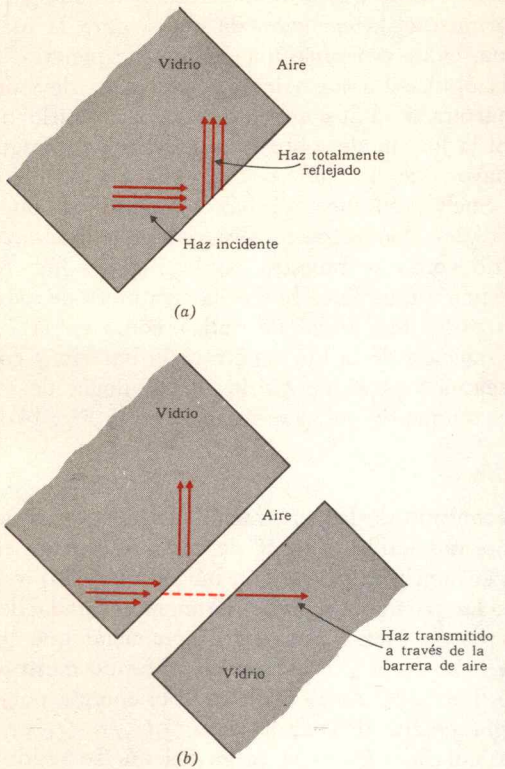


Fig. 14-14. Penetración de barrera en un tanque de ondas. En (*a*) ondas totalmente reflejadas por un desnivel. Conforme disminuye el desnivel (*b*) y (*c*) aparece una onda transmitida. La onda transmitida aumenta en intensidad a medida que el desnivel disminuye. (Cortesía de Educational Service Inc.)

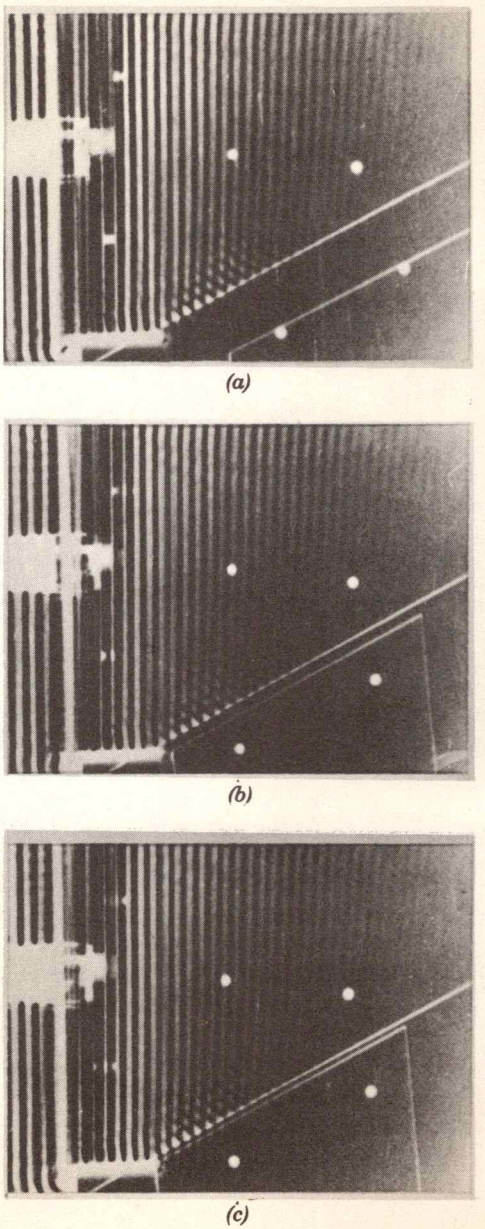
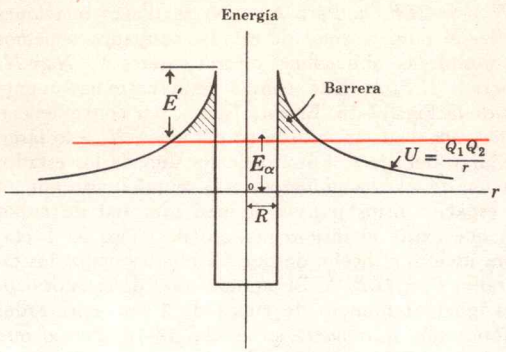


Fig. 14-15. Energía potencial de una partícula alfa "atrapada" en un núcleo de radio R. Después de escapar del núcleo su energía cinética será E_α.



a la naturaleza probabilística de la mecánica cuántica. Puede verse por qué es imposible predecir con certeza cuándo se desintegrará un núcleo de U^{238} sin importar la precisión de las medidas. Por la misma razón, es imposible predecir el lugar exacto de la pantalla donde golpeará el siguiente electrón en el caso de difracción de electrones. La radiactividad y otros aspectos de la Física nuclear se discutirán con mayor detalle en el capítulo siguiente.

Ejemplo 2

El radio de un núcleo de U^{238} es 8.6×10^{-13} cm. Cuando se desintegra, emite una partícula α de energía de 4.2 Mev. ¿Qué barrera de potencial, en Mev, verá una partícula α cuando está dentro del núcleo?

En la Fig. 14-15 se ve que la altura de la barrera es Q_1Q_2/R menos la energía de la partícula α. Entonces

$$E' = \frac{Q_1Q_2}{R} - 4.2 \text{ Mev}$$

$$Q_1 = 2e$$

$$Q_2 = 90e$$

$$R = 8.6 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

$$\frac{Q_1Q_2}{R} = 4.82 \times 10^{-5} \text{ ergs} = 30.1 \text{ Mev}$$

$$E' = 25.9 \text{ Mev}$$

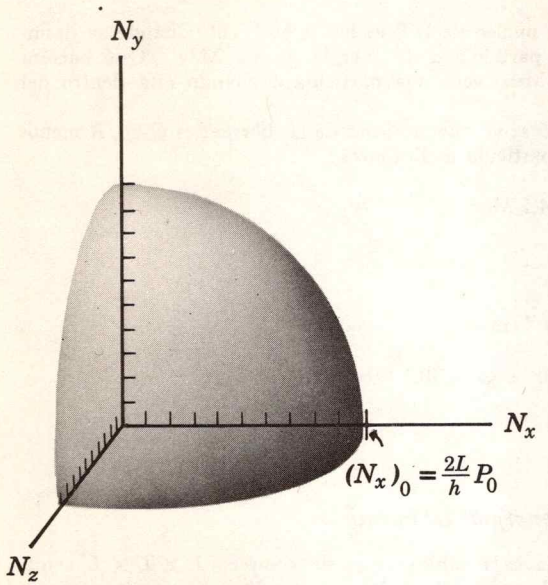
Apéndice 14-1

Cálculo de la energía de Fermi

Considérese una caja cúbica vacía de volumen $L \times L \times L$ centímetros cúbicos a la temperatura del cero absoluto. Si se coloca dentro de la caja un solo electrón. rápidamente radiará cayendo al nivel de menor energía. Un segundo electrón también caería a este mismo nivel de energía más baja. Debido al principio de exclusión de Pauli, un tercer electrón deberá ocupar el nivel superior siguiente o segundo nivel de energía. Un quinto electrón ocupará el tercer nivel y así sucesivamente. Si la caja contiene un total de N electrones, el nivel de Fermi tiene la energía cinética del nivel de energía $(N/2)$-ésimo. Consideremos las ondas asociadas a los electrones correspondientes a cada uno de los niveles de energía, como se hizo en la página 344 para una caja unidimensional. En este caso tridimensional una onda electrónica dada, se especifica mediante tres enteros o números cuánticos: N_x, N_y y N_z. Como se explicó en la página 323, el número cuántico N_x es el número de ondas estacionarias en la dirección x y tiene el valor

$$N_x = \frac{2L}{h} P_x$$

Fig. 14-16. Octante superior de una esfera de radio $R = \frac{2L}{h} P_0$.



dende P_x es la componente x del impulso del electrón. Si $E_{c_0} = P_0^2/2m$ es la energía cinética del nivel de Fermi, entonces P_0 es el valor máximo posible de P_x para cualquiera de los N electrones en la caja. El valor más grande de N_x que corresponde todavía a un estado ocupado es entonces $(N_x)_0 = 2LP_0/h$. Para N_y y N_z se tienen relaciones similares. Para obtener el número total de estados ocupados, tenemos que contar todas las posibles combinaciones de tres enteros N_x, N_y y N_z hasta el límite superior $2LP_0/h$. Este conteo sería extremadamente tedioso sin la ayuda de la Fig. 14-16. En esta figura, por conveniencia, numeramos N_x a intervalos de 1 cm. a lo largo del eje x, N_y a lo largo del eje y y N_z a lo largo del eje z. Entonces cada uno de los estados posibles (o combinación de los tres números) está representado por un punto único en el espacio. Estos puntos definen una red de cubos de 1 cm. Obsérvese que existe el mismo número de cubos de 1 cm, que de puntos. Ahora usemos el hecho de que los estados ocupados estarán dentro de un radio $R = 2LP_0/h$. El número total de estados ocupados será entonces igual al número de cubos de 1 cm. encerrados por la superficie esférica que se muestra en la Fig. 14-16. Puesto que este volumen es un octavo de la esfera completa.

$$\text{número total de estados} = \frac{1}{8} \times \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi \left(\frac{2LP_0}{h} \right)^3 = \frac{4\pi L^3 P_0^3}{3h^3}$$

Y puesto que hay dos electrones por estado, el número total de electrones es

$$N = \frac{8\pi V P_0^3}{3h^3}$$

Donde $V = L^3$ es el volumen de la caja.

Resolviendo para P_0 se tiene

$$P_0 = \left(\frac{3h^3}{8\pi} \frac{N}{V} \right)^{1/3}$$

Substituyendo en $E_{c_0} = P_0^2/2m$ resulta en

$$E_{c_0} = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{3}{\pi} \mathcal{N} \right)^{2/3}$$

donde

$$\mathcal{N} = \frac{N}{V}$$

Problemas

1. ¿Cuál cambiará más rápidamente con la temperatura, la resistencia de un metal puro o la de un semiconductor?
2. ¿La resistencia de un semiconductor aumenta o disminuye con la temperatura?
3. La profundidad del pozo de potencial en el tungsteno es 9 ev y la energía cinética máxima de los electrones de conducción es 5 ev. ¿Cuál es la función de trabajo en ev? ¿Cuál es el valor del nivel de Fermi en ev?

4. Un vaso cuyo diámetro es de 1 cm contiene una columna de 5 cm de helio II líquido. Después de destaparlo, ¿cuánto tiempo transcurre para que todo el líquido salga del vaso? La velocidad de ascenso es de 50 cm/seg y el espesor de la película es 10^{-5} cm.

5. En un metal, la profundidad del pozo potencial es 11 ev. La función de trabajo es 4 ev.
a) ¿Cuál es la energía total $(E_c + U)$ de un electrón de conducción en el nivel de Fermi? (Dé el signo correcto).
b) ¿Cuánta energía cinética gana un electrón cuando entra a la superficie de este metal?

6. ¿Cuántos electrones de conducción hay en un gramo de sodio? ¿Cuántos electrones de conducción hay en un gramo de germanio con impurezas de arsénico en proporción de 4 por millón?

7. La radiación solar en la superficie de la Tierra es de 2 calorías/min/cm^2. ¿Cuál deberá ser el área de una batería solar con eficiencia del 20% para que genere 100 watts?

8. Un electrón con $E_c = 3$ ev choca con un metal. Cuando penetra en la superficie su E_c aumenta a 8 ev. ¿Cuál es la profundidad del pozo de potencial? (Suponga que el electrón penetra en el metal sin sufrir colisión alguna.)

9. El metal A tiene $U_0 = 4$ y $E_{c_0} = 3$ ev. El metal B tiene $U_0 = 3.5$ y $E_{c_0} = 2$ ev. Cuando se les conecta entre sí, los electrones pasarán de uno al otro hasta que se igualen los niveles de Fermi. ¿Cuál de los dos obtiene un potencial de contacto positivo con respecto al otro?

10. ¿Cuál es el calor de formación de calorías de un mol de gas de KCl partiendo de átomos de K y átomos de Cl?

11. La función de trabajo del litio metálico es 2.36 ev. ¿Cuál es el valor de U_0 para este material?

12. La distancia entre dos protones en H_2^+ es 1.06 A. ¿Cuál sería la distancia entre dos protones que se mantienen ligados por un mesón μ^- (207 veces la masa del electrón)?

13. En un cierto núcleo pesado, una partícula α choca con la barrera de potencial 10^{22} veces por segundo y $\psi_{\text{fuera}}/\psi_{\text{adentro}} = 10^{-15}$. ¿Cuál es la probabilidad de que este núcleo decaiga en un período de un año?

14. Dos metales diferentes que tienen pozos de potencial idénticos, tienen niveles de Fermi que difieren 3 ev.
a) ¿Cuál será el potencial de contacto entre estos dos metales?
b) ¿El metal que tiene el nivel de Fermi más bajo, será positivo o negativo con relación al otro?

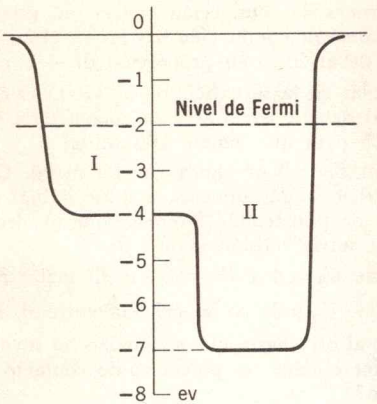
15. Considere una substancia hipotética, Metal A. Cuando este metal absorbe fotones de 7 ev de energía, emite fotoelectrones de energía hasta de 3 ev. La densidad de electrones de conducción en el metal A es tal que éstos tienen energías cinéticas hasta de 5 ev dentro del metal (despreciando cualquier energía térmica que pudieran tener).
a) ¿Cuál es la energía del nivel de Fermi para el Metal A?
b) ¿Cuál es la función de trabajo?
c) ¿Cuál es la profundidad del pozo potencial?

d) ¿Cuánta energía cinética pierden los electrones cuando salen de la superficie del metal?

e) ¿Cuál es la energía umbral en ev?, esto es, fotones de energía menor a ésta no arrancarán fotoelectrones del Metal *A*.

16. Un cierto metal tiene un potencial atractivo U_0 para electrones. Un cierto electrón fuera del metal tiene una longitud de onda $\lambda = 10\text{A}$. Cuando el electrón llega al metal, su longitud de onda decrece a 4A. ¿Cuál es el valor de U_0 en electrón volts?

Prob. 17



17. Si se mantienen juntos dos metales I y II, el diagrama de energía potencial es el mostrado en la figura.

a) ¿Cuál es la energía cinética máxima de los electrones de conducción cuando están en el metal II?

b) ¿Cuál es la función de trabajo de II?

c) ¿Cuál es la energía potencial en II?

d) ¿Cuál es la razón de las longitudes de onda electrónica para un electrón en el nivel de Fermi?

$$\frac{\lambda_{\text{I}}}{\lambda_{\text{II}}} = ?$$

18. Los números cuánticos para un cierto electrón en una caja cúbica de lado L son N_x, N_y y N_z.

a) Escriba las ecuaciones para las componentes x, y y z del impulso de este electrón en términos de L, m y h y los números cuánticos.

b) ¿Cuál es la energía de este electrón en términos de h, m, L, N_x, N_y, N_z? (*Sugerencia*: $P^2 = P_x^2 + P_y^2 + P_z^2$.)

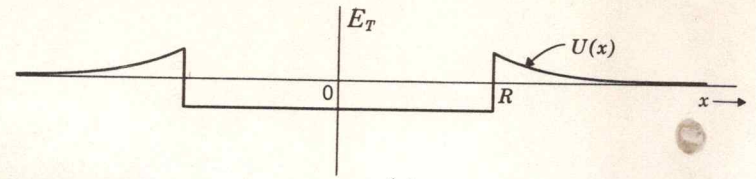
19. La solución de la parte (*b*) del problema 12 es $E = h^2/8mL^2 \times (N_x^2 + N_y^2 + N_z^2)$. Calcule los cinco niveles de energía más bajos en electrón volts para una caja con $L = 10^{-7}$ cm.

20. Repita el problema 18 para una caja rectangular en lados L_x, L_y y L_z.

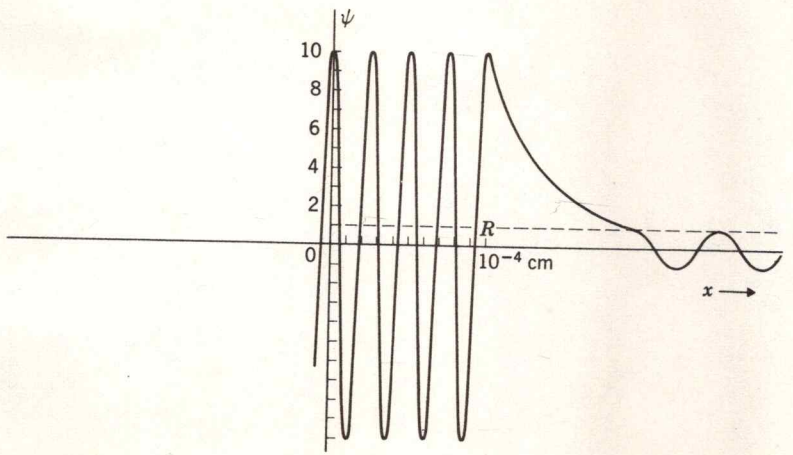
21. Suponga que la Fig. *a* representa la curva de energía potencial entre un electrón y una partícula de polvo cargada negativamente y cuyo radio es de 10^{-4} cm. Considere un electrón dentro de la esfera que tiene una función de onda como la representada en la Fig. *b*.

a) ¿Cuál es la longitud de onda del electrón dentro de la esfera?
b) ¿Cuál es la velocidad del electrón dentro de la esfera?
c) ¿Cuál es la probabilidad, por colisión, de que el electrón escape de la esfera?
d) Suponga que el electrón no pierde energía. ¿Cuál es la vida promedio de este electrón dentro de la esfera?

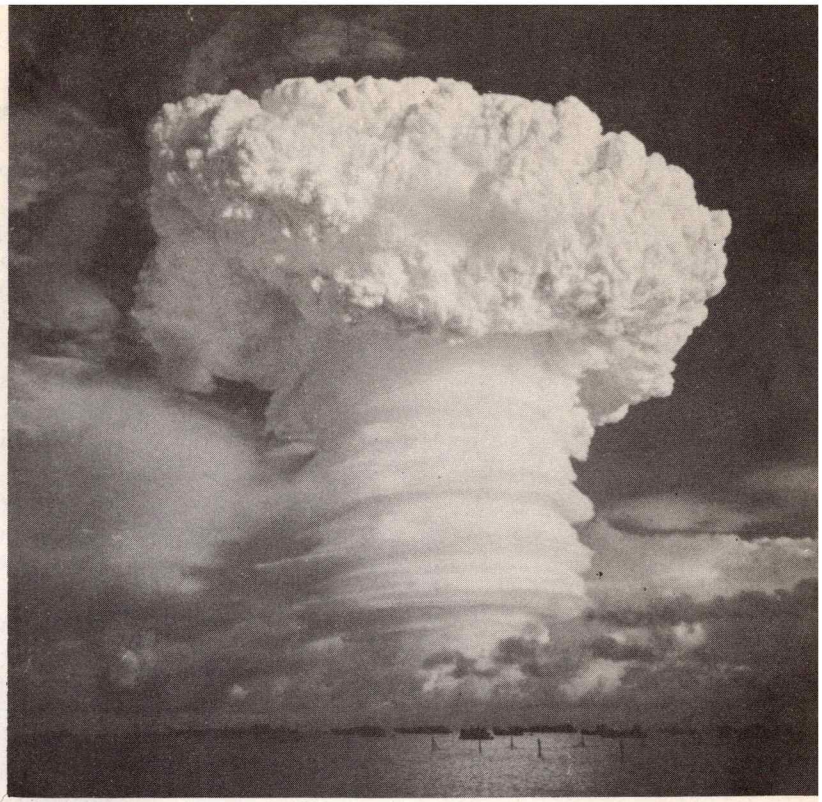
Prob. 21



(a)



(b)



Física nuclear

Capítulo 15

Física nuclear

15-1 Propiedades de los núcleos

Átomos en miniatura

Este capítulo se dedica principalmente a la comprensión del núcleo atómico y su estructura. Como se verá, los protones y los neutrones son muy parecidos. Por esta razón, el término "nucleón" se utiliza para designar a cualquiera de los dos. Esperaríamos explicar la estructura nuclear de manera similar a la estructura atómica; es decir, como una estructura de nucleones ligados en órbitas definidas, análoga a la estructura de órbitas electrónicas en el átomo. Idealmente nos gustaría poder calcular, en principio, la masa de un núcleo dado, su spín y su momento magnético, las energías de amarre de sus nucleones y las energías de sus estados excitados. Para llegar a esta meta, se debe conocer exactamente la fuerza entre dos nucleones. Desafortunadamente, la fuerza entre nucleones no es tan simple como la fuerza eléctrica y, hasta ahora, no se conoce con gran precisión. Sin embargo, se ha realizado progreso considerable en la comprensión de la estructura del núcleo y se pueden predecir muchas propiedades nucleares al menos en forma aproximada.

Antes de discutir el conocimiento actual de la fuerza entre nucleones y de la estructura del núcleo, se revisará parte del conocimiento experimental de las propiedades nucleares. En primer término, ¿qué tan pequeño es el núcleo? El tamaño nuclear se puede determinar bombardeando átomos con electrones de alta energía y contando cuántos de ellos hacen un impacto directo.* El resultado es que un núcleo cuyo número de masa es A (número de protones más neutrones) tiene casi todos sus nucleones fuertemente empacados dentro de un radio de:

Radio nuclear

$$R = 1.2 \times 10^{-13} A^{1/3} \text{ cm} \qquad (15\text{-}1)$$

Los experimentos muestran que esta ecuación se cumple bastante bien para todos los núcleos, excepto los más pequeños. Nótese que como el volumen es proporcional a R^3, resulta proporcional a la primera potencia de A, es decir al número de nucleones. Entonces, por la Ec. 15-1, todos los núcleos deben tener la misma densidad independientemente de su tamaño.

* Véanse la Sección 15-5 y los Apéndices 15-1 y 15-2 para detalles de la manera en que se determinan los tamaños nucleares.

Ejemplo 1

¿Cuál es la densidad de la materia nuclear, expresada en nucleones por centímetro cúbico y en gramos por centímetro cúbico?

El número de partículas por centímetro cúbico es

$$N = \frac{A}{V}$$

y, de acuerdo con la ecuación 15-1, el volumen nuclear es

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{4\pi}{3} (1.2 \times 10^{-13})^3 A$$

Entonces

$$N = \frac{A}{\frac{4\pi}{3} \times 1.2^3 \times 10^{-39} A} \tag{15-2}$$

$$= 1.38 \times 10^{38} \text{ nucleones por cm}^3$$

La densidad es este número multiplicado por la masa de un nucleón 1.67×10^{-24} gr. Entonces

$$D = 2.3 \times 10^{14} \text{ gr/cm}^3$$

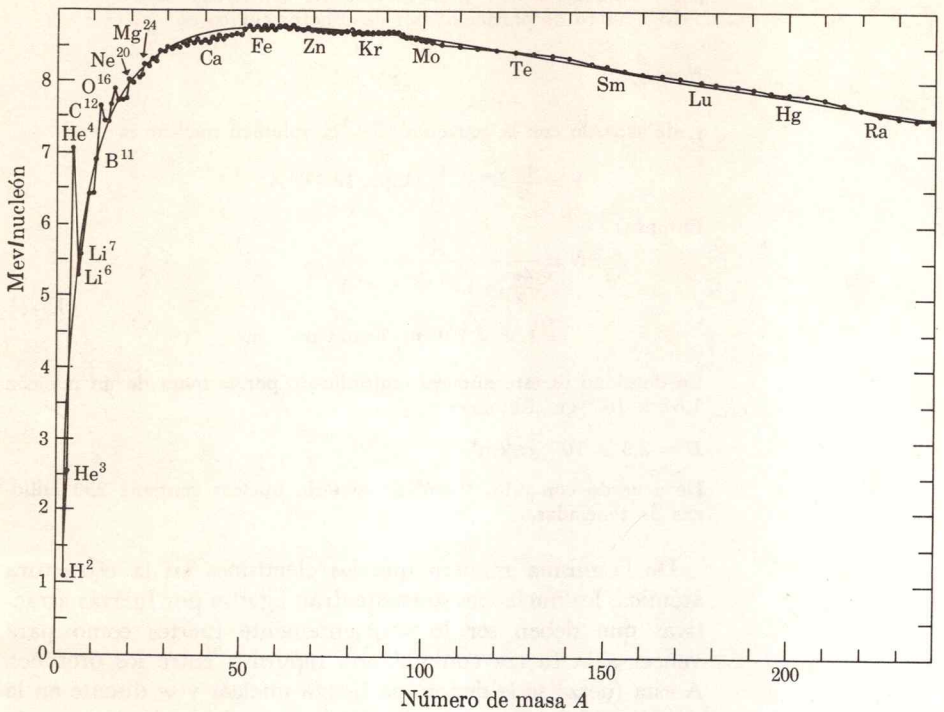
De acuerdo con esto, 1 cm^3 de materia nuclear contiene 250 millones de toneladas.

De la misma manera que los electrones en la estructura atómica, los nucleones se encuentran ligados por fuerzas atractivas que deben ser lo suficientemente fuertes como para vencer a la fuerza coulombiana repulsiva entre los protones. A esta fuerza se le denomina fuerza nuclear y se discute en la sección 15-2. Experimentalmente se sabe que la energía de amarre en núcleos ligeros aumenta al aumentar A (ver Fig. 15-1). Este resultado podría esperarse como resultado de la adición de fuerzas; un nucleón se encuentra más fuertemente ligado si es atraído por varios nucleones, en vez de estar atraído sólo por uno o dos. Sin embargo, cuando se pasa de $A = 80$, la energía de amarre por nucleón decrece gradualmente cuando A aumenta. Esto sugiere que la fuerza nuclear atractiva es de corto alcance (de aproximadamente el diámetro de un nucleón). Una vez que se pasa de este alcance, domina la fuerza electrostática repulsiva; esto es, cuando los protones se encuentran separados por más de 2.5×10^{-13} cm, la fuerza es repulsiva en vez de atractiva. Los núcleos en la región de $A = 80$ son los más fuertemente ligados.

Dos consecuencias de este comportamiento de la energía de amarre como función de A, son la fusión y fisión nucleares.

Pregunta 1. Escriba una fórmula para la sección de área transversal para un núcleo de número de masa A.

Fig. 15-1. Valores experimentales de la energía de amarre por nucleón como una función del número de masas A.



Considere primero lo que ocurre cuando se aproximan un electrón y un protón. En este caso se liberan 13.6 ev de energía con el resultado de que la masa del átomo de hidrógeno es 13.6 ev* menor que la suma de las masas del electrón y del protón libres. Similarmente, dos núcleos ligeros tendrán más masa, o energía en reposo, de lo que tendría su suma. Si pueden unirse, se "fusionarán" en su suma desprendiendo una energía correspondiente a la diferencia de masa. A este proceso se le llama fusión nuclear. En la sección 15-5 se verá que esta diferencia de masa puede ser mayor que 1%. Por otra parte, si un núcleo *pesado* se divide en dos núcleos más pequeños, estos tendrán menos masa que su padre por una cantidad que puede llegar a ser de 1%. Por tanto, existe

Respuesta 1. Area $= \pi R^2$
$= \pi(1.2 \times 10^{-13} A^{1/3})^2 \text{ cm}^2$
$= 4.52 \times 10^{-26} A^{2/3} \text{ cm}^2$.

* Es una práctica común en Física utilizar a la energía como unidad de masa. El valor correspondiente de la masa puede obtenerse siempre de la relación $M = E_T/c^2$.

una tendencia de los núcleos pesados para fisionarse en dos núcleos más pequeños con un desprendimiento de energía. La energía de una bomba A y de un reactor nuclear es la energía desprendida en la fisión nuclear. La energía de una bomba H es energía desprendida en la fusión.

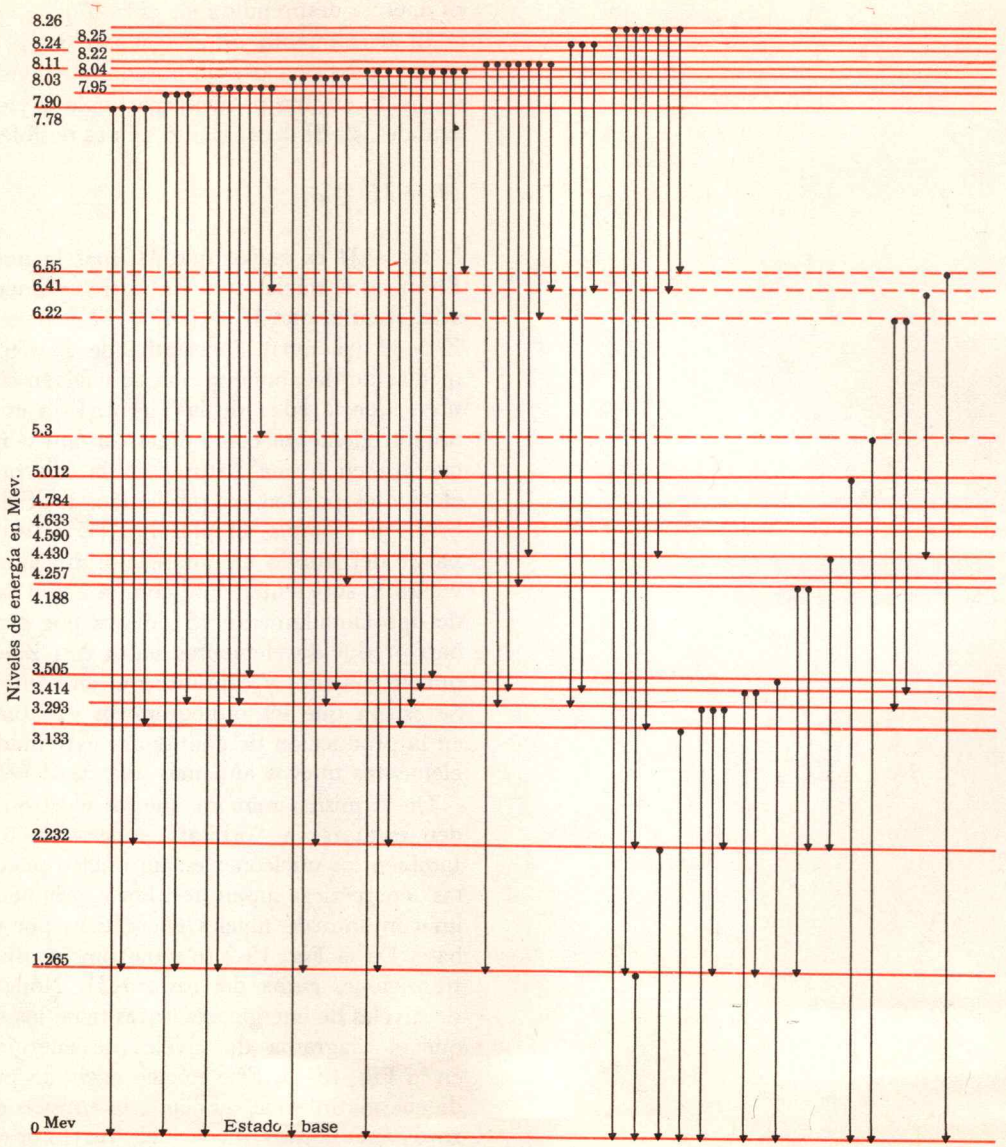
El decaimiento alfa (ver sección 14-8) se puede pensar como una fisión desequilibrada, en donde el núcleo padre M se divide en una pequeña partícula α y en un núcleo residual grande M'. El decaimiento alfa es posible sólo si en la reacción

$$M \rightarrow M' + \alpha$$

la masa M es mayor que M' más la masa de la partícula α. Entonces el núcleo será radiactivo y puede haber decaimiento alfa. Resulta que $M > (M' + M\alpha)$ para todos los núcleos con $Z > 82$ (plomo). Por arriba de $Z = 92$ (uranio) las vidas medias de decaimiento alfa se vuelven significativamente menores que la edad de la Tierra. Esta es la razón por la cual ningún elemento con número atómico mayor que 92 se encuentra en forma natural en la Tierra. Sin embargo, estos elementos pueden ser producidos artificialmente por el hombre. Por ejemplo, el plutonio ($Z = 94$) puede producirse a partir del uranio en un reactor nuclear; este proceso se ha vuelto lo suficientemente común como para que su precio sea de aproximadamente 15 dólares por gramo. Hasta ahora se han producido elementos hasta con $Z = 104$, pero a precios mucho mayores y comúnmente en cantidades muy pequeñas. Se espera que los radioquímicos eventualmente tengan éxito en la producción de cantidades extremadamente pequeñas de elementos nuevos aún más allá de $Z = 104$.

De la misma manera que los electrones en un átomo pueden excitarse a "órbitas" superiores, o niveles de energía, también los nucleones en un núcleo pueden excitarse a "órbitas" energéticas superiores. Por consiguiente, cada núcleo tiene un conjunto de niveles energéticos por encima de su estado base. En la Fig. 15-2 se muestran los niveles de energía y las transiciones gama del fósforo 31. Nótese que este diagrama de niveles de energía nucleares tiene las mismas características que el diagrama de niveles de energía atómicos mostrado en la Fig. 13-13. Este núcleo excitado puede caer a un nivel de energía inferior, mediante la emisión de un fotón (llamado rayo gama por los físicos nucleares). Por ejemplo, si un neutrón le pega a un núcleo de U^{238} (el índice superior significa que

Fig. 15-2. Niveles de energía y transiciones gama en el P^{31}. Cada línea horizontal representa un estado excitado del núcleo de P^{31}. (Reimpresión de: *Reviews of Modern Physics,* Octubre 1957.)



$A = 238$), se forma un núcleo de $(U^{239})^*$, en donde el asterisco indica algún estado excitado del isótopo U^{239}. Entonces

$$(U^{239})^* \rightarrow U^{239} + \gamma$$

en donde γ designa al rayo gama emitido. Naturalmente que cada estado excitado tiene definidos su nivel de energía, su spin y su momento magnético. La medida de éstas y de otras cantidades para los muchos estados excitados de más de 1000 isótopos diferentes mantienen ocupados al físico nuclear experimental y al radioquímico. Los resultados de tales medidas sirven tanto para aplicaciones prácticas como para mejorar el entendimiento de las estructuras y fuerzas nucleares.

15-2 Decaimiento radiactivo

Cuando ocurre, nadie lo sabe

Una amplia gama de fenómenos físicos exhiben lo que se llama decaimiento exponencial. Hasta ahora se han estudiado dos de estos fenómenos: (1) el decaimiento alfa de núcleos pesados y (2) la emisión de rayos gama, o fotones, por un átomo excitado (capítulo 13) o por un núcleo excitado (capítulo 15). En cada uno de estos casos existe una probabilidad fija de decaimiento por unidad de tiempo.

Recordamos de la sección 14-8 que el núcleo de U^{238} decae de acuerdo con las leyes de la probabilidad, como una consecuencia de la naturaleza ondulatoria de la materia. La probabilidad de que fuera del núcleo se encuentre a una partícula α es proporcional a $(\psi_f)^2$ (ver Fig. 14-12). La naturaleza de la probabilidad es tal que si un núcleo dado por extraña coincidencia ha logrado sobrevivir muchas vidas medias sin decaer, su historia pasada no afectará en forma alguna a su probabilidad futura de decaimiento. Lo mismo se cumple al lanzar una moneda al aire. Si ocurre que se obtienen cinco caras seguidas al lanzar la moneda, la probabilidad de volver a obtener cara en la siguiente tirada seguirá siendo de un medio. Nunca se puede predecir cuándo va a decaer un núcleo dado. Todos los núcleos de la misma clase siempre tienen exactamente la misma probabilidad de decaer, sin importar cuánto hayan vivido. Por ejemplo, la mitad de los núcleos de un isótopo radiactivo, cuya vida media es de un año, decaerán en el primer año, pero un núcleo individual que ha sobrevivido durante el primer año, seguirá teniendo una probabilidad de 50% de decaer en el siguiente año. Si sobrevive a los primeros

Pregunta 2. ¿Cuál es la probabilidad de que un núcleo radiactivo sobreviva 10 vidas medias?

dos años, su probabilidad de decaimiento durante el tercer año sigue siendo de un medio.

Ahora estudiaremos con mayor detalle el decaimiento del U^{238}. La probabilidad de que cualquier núcleo dado de U^{238} decaiga en un año es $prob. = 1/(6.5 \times 10^9)$. En un período de Δt años la probabilidad de decaimiento es

$$prob. = \frac{\Delta t}{6.5 \times 10^9} \tag{15-3}$$

Usando esta probabilidad se puede calcular el intervalo de tiempo promedio que vivirá un núcleo de U^{238}. El resultado es el valor del denominador de la Ec. 15-3, o sea 6.5×10^9 años. A esta cantidad se le define como la vida promedio τ. En términos de la vida promedio, la probabilidad de decaimiento en el tiempo Δt es

$$prob. = \frac{\Delta t}{\tau} \tag{15-4}$$

Ejemplo 2

Derive una fórmula aproximada para la vida promedio debida al decaimiento alfa, en términos de la relación $\left(\frac{\psi_f}{\psi_d}\right)$.

En la sección 14-8 se mostró que la probabilidad de escape de una partícula alfa, cada vez que ésta choca con la barrera, es

$$\frac{prob.}{col.} = \left(\frac{\psi_f}{\psi_d}\right)^2$$

El número de colisiones en el tiempo Δt es igual a la distancia viajada $(v\Delta t)$ dividida entre el diámetro del núcleo $(2R)$,

$$\text{col.} \approx \frac{v\Delta t}{2R}$$

Si se multiplican entre sí las dos ecuaciones anteriores, se obtiene

$$prob. \approx \frac{v\Delta t}{2R}\left(\frac{\psi_f}{\psi_d}\right)^2$$

ó

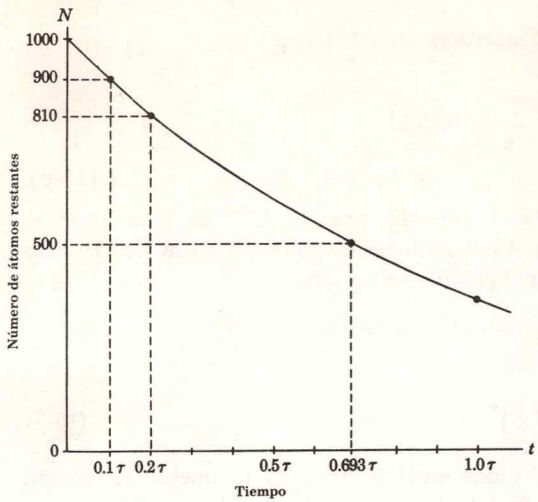
$$\frac{\Delta t}{prob.} \approx \frac{2R}{v}\left(\frac{\psi_f}{\psi_d}\right)^2$$

Pero de la Ec. 15-4, $\Delta t/prob. = \tau$ y por consiguiente la cantidad anterior es la vida promedio; a saber

$$\tau \approx \frac{2R}{v}\left(\frac{\psi_f}{\psi_d}\right)^2$$

Respuesta 2. $(1/2)^{10}$, o una oportunidad en 1024.

Fig. 15-3. La curva de decaimiento radiactivo. En el eje vertical se indica el número de átomos radiactivos que quedan después de un tiempo t. Sobre el eje horizontal se indica el tiempo t en términos de la vida promedio.



Pregunta 3. ¿Es el tiempo de vida promedio de un núcleo radiactivo igual a la vida media de ese isótopo?

Esta ecuación demuestra cómo se puede emplear la mecánica cuántica para calcular tiempos de vida así como otras propiedades de los átomos y núcleos. La teoría actual de la mecánica cuántica proporciona una explicación completa del decaimiento radiactivo, así como también lo hace para cualquier otra cosa. Como se verá ahora, la Ec. 15-4 se cumple sólo cuando Δt es mucho menor que τ. De acuerdo con esta ecuación, si $\Delta t = \frac{1}{10}\tau$, entonces cada núcleo tiene una oportunidad en diez para decaer. Si se empieza con 1000 átomos de U^{238}, aproximadamente 100 de ellos decaen en $\tau/10 = 6.5 \times 10^8$ años. En el siguiente período de 6.5×10^8 años, decaen aproximadamente 90 de los 900 restantes. En el tercer intervalo de 6.5×10^8 años, decaen aproximadamente 81 de los 810 restantes, etc. En la Fig. 15-3 se grafica el número de átomos que quedan después de un tiempo t.

Para poder calcular esta curva en forma precisa, se deben tomar intervalos de tiempo Δt muy pequeños. El número de átomos que queden después de un intervalo Δt es entonces

$$N \approx N_0\left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right)$$

en donde N_0 es el número inicial de partículas inestables de vida promedio τ. Después de n intervalos de tiempo Δt, en donde $t = n\Delta t$

$$N \approx N_0\left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right)^n$$

$$\approx N_0\left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right)^{t/\Delta t}$$

Y si se llama

$$x = -\frac{\Delta t}{\tau}$$

entonces

$$N \approx N_0(1 + x)^{-t/x\tau}$$

$$\approx N_0[(1 + x)^{1/x}]^{-t/\tau}$$

Esta relación se vuelve exacta en el límite cuando Δt (o bien x) tiende a cero. El límite de $(1 + x)^{1/x}$ cuando x tiende a cero, es un número famoso en matemáticas. Este límite es

$$\lim_{x \to 0}[(1 + x)^{1/x}] = e$$

en donde $e = 2.718 \cdots$ Por consiguiente

$$N = N_0 e^{-t/\tau} \qquad (15\text{-}5)$$

¿Cuál debe ser el valor de t/τ para que la mitad de las partículas decaigan? Se designará por T a este valor particular de t, que previamente se ha llamado vida media. Por la Ec. 15-5 se tiene

$$e^{-T/\tau} = \tfrac{1}{2}$$

Y una tabla de logaritmos muestra que

$$e^{-0.693} = \tfrac{1}{2}$$

Por consiguiente $\dfrac{T}{\tau} = 0.693$

ó $T = 0.693\tau$ es la vida media (15-6)

Adviértase que la vida media para el U^{238} es $T = 0.693 \times 6.5 \times 10^9$ años $= 4500$ millones de años. Si en la Ec. 15-5 se substituye a τ por $T/0.693$, se obtiene

$$\frac{N}{N_0} = e^{-0.693\, t/T} = (e^{-0.693})^{t/T}$$

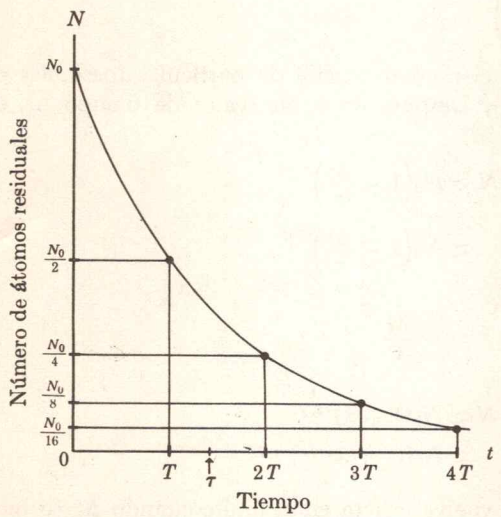
ó

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T} \tag{15-7}$$

Al finalizar dos vidas medias ($t = 2T$), queda la cuarta parte de las partículas. Al finalizar tres vidas medias, queda un octavo de ellas, etc. En la Fig. 15-4 se hace una gráfica de la Ec. 15-7. A estas curvas de decaimiento (Figs. 15-3 y 15-4) se les llama curvas de decaimiento exponencial.

En la emisión gamma, la probabilidad de que un núcleo excitado emita un fotón se puede calcular utilizando la mecánica cuántica. Así, cada uno de los estados excitados del núcleo de fósforo mostrados en la Fig. 15-2, tiene una vida media definida. Un cálculo similar permite determinar la vida media, o la probabilidad de que un átomo de hidrógeno en el estado $N = 2$, $l = 1$, emita un fotón y "decaiga" al estado base del átomo de hidrógeno. El resultado es que la probabilidad de emisión de un fotón es *prob.* $= \Delta t/1.6 \times 10^{-9}$, cuando Δt está expresado en segundos. Por lo tanto, la vida media de una muestra de gas hidrógeno excitado, con todos sus átomos en el estado $N = 2$, $l = 1$, es de 1.1×10^{-9} seg.

Fig. 15-4. Curva de decaimiento radiactivo. El número de átomos que quedan se muestra como una función del tiempo sobre un intervalo de tiempo de cuatro vidas medias.



Respuesta 3. No. El tiempo de vida promedio es el promedio de vida, que es mayor que la vida media.

15-3 Radioisótopos

Núcleos fabricados por el hombre

Mediante el bombardeo de isótopos naturales con neutrones se pueden producir fácilmente nuevos isótopos, que no se

encuentran en la naturaleza. A diferencia de las partículas cargadas, los neutrones no pierden mucha energía cuando atraviesan la materia, y pueden penetrar fácilmente al núcleo atómico. Ocurre con frecuencia que cuando un neutrón incide sobre un núcleo, éste lo absorbe. Entonces se forma un nuevo isótopo, que contiene un neutrón adicional, en un nivel de energía excitado. El núcleo excitado, así formado comúnmente sufrirá un decaimiento gamma a su estado base. Frecuentemente, el estado base también es radiactivo. Aquellos isótopos cuyos estados base son radiactivos, son llamados radioisótopos. Como un ejemplo, considérese el bombardeo con neutrones del U^{238}. Cuando éste absorbe a un neutrón, se forma el radioisótopo U^{239} en un estado excitado, y al cual denotaremos por $(U^{239})^*$.

$$N + U^{238} \rightarrow (U^{239})^*$$

Entonces el núcleo excitado sufrirá rápidamente un decaimiento gamma a su estado base:

$$(U^{239})^* \rightarrow U^{239} + \gamma$$

El nuevo radioisótopo U^{239} no se encuentra en forma natural y sufre un decaimiento beta, con vida media de 24 minutos para formar un núcleo residual con $Z = 93$ (neptunio):

$$U^{239} \rightarrow Np^{239} + e^- + \nu$$

Los símbolos $e^- + \nu$ y el mecanismo del decaimiento beta, se discutirán en el capítulo 16. Resulta que el núcleo residual Np^{239} también es inestable y sufre decaimiento beta. Su vida media es 2.3 días, y decae en plutonio ($Z = 94$):

$$U^{239} \rightarrow Pu^{239} + e^- + \bar{\nu}$$

En enero de 1934, Enrico Fermi pensó que podría producir radiactividad artificial bombardeando diferentes substancias con neutrones. Fermi y su grupo de Roma bombardearon sistemáticamente a todos los elementos de que disponían, con la idea de aumentar el número atómico. Para mayo de 1934, ya lo habían hecho hasta el uranio. Sin embargo, no sólo observaron la vida media del decaimiento beta del U^{239}, sino que también observaron una complicada mezcla de otras vidas medias. Ellos pensaron que probablemente habían producido uno o más elementos transuránicos, por el decaimiento beta del U^{239} a un núcleo de $Z = 93$ y que probablemente éste también sufriera un decaimiento beta a otro elemento

Pregunta 4. Una muestra de U^{238} se bombardea con neutrones durante 30 min. Durante el bombardeo aumenta la cantidad de U^{239}. Una vez que el bombardeo termina, ¿la cantidad de U^{239} sigue una curva de decaimiento exponencial pura? ¿La cantidad de Pu^{239} en la muestra sigue una curva de decaimiento exponencial pura?

con $Z = 94$, etc. En aquel tiempo, Fermi dijo que no había entendido completamente sus resultados. La razón por la que sus resultados fueron tan complicados es que, sin saberlo Fermi, algunos de los núcleos excitados del U^{239} se fisionaron y todos los muchos productos posibles de la fisión constituyeron una mezcla con muchas vidas medias diferentes. Si Fermi hubiera entendido completamente sus resultados, todo el mundo, incluyendo a Hitler, hubiera sabido desde 1934 que existía la posibilidad de una bomba atómica.

En diciembre de 1938, Fermi recibió el premio Nóbel por sus trabajos para descubrir nuevos isótopos y la forma de producirlos. Como es protocolario que la familia del ganador del premio lo acompañe a recibirlo en Suecia, Fermi tuvo la oportunidad de sacar a su familia de la Italia fascista. Después de recibir el premio, Fermi emigró a los Estados Unidos. Poco tiempo después de llegar aprendió lo referente a la fisión y realizó los trabajos de vanguardia que condujeron a la bomba atómica. En la Fig. 15-5 se muestra un fragmento de la famosa carta que Einstein dirigió al presidente Roosevelt, en la cual se resaltaba la importancia del trabajo de Fermi.

El uso de radioisótopos en la industria, medicina, agricultura e investigación, es muy amplio y tiene gran importancia económica. Se puede "etiquetar" con radioisótopos a pequeñas muestras de material industrial o biológico. Los procesos biológicos o industriales pueden entonces estudiarse rastreando a los materiales marcados mediante detectores de radiación. Por ejemplo, se puede marcar al material genético de un cromosoma. La información resultante sobre la localización del gene, la duplicación del cromosoma y combinación es de un valor incalculable para la ciencia de la genética.

15-4 Efectos biológicos de la radiación

Lo que no se puede ver, puede ser perjudicial

Cuando las partículas cargadas pasan a través de la materia, sufren colisiones con los electrones atómicos, dejando a su paso un rastro de iones. Consecuentemente, las moléculas de la materia viviente son rasgadas o dañadas por el paso de estas partículas cargadas. La naturaleza y los efectos de este daño son de mayor interés para los biólogos que para los físicos. Sin embargo, debido al amplio interés e importancia de este tema, resumiremos algunos de sus puntos principales. Los

Respuesta 4. El U^{239} sigue una curva de decaimiento exponencial pura. Sin embargo, a medida que el U^{239} decae, la cantidad de Pu^{239} inicialmente aumenta en vez de disminuir.

Fig. 15-5. Carta dirigida al presidente Roosevelt por Albert Einstein.

2 de agosto de 1939

F.D. Roosevelt
Presidente de los Estados Unidos
Casa Blanca
Washington, D.C.

Señor:

Algunos trabajos recientes realizados por E. Fermi y L. Szilard y que yo recibí en forma de manuscrito, me hacen suponer que el elemento Uranio puede transformarse en una nueva e importante fuente de energía en un futuro inmediato. Algunos aspectos de la situación que se ha presentado parecen indicar que el gobierno debe tener cuidado y, si se hace necesario, pronta acción. Por lo tanto creo que es mi deber someter a su consideración los siguientes hechos y recomendaciones:

En el transcurso de los últimos cuatro meses se ha hecho probable, a través de los trabajos de Joliot en Francia y de Fermi y Szilard en América, la posibilidad de desencadenar una reacción nuclear en cadena en una gran masa de uranio, mediante la cual podrían generarse grandes cantidades de energía y de nuevos elementos del tipo del radio. Actualmente es casi seguro que esto se puede lograr en breve tiempo.

Este nuevo fenómeno conduciría también a la construcción de bombas y es factible, aunque con mucho menor certeza, que se pueda lograr la construcción de un nuevo tipo de bombas en extremo potentes. Al ser transportada en un bote, una sola bomba de este tipo podría destruir un puerto completo y aún parte del territorio que lo rodeara. Sin embargo,

Tengo entendido que Alemania ha dejado de vender el uranio de las minas de Checoslovaquia, de las cuales se ha apoderado. Quizá se pueda entender el porqué de esta acción prematura por el hecho de que el hijo del subsecretario de estado alemán, Sr. Von Weizsacher, se ha asociado al Kaiser -Wilhelm- Institut de Berlín, en donde se están repitiendo los trabajos que, sobre el uranio, se han hecho en América,

Sinceramente

A. Einstein

(Albert Einstein)

Tomada de la Biblioteca Franklin D. Roosevelt

efectos de la radiación son importantes para aquellos interesados en la defensa civil, el planeamiento militar, la política exterior, la potencia nuclear, las pruebas de armamento nuclear, las aplicaciones de los radioisótopos, la investigación nuclear, etc.

Una unidad práctica de la dosis de radiación para propósitos de medición es el rad. El rad se define de tal manera que si un gramo de materia biológica recibe una dosis de radiación de 1 rad, entonces se disipan 100 ergs de energía (energía perdida por las partículas ionizantes).

1 rad libera 100 ergs/gr

El rad es una modificación de una unidad más antigua llamada roentgen.

1 r (roentgen) libera 83 ergs/gr

Ahora se estimará la dosis de radiación con la que contribuyen los rayos cósmicos durante un año. Los experimentos muestran que una partícula cargada de alta velocidad pierde alrededor de 2 Mev al atravesar 1 cm de agua. El flujo de rayos cósmicos al nivel del mar libera en un año aproximadamente 4 ergs/gr de agua. Así, el nivel de radiación natural debido a los rayos cósmicos es aproximadamente de 0.04 rad por año, o 3 rad por vida humana (70 años). Una cantidad de radiación comparable proviene de los isótopos radiactivos naturales contenidos en la tierra y en las rocas. Así que la dosis de radiación de fondo total debida a las fuentes naturales es de aproximadamente 0.1 rad por año, o 7 rad por vida humana.

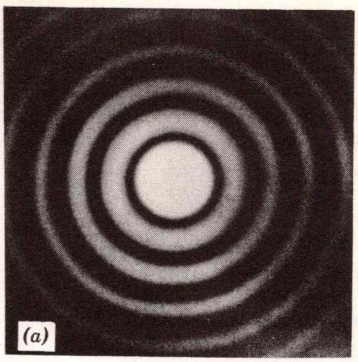
Dosis letal

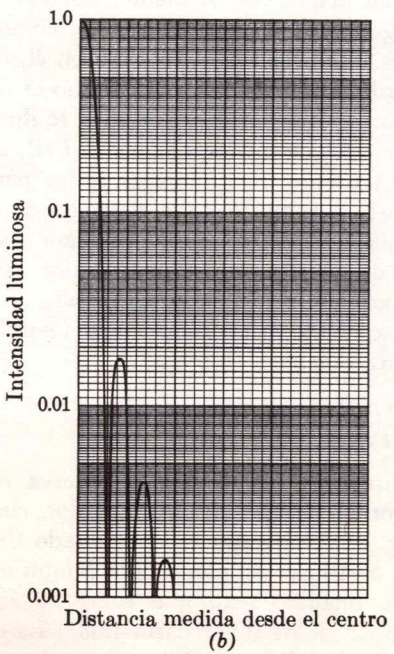
Si un humano recibe 400 rad en todo su cuerpo durante un período pequeño de tiempo, el daño biológico es tan grande que existe aproximadamente un 50% de probabilidad de que el individuo muera. A esta cantidad de radiación se le llama dosis letal.

Dosis letal = 400 rad

Una dosis de alrededor de 200 rad producirá la enfermedad de radiación. Como algunos de los tejidos del cuerpo tienen habilidad de recuperación, un individuo que reciba 400 rad en varios años, tendrá cierta probabilidad de sobrevivir, aunque su salud se verá seriamente afectada.

Fig. 15-6. (*a*) Fotografía de un patrón de difracción obtenida al hacer incidir luz monocromática sobre un disco negro. (*b*) Gráfica de la intensidad obtenida de la fotografía de (*a*) como función del ángulo de difracción.





Dosis "permitida"

Muchas de las ocupaciones en la industria y en la investigación requieren del empleo de materiales radiactivos. La Comisión Internacional de Protección Radiológica estableció en 1957, que la máxima dosis de radiación en los trabajadores fuera de 5 rad por año (100 milirads por semana).

Dosis de radiación permitida a los trabajadores = 5 rad por año.

Adviértase que para una vida de trabajo de 50 años, esto corresponde a aproximadamente cuarenta veces la dosis recibida de la radiación natural.

La dosis máxima permitida para una población se toma comúnmente como el 10% de la dosis de las gentes ocupacionalmente expuestas.

Dosis permitida para el ciudadano común =

0.5 rad por año, ó 30 rad por vida humana

Esto es alrededor de cuatro veces la dosis recibida de la radiación natural. En los Estados Unidos, existe una fuente de radiación importante comparable a la radiación de fondo natural, y es la debida al uso médico de los rayos X. El nivel de radiación debido a la prueba de armamentos nucleares permanecerá por debajo de la radiación de fondo natural, siempre y cuando las cinco potencias nucleares se abstengan de hacer pruebas en la atmósfera.

Un mal entendimiento común es que la radiación por debajo de la dosis permitida no daña. El hecho es que toda radiación produce un daño biológico. Un cromosoma que ha sufrido una mutación debida a la radiación se reproducirá afectado por esta mutación. Existen muchas incertidumbres en la ciencia de la genética, pero se sabe con certeza que la radiación natural contribuye a la velocidad de mutación natural y que cualquier aumento de la radiación, sin importar qué tan pequeño sea, aumentará esta rapidez. La rapidez de mutación natural en los humanos es tan grande que resulta en serias anormalidades en aproximadamente el 3% de los nacimientos. Así se debe de temer a la guerra nuclear, no sólo por el daño sin precedente que causaría a las partes beligerantes, sino también por el aumento del nivel de radiación en el mundo que afectaría a todos los individuos de todas las naciones.

15-5 Difracción por dispersión

El más poderoso de los microscopios

Si la naturaleza ondulatoria de la materia es correcta, se debe esperar observar patrones de difracción clásicos, siempre que un haz de partículas de longitud de onda suficientemente pequeña incida sobre un núcleo atómico. Como se muestra en la Fig. 15-6, cuando un haz de luz de longitud de onda λ incide sobre un disco negro de radio R, se obtiene como resultado un patrón de difracción circular, en el cual la posición del primer mínimo está dado por

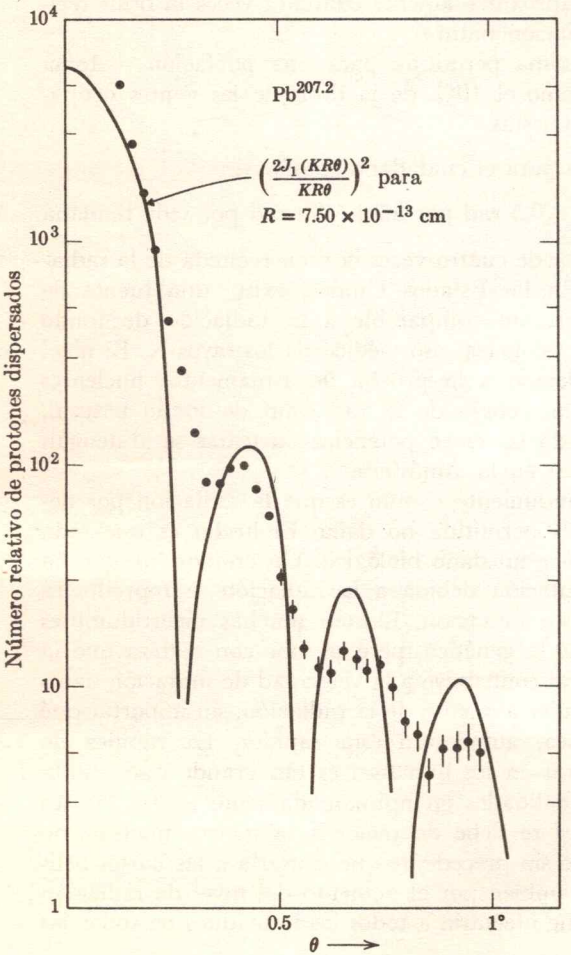
$$\operatorname{sen} \theta_{\text{mín}} = 0.61 \frac{\lambda}{R} \tag{15-8}$$

Este fenómeno es básicamente el mismo que la difracción por una rendija, que se describe en el problema 26 del Cap. 10. Aquellos fotones que pegan en el disco negro, son eliminados del haz incidente. Similarmente, cuando un haz de protones se dirige hacia un núcleo grande, como el plomo, aquellos protones que pegan directamente en él, desaparecen del haz. Por consiguiente, el núcleo de plomo es matemáticamente equivalente al disco negro de radio R iluminado por un haz incidente de longitud de onda $\lambda = h/P$, en donde P es el impulso del protón. Sin importar si las partículas son protones o fotones, la solución de la ecuación de ondas es la misma que la que se obtiene en el problema clásico de las ondas luminosas difractadas por un disco negro; esto es, la Ec. 15-8 se debe aplicar también a protones de alta energía. Todo lo que se tiene que hacer es reemplazar λ en la ecuación 15-8 por h/P para obtener

$$\operatorname{sen} \theta_{\text{mín}} = 0.61 \frac{h}{PR} \tag{15-9}$$

El patrón de difracción de fotones se observa midiendo el número de protones elásticamente dispersados, como función de θ. En la Fig. 15-7 se muestra el resultado de la dispersión de protones de 19 Bev en plomo. Los puntos muestran los resultados de las medidas realizadas sobre 30 ángulos diferentes, que variaban desde 0.11° hasta 1.03°. La curva suave representa el patrón de intensidad normal para la luz difractada por un disco negro, suponiendo que la luz tiene la misma longitud de onda que los protones. Las diferencias de los resultados para el protón, con respecto a la curva suave,

Fig. 15-7. Resultado de la dispersión de protones de 19 *Bev* sobre plomo. El número de protones dispersados se grafica contra el ángulo de dispersión. La curva suave es el patrón de difracción clásico correspondiente a luz de la misma longitud de onda que se hace incidir sobre un disco de radio 7.5×10^{-13} cm.



no son debidas a alguna violación de la naturaleza ondulatoria de la materia, sino a que los átomos de plomo no se comportan como un disco negro simple con orillas definidas. Un disco negro con orillas parcialmente transparentes puede dar una curva suave, lo que estaría de acuerdo con los puntos experimentales.

La Ec. 15-9 puede emplearse para determinar el tamaño de cualquier núcleo cuando se resuelve para R:

$$R = 0.61 \frac{h}{P \operatorname{sen} \theta_{\text{mín}}} \tag{15-10}$$

Por ejemplo, en la Fig. 15-7, $\theta_{\text{mín}}$ ocurre en 0.24° que cuando se substituye en la Ec. 15-10, resulta en un valor $R = 7.5 \times 70^{-13}$ cm para el radio del núcleo de plomo. Aun la dispersión de protones contra protones resulta en un patrón de difracción, pero en este caso el patrón difiere aún más del de un disco negro con orillas definidas, ya que el protón va aumentando su transparencia del centro hacia la orilla. No se observa un segundo máximo en el patrón de dispersión entre dos protones; sin embargo, se puede obtener el radio efectivo del protón, midiendo el ancho del máximo central. El resultado para el radio óptico del protón es 1.1×10^{-13} cm.

Pero ¿qué se sabe de la posible estructura del protón? ¿Tiene un corazón "negro" y duro como el del átomo? Un pequeño disco negro o corazón superpuesto a un disco semitransparente mayor, resultará en un patrón de difracción complejo: el máximo central será la superposición de los dos máximos centrales correspondientes a las dos anchuras diferentes. Hasta la fecha no se ha observado claramente un efecto de este tipo. Un límite máximo para el tamaño de este supuesto corazón, se puede obtener de la Ec. 15-10 substituyendo el valor máximo observado para P sen θ. La dispersión de mayor energía entre protones se realizó en el AGS de Brookhaven, utilizando la energía máxima del acelerador, que es el más grande del mundo. Se bombardeó a un blanco que contenía hidrógeno mediante un haz de protones de 32 Bev. Los protones dispersados y los que rebotaban salieron a 15° con respecto a la dirección del haz, cada uno con la mitad de la energía del haz. El producto Pc sen θ es entonces de 4 Bev, o bien P sen $\theta = 2.13 \times 10^{-13}$ gr cm/seg que, al substituirse en la Ec. 15.10, resulta en un valor de 0.19×10^{-13} cm. De hecho, un corazón de la mitad de este tamaño debería contribuir suficientemente al máximo central como

Pregunta 5. ¿Será el máximo central de la difracción debida al "corazón" de un protón, más o menos ancho que el de un disco semitransparente?

para ser detectado. Por consiguiente se concluye que el protón no tiene un corazón tan grande como 0.1×10^{-13} cm. Vemos que el acelerador AGS y otros aceleradores de alta energía pueden pensarse adecuadamente como supermicroscopios que miden distancias hasta de una fracción de Fermi (el Fermi es una unidad de longitud igual a 10^{-13} cm). Esto es mil millones de veces mayor resolución que la del mejor microscopio óptico. Para poder observar la estructura en el protón con una resolución mayor que 0.1×10^{-13} cm, se deben de construir aceleradores de mayor energía, ya que el valor anterior de P sen θ es el mayor que se puede alcanzar con los aceleradores existentes.

15-6 La fuerza nucleón-nucleón

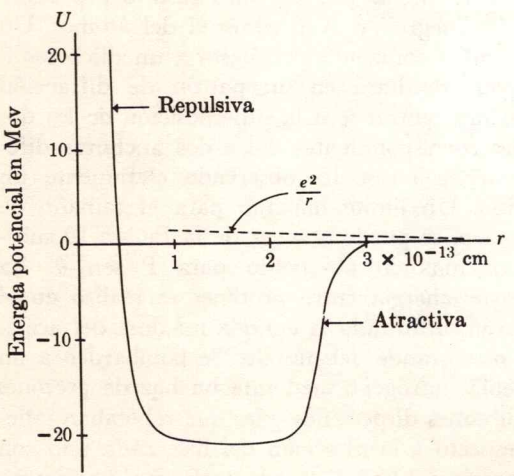
La fuerza elemental del "átomo" nuclear

El propósito principal de la Física es explicar todos los fenómenos físicos mediante un número pequeño de principios fundamentales simples. Como los objetos materiales están constituidos por electrones y núcleos, nuestro enfoque hasta ahora ha sido estudiar las interacciones fundamentales de electrones, núcleos y fotones. En el capítulo anterior vimos que este enfoque ha tenido grandes éxitos. Ha dado una explicación completa (aunque difícil de calcular) de la estructura e interacciones de la materia. De hecho, la teoría moderna de la electrodinámica cuántica es tan buena, que cuando se aplica a la Física atómica, predice resultados con mayor precisión de lo que se puede medir. Hasta ahora no se han encontrado discrepancias entre los experimentos y la teoría, a pesar de que algunos de los resultados experimentales tienen una precisión de más de una parte en diez millones.

Por otra parte, la electrodinámica cuántica no puede explicar la estructura del núcleo atómico que, como ahora sabemos, está constituido por protones y neutrones. Se requiere una nueva ley fundamental para la fuerza que permita explicar qué mantiene tan fuertemente unidos a los protones dentro del núcleo. Esta fuerza debe ser mayor que la fuerza electrostática, para poder vencer la repulsión electrostática entre los protones. Esta nueva fuerza, llamada fuerza nuclear o interacción fuerte, es del orden de 100 veces mayor que la fuerza electrostática.

Excepto por una débil repulsión electrostática, la fuerza nuclear entre protones, entre protón y neutrón y entre neu-

Fig. 15-8. Diagrama de energía potencial de la fuerza elemental nucleón-nucleón.



Respuesta 5. En la Ec. 15-9, $\theta_{\text{mín}}$ aumenta a medida que R disminuye; por consiguiente, el patrón de difracción es más ancho.

trones, son todas iguales y son llamadas fuerzas nucleón-nucleón. Aunque todavía no se conoce la forma detallada de esta fuerza, en la Fig. 15-8 se muestra una gráfica aproximada de la energía potencial entre dos nucleones. También se muestra, a modo de comparación, a la energía potencial eléctrica e^2/r (curva punteada) entre dos protones. Esta fuerza nuclear tiene, además, la característica peculiar de que su aspecto es similar al de la Fig. 15-8 si los spines nucleares son paralelos; pero por otra parte, cuando los spines son antiparalelos, la fuerza nuclear es considerablemente menor. Como se verá en la siguiente sección, la profundidad del pozo de potencial mostrado en la Fig. 15-8, se puede determinar a partir de la energía de amarre del neutrón. Una información más detallada de la forma de este potencial se obtiene de los experimentos de dispersión protón-protón y neutrón-protón. En la Fig. 3-2 se muestra una dispersión protón-protón.

15-7 Estructura del núcleo

Órbitas de nucleones

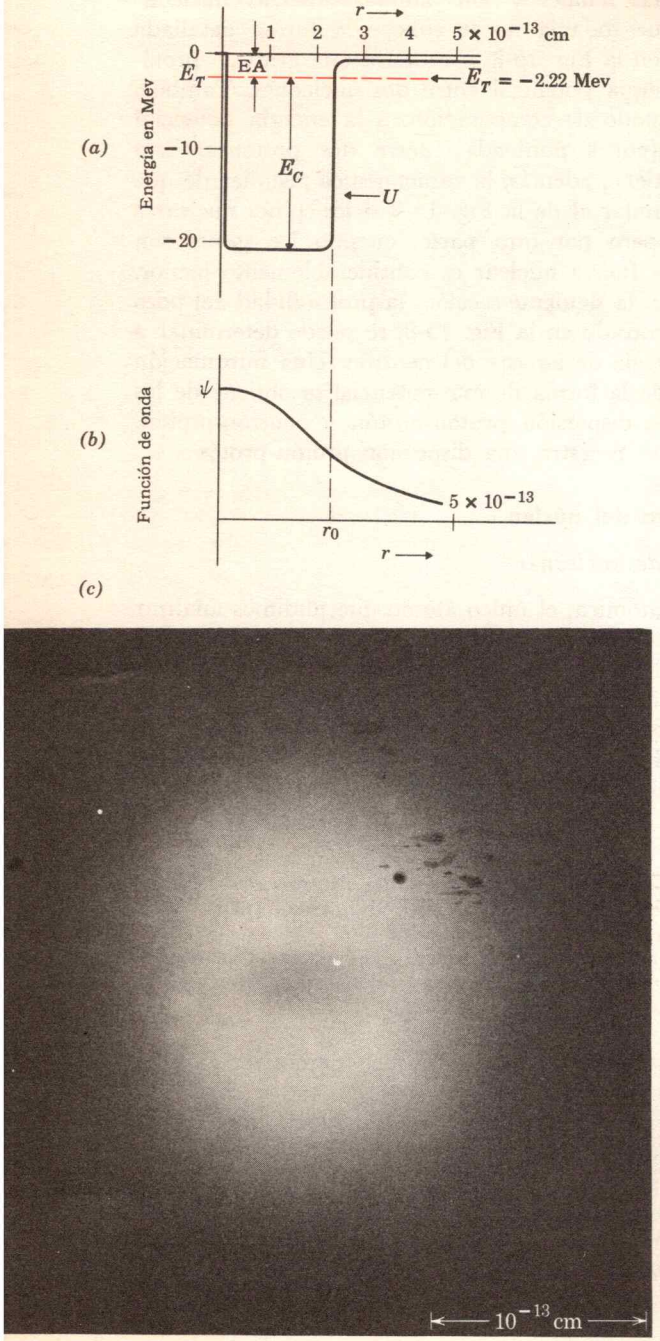
En la Física atómica, el único átomo que pudimos analizar fácilmente fue aquel que contiene un protón y un electrón: el átomo de hidrógeno. Para la estructura nuclear nos encontramos en situación similar: el núcleo más simple de analizar es el que está constituido por un protón y un neutrón, o sea el deuterón. En el deuterón, el protón y el neutrón se encuentran ligados con una energía de 2.22 Mev.

Ejemplo 3

Las masas del deuterón, del protón y del neutrón son 1,875.49 Mev, 938.21 Mev y 939.50 Mev, respectivamente. ¿Cuál es la energía de amarre del núcleo de deuterio?

La energía de amarre total es la suma de las masas de los nucleones individuales, menos la masa del núcleo. Por consiguiente, energía de amarre $= (M_P + M_N) - M_D = 2.22$ Mev.

Como con el átomo de hidrógeno, deberíamos ser capaces de calcular esta energía de amarre, una vez que se conoce la fuerza entre las partículas. El problema se reduce simplemente a encontrar la función de onda de orden más bajo que corresponde a la energía potencial de la Fig. 15-8. A primera aproximación, la energía potencial puede graficarse como un pozo cuadrado, de radio $r_0 = 2.3 \times 10^{-13}$ cm. Esto se muestra en la Fig. 15-9*a*. La línea horizontal roja, corresponde a la



energía E_T de la onda estacionaria de orden más bajo mostrada en la Fig. 15-9*b*.

Ahora se hará un cálculo. Se puede escoger entre calcular el nivel de energía E_T más bajo conociendo la profundidad del pozo, o bien calcular la profundidad del pozo conociendo E_T (la energía de amarre medida). Esto último fue lo que en realidad se hizo históricamente y es lo que escogeremos aquí. Se empezará con el conocimiento de la energía de amarre y del alcance de la fuerza nuclear r_0. El propósito es obtener a partir de esta información la profundidad del pozo de potencial, la cual es una medida de la intensidad de la fuerza nuclear. Empezamos advirtiendo que la onda estacionaria de orden más bajo tiene aproximadamente media longitud de onda en el deuterón; esto es

$$\frac{\lambda}{2} = 2r_0$$

$$\lambda = 4r_0$$

El impulso del protón o del neutrón será $p = h/\lambda$. Mientras se halle dentro del pozo, tal impulso será,

$$p = \frac{h}{4r_0}$$

y la energía cinética será

$$E_C = \frac{p^2}{2M} = \frac{h^2}{32Mr_0^2}$$

La energía cinética total es del doble de esta cantidad, o sea

$$(E_C)_{\text{total}} = \frac{h^2}{16Mr_0^2}$$

Si se usa $r_0 = 2.3 \times 10^{-13}$ cm, se obtiene

$$(E_C)_{\text{total}} = 3.00 \times 10^{-5} \text{ ergs} = 18.7 \text{ Mev}$$

Si U_0 es la profundidad del pozo se ve, de la Fig. 15-7*a*, que

$$U_0 = (E_C)_{\text{total}} + EA$$
$$= 18.7 + 2.2 = 19.9 \text{ Mev}$$

Fig. 15-9. (*a*) El pozo de potencial aproximado para la fuerza neutrón-protón. (*b*) La función de onda de energía más baja. La energía correspondiente a este estado es $E_T = -2.22$ Mev. (*c*) Distribución de la materia nuclear en el núcleo de deuterio. La blancura es proporcional al cuadrado de la función de onda del nucleón, proyectada sobre un plano.

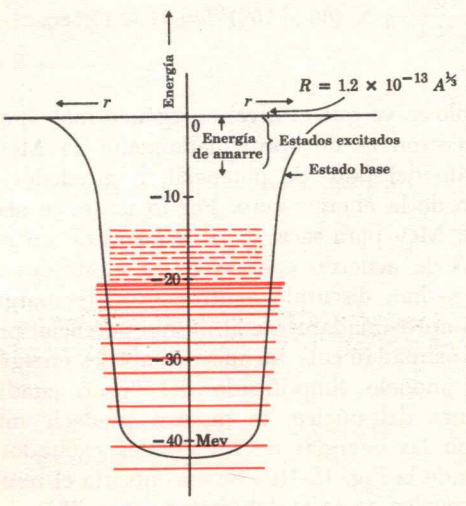
Muchos resultados experimentales, tales como la dispersión protón-neutrón y la energía de amarre del deuterón, se utilizan para determinar la fuerza entre nucleón-nucleón (Fig. 15-8). Nótese que la función de onda del deuterón se extiende más allá de $r = 5 \times 10^{-13}$ cm. Por consiguiente, el deuterón es menos denso que átomos más pesados.

Núcleos pesados

La razón de la alta densidad de los nucleones en los núcleos pesados se puede entender como sigue. Comencemos con un gran número de nucleones libres, separados unos de otros por una distancia s. Ahora se hace que se acerquen lentamente (disminuyendo s). Repentinamente, cuando la distancia s resulta menor que 2.5×10^{-13} cm, los nucleones sienten una intensa fuerza atractiva de sus vecinos y sus energías de amarre aumentan correspondientemente. Por otra parte, en el capítulo 14 se vio que cuando los electrones están amontonados entre sí su energía cinética promedio debe aumentar debido al principio de exclusión de Pauli (ver Ec. 14-1). Como los protones y los neutrones también son partículas con spín 1/2, deben cumplir también con el principio de exclusión de Pauli. Por lo tanto, el efecto del principio de exclusión es disminuir la energía de amarre a medida que disminuye s. Afortunadamente, la fuerza atractiva nucleón-nucleón tiene la intensidad justa para permitir un "término medio" entre estos dos efectos; esto es, existe un valor s en donde la energía de amarre es máxima (si la fuerza nucleón-nucleón hubiera sido 30% más débil, el efecto del principio de exclusión dominaría y nunca podrían existir núcleos). El valor de s que resulta en un máximo para la energía de amarre determina el tamaño del núcleo. El resultado experimental es $s = 1.9 \times 10^{-13}$ cm, como se determinó en la Ec. 15-2.

Ahora se considerará un solo neutrón dentro de un núcleo pesado. El neutrón siente una fuerza atractiva promediada sobre todos los demás nucleones en el núcleo. Una situación análoga en el capítulo 14 era el potencial visto por un electrón libre dentro de un metal. En la Fig. 15-10 se muestra la curva de energía potencial promedio vista por este neutrón. Tiene una profundidad de aproximadamente 42 Mev para todos los núcleos medianos y pesados. El aumentar el número de nucleones no aumenta la intensidad de la fuerza neta sobre un nucleón dado debido a que, como ya se señaló, un nucleón es atraído solamente por sus vecinos cercanos. De

Fig. 15-10. Potencial nuclear promedio al que estaría sometido un neutrón en un núcleo de radio R. Las líneas rojas gruesas son los estados ocupados. Las líneas rojas punteadas son estados vacíos o excitados.



Pregunta 6. Si en un núcleo grande la separación entre los nucleones, se reduce a la mitad, ¿cómo se afectará la energía cinética máxima de los nucleones?

hecho, solamente alrededor de $A/2$ neutrones se encuentran acomodados en este pozo de potencial. Debido al principio de Pauli, ocuparán diferentes estados o niveles de energía, hasta alcanzar el nivel de Fermi.

Ejemplo 4

¿Cuál es el nivel de Fermi para $A/2$ neutrones atrapados en el potencial mostrado en la Fig. 15-10?

Por la Ec. 14-1, el neutrón de energía más alta tiene una energía cinética

$$(E_C)_0 = \frac{h^2}{8M}\left(\frac{3}{\pi}\mathfrak{N}\right)^{2/3}$$

en donde $\mathfrak{N}$ es el número de neutrones por centímetro cúbico. El número de neutrones por centímetro cúbico sería aproximadamente la mitad del resultado obtenido en la Ec. 15-2. Por consiguiente

$$(E_C)_0 = \frac{h^2}{8M}\left(\frac{3}{\pi} \times 0.69 \times 10^{38}\right)^{2/3}$$

$$= \frac{(6.62 \times 10^{-27})^2}{8 \times 1.67 \times 10^{-24}} \times (66 \times 10^{36})^{2/3} = 54 \times 10^{-6}\ \text{erg}$$

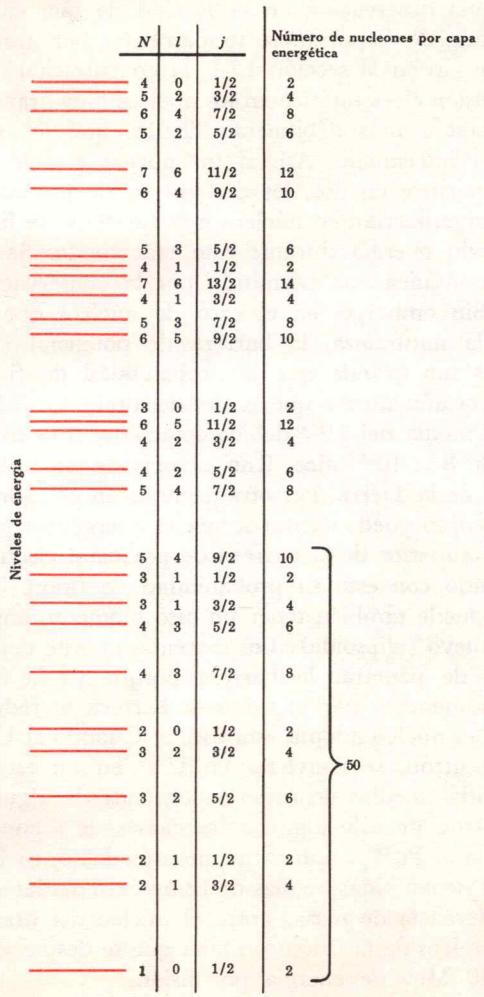
$$(E_C)_0 = 33.7\ \text{Mev}$$

De este ejemplo se ve que el nivel energético más alto ocupado por un neutrón es de aproximadamente 34 Mev por encima del fondo del pozo de potencial, o alrededor de 8 Mev por debajo de la energía cero. Por lo tanto, se necesita un mínimo de 8 Mev para sacar a un neutrón de un núcleo típico. Esto está de acuerdo con los datos mostrados en la Fig. 15-1. Sólo se han discutido neutrones; sin embargo, los protones sienten aproximadamente el mismo potencial promedio y tienen aproximadamente los mismos niveles energéticos.

A partir del modelo simplificado del "pozo cuadrado" para la estructura del núcleo, se pueden predecir muchas cosas, tales como las energías de los estados excitados (las líneas punteadas de la Fig. 15-10). Se encontraría el resultado de que para un núcleo como el del fósforo ($A = 31$), el espaciamiento promedio entre los estados excitados más bajos es de aproximadamente 1 Mev. Esto concuerda con los resultados experimentales (Ver Fig. 15-2). A medida que aumenta el diámetro del núcleo, o del pozo de potencial, cabrán ondas estacionarias de mayor orden y de la misma longitud de onda (o E_C); esto es, un núcleo de mayor tamaño contiene un número mayor de niveles de energía permitidos. Y como la profundidad del pozo permanece igual, el espaciamiento

Respuesta 6. Si s se reduce a la mitad, la densidad de partículas $\mathfrak{N}$ aumenta por un factor de 8, y el nivel de Fermi aumenta por un factor de $8^{2/3} = 4$.

Fig. 15-11. Espaciamiento relativo de los niveles de energía nucleares, tomando en cuenta la interacción spín-órbita (la fuerza es mayor si el spín y el momento angular orbital son paralelos). Tal como sucede en el átomo de hidrógeno, cada nivel o "capa" de energía contiene subcapas que corresponden al número cuántico m. En la columna de la derecha se indica el número total de nucleones que se necesitan para llenar estas subcapas.



promedio entre niveles de energía debe disminuir, para núcleos más grandes. Para un núcleo del tipo del plomo, se pronosticará un espaciamiento entre estados excitados significativamente menor que 1 Mev. Esto también concuerda con el experimento. Los núcleos pesados tienen una gran cantidad de estados excitados con muy poco espaciamiento, en tanto que los núcleos ligeros tienen unos cuantos estados excitados muy espaciados. No sólo se pueden pronosticar burdamente los valores de energía de los estados excitados, sino también el momento angular. Esto se discute en el siguiente párrafo, en donde se introduce un refinamiento importante al modelo del pozo de potencial.

El modelo de capas

Cada uno de los niveles de energía para los neutrones, mostrados en la Fig. 15-10, corresponde a una función de onda u órbita, definida, de energía y momento angular definidos. Esto es cierto tanto para los niveles ocupados como para los niveles superiores, o estados excitados. Estas energías y momentos angulares pueden calcularse teóricamente y concuerdan bastante bien con los experimentos. La Fig. 15-11 muestra la energía y el momento angular calculados para cada uno de los estados. Estos niveles de energía son los del pozo de potencial mostrado en la Fig. 15-10 modificado para tomar en cuenta el hecho observable de que la fuerza sobre los nucleones es mayor si su spín y momento angular orbital se encuentran en la misma dirección. La suma del spín y el momento angular orbital es el momento angular total j. Vemos que un núcleo que tiene la capa $N = 5$, $l = 4$, $j = 9/2$, completamente llena, tiene un total de 50 neutrones (o 50 protones). También notamos de la Fig. 15-11 que existe una gran discontinuidad en la energía entre esta capa energética y la siguiente. Por lo tanto, se esperaría que un núcleo que tuviera 50 neutrones ($A - Z = 50$), o 50 protones ($Z = 50$), estaría fuertemente ligado y sería particularmente estable. Esto concuerda con los experimentos. Por ejemplo, el estaño ($Z = 50$) tiene 10 isótopos estables que es un número mayor al de cualquier otro elemento. La abundancia natural de núcleos con 50 neutrones o 50 protones es notablemente mayor que la de aquellos con 51 neutrones o protones. Por esta razón al 50, junto con el 2, 8, 20, 82 y 126 se les llama números mágicos. En su forma actual, el modelo de capas no explica todas las propiedades observadas para todos los nú-

cleos. Sin embargo, ha tenido bastante éxito en la predicción de, entre otras cosas, el momento angular de la mayoría de los núcleos y tiene grandes perspectivas de perfeccionamiento futuro.

15-8 Fisión nuclear

> *"En realidad, la fisión no tiene importancia para nadie, excepto las personas". D. H. Wilkinson.*

Esta cita es una observación en el sentido de que en la fisión no hay nada de importancia fundamental por aprender. Como ya se vio en la sección 15-1, la contribución creciente de la repulsión electrostática en los núcleos muy grandes hace que éstos estén más débilmente ligados que los núcleos de tamaño intermedio. Así, si un núcleo grande de uranio pudiera partirse en dos, los dos grupos de nucleones resultantes se reorganizarían en núcleos más fuertemente ligados, desprendiendo energía durante este reacomodo. Se ve que la fisión espontánea está permitida por la conservación de la energía. Sin embargo, en el caso de núcleos que se encuentran en la naturaleza, la barrera de potencial (ver sección 14-8) es tan grande que la probabilidad de fisión espontánea resulta aún menor que la del decaimiento α. Por ejemplo, la vida media del U^{238} debida solamente a la fisión espontánea es de 8×10^{15} años. Esto es más de un millón de veces la edad de la Tierra. Por otra parte, si un neutrón le pega a este núcleo, lo puede excitar a niveles energéticos próximos a la parte superior de la barrera de potencial electrostática, aumentando con esto su probabilidad de fisión. Tal estado excitado puede también tener un alto momento angular y forma de huevo (elipsoide). Los extremos de éste tienen mayor facilidad de penetrar la barrera porque ya la han penetrado parcialmente y por lo tanto la barrera se reduce aún más cuando el núcleo adopta esta forma. Cuando el U^{238} captura a un neutrón, se convierte en U^{239} en un estado excitado y las vidas medias de fisión espontánea de algunos de estos estados son de sólo algunas fracciones de segundo. Cuando el U^{235} o el Pu^{239}, captura un neutrón lento, se forman estados que tienen vidas medias de fisión extremadamente cortas. La diferencia de masas entre el núcleo del uranio y los productos típicos de la fisión son tales que se desprenden en promedio 200 Mev de energía por fisión.

Ejemplo 5

¿Cuántos ergs de energía se desprenden en la fisión de 1 gr de combustible de uranio? La masa en reposo del núcleo de uranio es 2.2×10^5 Mev.

La fracción de masa que se convierte en energía es entonces 200 Mev dividido entre 2.2×10^5 Mev, o sea $9. \times 10^{-4}$. Por lo tanto, casi la décima parte del 1% de la masa del uranio se convierte en energía utilizable. Como 1 gr de cualquier substancia tiene $Mc^2 = 9 \times 10^{20}$ ergs de energía, 1 gr de uranio desprende

$$(E_T) = 9 \times 10^{-4} \times 9 \times 10^{20} \text{ ergs} = 8.1 \times 10^{17} \text{ ergs} \qquad (15\text{-}8)$$

Comparando este resultado con los 2.9×10^{11} ergs desprendidos por 1 gr de carbón en combustión, se ve que la fisión del combustible de uranio es casi tres millones de veces más "eficiente". Por otra parte, 1 gr de uranio es más caro que 1 gr de carbón. Sin embargo, el costo por erg resulta 400 veces mayor para el carbón que para el uranio. Esto explica el rápido aumento en el uso de los reactores nucleares en la producción de potencia.

La fisión nuclear puede hacerse autosostenida mediante un proceso de reacción en cadena. Cada fisión produce 2 ó 3 neutrones. Entonces, si uno de estos neutrones puede inducir una fisión en otro núcleo de uranio, el proceso se automantiene. Cualquier arreglo de material fisionable que cumple con esta condición, recibe el nombre de arreglo crítico. El primero de éstos, llamado pila nuclear, fue construido por Enrico Fermi en una cancha de frontenis de la Universidad de Chicago. En este lugar se ha colocado una placa de bronce con la siguiente inscripción: "En este lugar, el 2 de diciembre de 1942, el hombre logró la primera reacción en cadena autosostenida, iniciando así la liberación controlada de la energía nuclear."

También se puede hacer que una masa de U^{235}, o de Pu^{239}, se vuelva supercrítica. En este caso, los neutrones de una fisión inducen más de una fisión secundaria. Como los neutrones viajan con velocidades mayores que 10^8 cm/seg, un arreglo supercrítico puede usarse completamente (o hacerse estallar) en un tiempo muy inferior a un milésimo de segundo. A este dispositivo se le llama bomba A. El método común para hacer que una esfera de plutonio se vuelva supercrítica es la técnica de implosión. Una esfera subcrítica de plutonio se rodea con explosivos químicos. Cuando éstos estallan, la esfera de plutonio se comprime momentáneamente. Como su densidad aumenta entonces notablemente, absorberá neutrones con mayor rapidez que con la que los pierde. Esta es la condición

Pregunta 7. ¿Cuál sería el peso del plutonio utilizado en una explosión por fisión de un megatón?

de supercriticidad. Aparentemente, la explosión de una bomba A se puede hacer razonablemente eficiente (la mayor parte del plutonio se consume en vez de ser dispersada por la explosión). Las energías químicas son tales que una tonelada de TNT desprende 10^9 calorías, o 4×10^{16} ergs. De la Ec. 15-8 vemos que una bomba A que consumiera un kilogramo de plutonio, o de U^{235}, desprendería una energía de 8×10^{20} ergs, o sea 20 mil veces más que la tonelada de dinamita. A esta bomba se le llama bomba atómica de 20 kilotones. Por lo tanto las bombas megatónicas actuales son aproximadamente un millón de veces más potentes que las bombas convencionales de TNT. No sólo la energía desprendida resulta un millón de veces "peor", sino que cada gramo de plutonio, o de U^{235}, consumido debe resultar en un gramo de productos de la fisión, de los cuales todos son inicialmente radiactivos. Esto constituye una cantidad extremadamente grande de radiactividad.

15-9 Fusión nuclear

$$2 + 2 = 3.975$$

En una escala en donde la masa del deuterio fuera 2, el valor observado para la masa del helio sería 3.975. Así que cuando dos deuterones se juntan para formar helio, seis décimas partes del 1% de la masa en reposo original se convierten en energía. Vemos que si este proceso de fusión pudiera emplearse para la producción de energía, sería aproximadamente 6 veces más eficiente que la fisión del uranio. Más aún, existe una dotación ilimitada y de poco costo de deuterio en el agua de los lagos y de los océanos, lo cual no ocurre con otros combustibles. La dotación de gas y petróleo del mundo terminará en algunas décadas. Aun el suministro de carbón y de uranio durarán sólo unos pocos siglos cuando más. El gran obstáculo para obtener cantidades ilimitadas de energía del "agua del mar" es la ley de Coulomb. La repulsión electrostática entre dos deuterones a temperatura ambiente no les permite aproximarse a la distancia suficiente para que actúe la fuerza nuclear atractiva de corto alcance.

Ejemplo 6

Suponga que los deuterones deben aproximarse a una distancia de 10^{-12} cm para que la fuerza nuclear sea mayor que la fuerza electrostática repulsiva. ¿Cuál es la altura, expresada en millones de electrón volts, de la barrera de potencial electrostática?

$$U = \frac{e^2}{r} = \frac{(4.8 \times 10^{-10})^2}{10^{-12}} = 2.3 \times 10^{-7}\ \text{erg} = 0.14\ \text{Mev}$$

Respuesta 7. Sería 50 veces mayor que en una explosión de 20 kilotones; esto es, 50 kg.

Ejemplo 7

¿A qué temperatura debe calentarse el deuterio para que la energía cinética promedio por deuterón sea 0.14 Mev?

$E_c = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-16} T = 2.3 \times 10^{-7}$ erg

$T = 1.1 \times 10^{9}$° C

De este ejemplo vemos que si el deuterio pudiera calentarse a mil millones de grados, la fusión tendría lugar. Debido a la penetración de barrera, la temperatura no necesitaría ser tan elevada. Las reacciones nucleares que requieren de temperaturas del orden de millones de grados se llaman reacciones termonucleares. Las temperaturas obtenidas momentáneamente en la explosión de una bomba A son lo suficientemente altas como para servir de gatillo a una mezcla de deuterio, tritio y Li^6. Una vez que la reacción termonuclear ha empezado, la energía adicional que se desprende puede mantener esta alta temperatura hasta que la mayor parte del material se "quema" rápidamente. Entonces se tiene lo que se llama una bomba H. El combustible termonuclear para una bomba H es muy barato y no existe límite en cuanto a la cantidad que puede utilizarse en una sola bomba. Las bombas H de aproximadamente 20 megatones, (equivalente a 2×10^7 toneladas de TNT) cuestan alrededor de un millón de dólares cada una.

Fusión controlada

Para poder obtener potencia utilizable de la fusión, se debe tener control sobre la reacción termonuclear. Se debe tener alguna forma de generar y sostener temperaturas de muchos millones de grados. Uno de los problemas técnicos es el de confinar un gas a alta temperatura, o plasma, de tal manera que las paredes del recipiente no se derritan. Una gran cantidad de esfuerzo se ha utilizado tratando de resolver este problema tecnológico con poco éxito hasta ahora. Se han utilizado fuertes campos magnéticos en un intento de mantener a los iones del plasma alejados de las paredes. En la etapa presente de desarrollo, es difícil predecir si este enfoque tendrá algún día éxito económico. Algunos expertos en la materia predicen éxito para finales del siglo. Otro enfoque posible hacia la potencia termonuclear es encontrar una forma práctica de encauzar la energía liberada por las bombas H.

Pregunta 8. Se tiene un gas de deuterio a una temperatura de 1.1×10^8 grados. ¿Es posible que alguno de los deuterones tenga una energía cinética superior a 0.14 Mev?

Energía estelar

Nuestro Sol es más pequeño que las estrellas promedio. Sin embargo, radía continuamente 4×10^{23} kilowatts de energía

al espacio y ha estado haciendo esto por miles de millones de años. Una cantidad tan grande de energía puede suministrarse sólo mediante la conversión de masa en energía, como en el proceso de fusión. Se cree que la fuente de energía principal del Sol es la conversión de hidrógeno en helio mediante los siguientes procesos sucesivos de fusión.

$$H^1 + H^1 \rightarrow H^2 + e^+ + \nu$$

El símbolo H^1 se utiliza para el hidrógeno y ν para el neutrino, una partícula neutra con masa en reposo nula. La reacción anterior, en la cual interviene un neutrino, se llama interacción débil y se discute en el capítulo 16. Esta reacción es seguida por

$$H^2 + H^1 \rightarrow He^3 + \gamma$$

$$He^3 + He^3 \rightarrow He^4 + H^1 + H^1$$

En la secuencia anterior se utilizan 3 átomos de hidrógeno para hacer He^3. Posteriormente, dos de los He^3 se combinan eventualmente para formar He^4 y 2 hidrógenos. El resultado neto es que 4 átomos de hidrógeno se combinan para formar un He^4, desprendiéndose una energía total de 28.5 Mev.

15-10 Rayos cósmicos

Acelerador de alta energía para hombres pobres

Sobre la Tierra inciden aproximadamente 30 ergs por metro cuadrado cada segundo, procedentes de la luz de las estrellas. Sin embargo, también lo hacen 40 ergs por metro cuadrado cada segundo procedentes del espacio exterior. Este mayor flujo de energía llega en la forma de partículas de alta energía, principalmente protones y partículas alfa. A estas partículas primarias y a las partículas secundarias que producen en la atmósfera terrestre se les llama rayos cósmicos. El número de partículas primarias que inciden sobre un metro cuadrado de las capas superiores de la atmósfera terrestre y que tienen energías mayores a 5000 Mev es de aproximadamente 1,500 por segundo. De hecho, la mayoría de estos rayos cósmicos primarios se encuentran por debajo de 10 Bev, aunque se han observado algunos que llegan hasta 10^9 Bev. Los rayos cósmicos han sido y siguen siendo una herramienta poderosa en el estudio de interacciones a alta energía. Sin embargo, los modernos aceleradores de alta energía per-

Respuesta 8. Sí. La distribución de energía será exponencial, con un valor promedio $E_e = 0.014$ Mev. Una pequeña fracción de las partículas puede tener 10 veces la energía promedio. (Es como la probabilidad de que un núcleo sobreviva a diez vidas promedio).

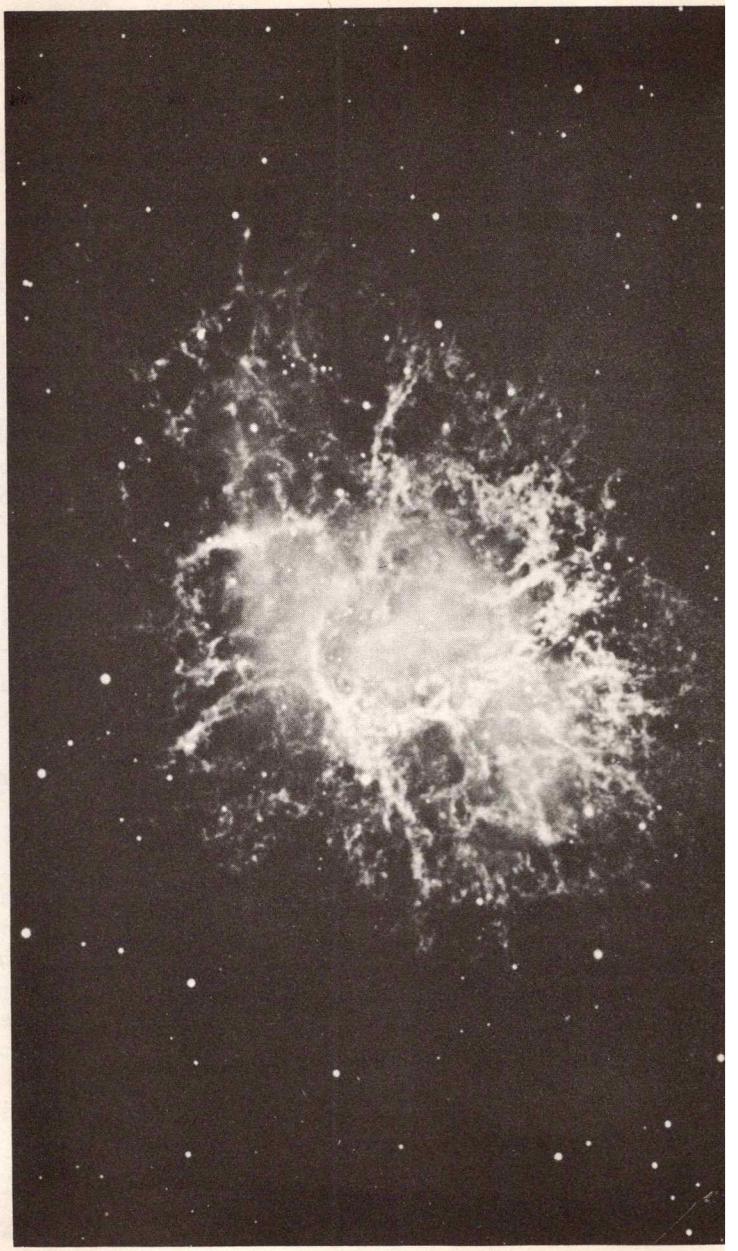
miten determinaciones mucho más controladas y precisas que las obtenidas en los experimentos que utilizan a las partículas de baja intensidad y sin control de los rayos cósmicos, aunque varias de las partículas elementales más recientes (ver capítulo 16) fueron descubiertas originalmente utilizando rayos cósmicos. En la actualidad todas ellas pueden producirse en los aceleradores de alta energía y pueden estudiarse con mucho mayor detalle.

Existen dos problemas por explicar: (1) ¿de dónde provienen los rayos cósmicos? y (2) ¿cómo es que estas partículas se aceleran a tan altas energías? En 1949, Fermi propuso lo que se considera el principal mecanismo para acelerar a las partículas de los rayos cósmicos. Las observaciones muestran que existen nubes de gas interestelares en movimiento, con campos magnéticos asociados (las cargas en movimiento producen un campo magnético asociado). Fermi propuso que las colisiones de las partículas más rápidas de los rayos cósmicos con estas regiones de campo magnético tenderían, en promedio, a acelerar a las partículas de los rayos cósmicos. Las partículas cargadas moviéndose al azar se encuentran con los campos magnéticos transportados por las nubes gaseosas que van a la deriva y entonces son "reflejadas" por éstas, aumentando su energía si la nube inicialmente se desplaza hacia la partícula y disminuyéndola en el caso de que la nube se aleje de ella. Como se producirán más colisiones por unidad de tiempo cuando la nube se mueve hacia la partícula que cuando se aleja de ella, existirá, en promedio, una ganancia neta de energía de la partícula. Este es el mismo mecanismo que aquel que da lugar a la equipartición de la energía discutida en la pág. 158.

Recientemente, se han obtenido indicios sobre el origen de las partículas de los rayos cósmicos, las cuales posteriormente son aceleradas por el mecanismo de Fermi a medida que viajan al azar a través del espacio. Con la ayuda de los modernos radiotelescopios se ha determinado que la *Nebulosa del cangrejo* (ver Fig. 15-12), contiene una intensidad grande de partículas de rayos cósmicos que están escapando al espacio. Se ha estimado que el número de tales partículas es tan grande que podrían dar origen a la tercera parte de la intensidad de los rayos cósmicos. De hecho, estas partículas de rayos cósmicos no nos han llegado todavía. Debido a sus repetidas colisiones del mecanismo de Fermi, estas partículas no han tenido el tiempo suficiente para difundirse a través de

(a)

(b)



los 3,500 años-luz que las separan de la Tierra. Sabemos que la mayor parte de estas partículas fueron emitidas hace sólo algunos años, porque la *Nebulosa del cangrejo* son los restos visibles de una supernova gigante, que apareció el 4 de julio de 1054 de nuestra era. La explosión fue tan espectacular que se notó primeramente durante el día. Esta enorme explosión nuclear fue registrada por los chinos y los japoneses. De hecho, existen incluso versiones burdas de la misma por parte de los indios navajos en un cañón de Arizona. Pero no se ha encontrado ninguna mención de ella en crónica europea alguna. Probablemente hubo un período de mal tiempo en Europa durante los días de mayor intensidad de la explosión.

A medida que se consume el hidrógeno, la densidad de una estrella cambia, y el proceso termonuclear se vuelve inestable, tal como ocurre en una bomba H. Una supernova es una enorme explosión termonuclear sin control de una estrella completa. En nuestra galaxia parece que las supernovas ocurren en períodos de unos cuantos cientos de años. Parece razonable que la mayor parte de los rayos cósmicos presentes fueron emitidos por viejas supernovas. Los escasos rayos cósmicos muy energéticos pueden tener su origen en los cuásares recientemente descubiertos.

15-11 Responsabilidad social de los científicos

El segundo deber

Nos guste o no, la investigación en la Física básica no afecta solamente a nuestra comprensión del mundo físico. Por ejemplo, la fisión y la fusión han tenido un impacto tan fuerte en nuestra cultura, que muchos de nosotros sentimos que la supervivencia de la civilización tal como la conocemos pende peligrosamente de un hilo. Tal como lo expresó E. B. White: "La bomba nos ha dado unos pocos años de gracia sin guerra y ahora nos promete un milenio de olvido."

Desde que en 1945 se fabricó la bomba atómica, un grupo pequeño, pero que constituye una fracción importante de los científicos del mundo, han adquirido una responsabilidad social, cuando menos para hacerle notar al público y a los políticos los enormes peligros que acarrea una política que pudiera conducir a una guerra nuclear. Una de las actividades de este grupo de científicos es la publicación de una revista mensual de ciencia y asuntos públicos. *Bulletin of the Atomic Scientists* (ver Fig. 15-13). Este sentido de responsabilidad por parte de los científicos ayuda a explicar la gran actividad

Fig. 15-12. Dos vistas de la *Nebulosa del cangrejo* tomadas con distintos tipos de luz. La vista (*a*) es un espectro luminoso continuo emitido por la radiación de las partículas de alta energía que son aceleradas en campos magnéticos. La vista (*b*) está tomada con luz correspondiente al espectro de emisión del hidrógeno. Esta vista muestra la situación de las nubes gaseosas, en vez de mostrar las partículas de los rayos cósmicos.

política, poco común, que notamos en una parte de la comunidad científica. Hubiera podido esperarse que la campaña para detener las pruebas de armamento nuclear hubiera sido iniciada por las personas que se dedican a las ciencias sociales, o por los líderes religiosos, más bien que de los científicos.

A algunas personas les molesta esta "intromisión" de los científicos en la política. Existe la objeción válida de que un científico altamente estimado por el público por sus logros en el campo de la ciencia, pueda hacer declaraciones impulsivas y demasiado simplificadas acerca de temas que no domina y de esta manera confunda y desvíe al público. Debido a su prestigio y reputación como pensador cuidadoso, un científico que habla públicamente sobre materias políticas debe tener gran cuidado. De la misma manera que sus opiniones

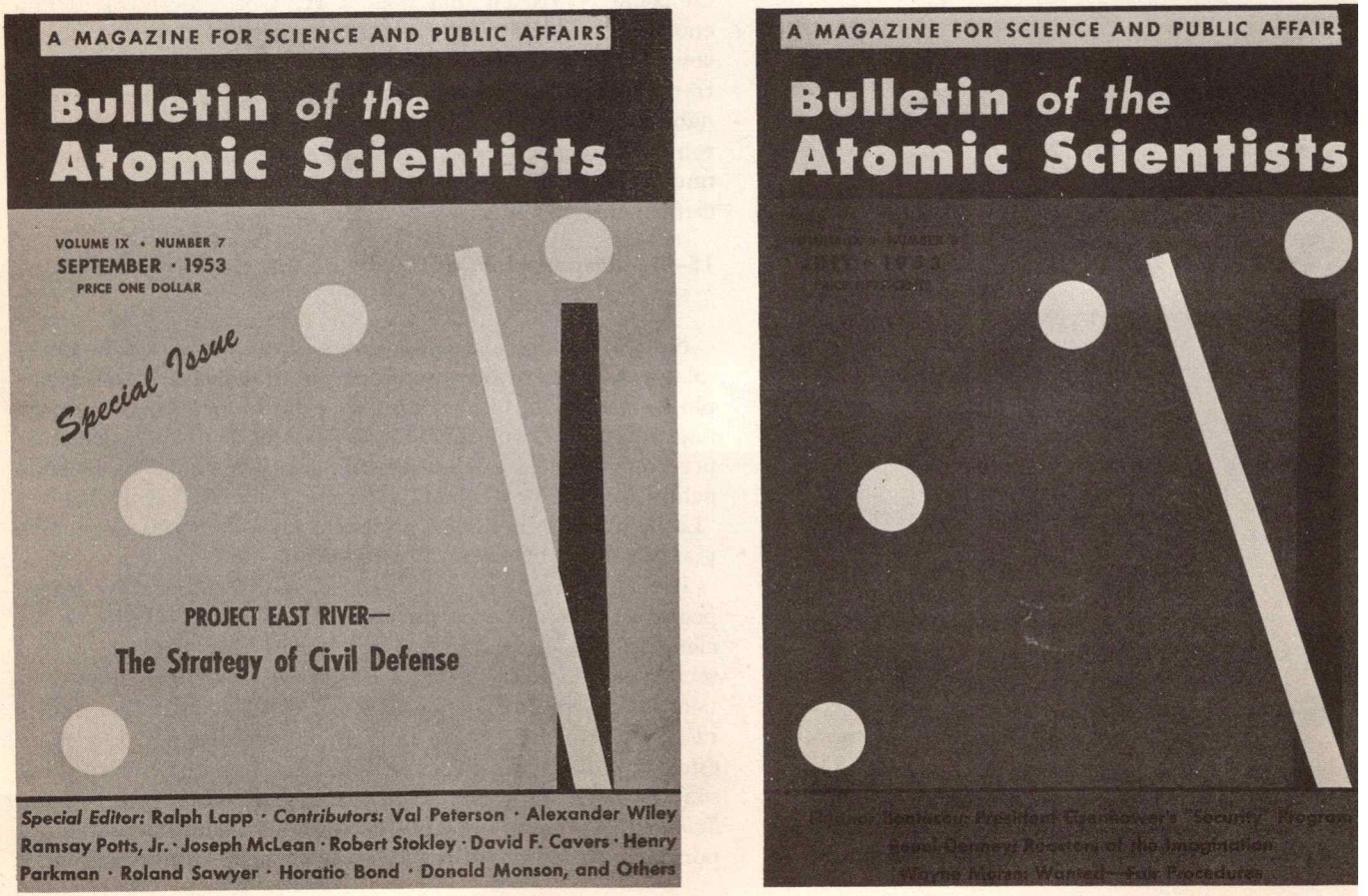


Fig. 15-13. Portadas de dos ejemplares sucesivos del Boletín de los Científicos Atómicos (Bulletin of the Atomic Scientists). Para advertir que queda poco tiempo, se adelantaron las manecillas del reloj como una consecuencia de la explosión de la primera bomba H soviética, detonada el 8 de agosto de 1953.

científicas están basadas en un razonamiento y estudios cuidadosos, también sus opiniones políticas deben estar basadas en un razonamiento y estudio cuidadosos. Pero una vez que se ha logrado esta condición, el científico que se preocupa por las relaciones entre la ciencia y la política, está realizando un servicio público de gran valor.

Tal científico siente que está realizando una de sus labores como científico. Este "segundo deber" de los científicos ha sido claramente expuesto por John M. Fowler en su libro *Fallout (precipitación radiactiva)*.

La opinión pública acerca de los grandes problemas nucleares está mal formada y mal informada. El científico tiene tanto el privilegio como la obligación de presentar al público la materia prima a partir de la cual puede formarse esta opinión. En efecto, en nuestro mundo lleno de complejos conocimientos y tecnología ramificada, el científico no tiene una obligación esencial, sino dos: primero, el deber tradicional de buscar la verdad y segundo, el deber de comunicar el conocimiento adquirido durante su búsqueda a todos aquéllos que lo necesiten.

Para algunos científicos este "segundo deber" resulta mayor que para otros. Sin embargo, siempre que los juicios políticos deban estar basados en el conocimiento tecnológico y los juicios científicos, existirán también científicos que sientan el deber de ayudar y contribuir a las decisiones políticas. Ciertamente, sería peligroso para la sociedad que un político, que no tiene conocimientos científicos, tomara tan vitales decisiones por sí mismo.

Apéndice 15-1

Determinación de los tamaños nucleares utilizando haces de neutrones

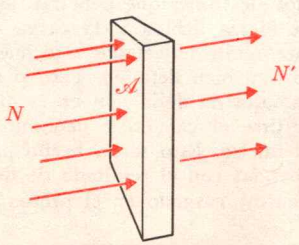
Un neutrón viajará en línea recta hasta que choque con un núcleo atómico. Entonces, interaccionará y desaparecerá del haz de neutrones original. El área efectiva del núcleo atómico en una hoja de material, tal como una placa de cobre, puede determinarse midiendo cuantos neutrones se pierden (la cantidad $(N - N')$ de la Fig. 15-14). La probabilidad de que un neutrón se pierda es la relación entre el área nuclear total y el área de la placa

$$prob. = \frac{N_a \sigma}{\mathscr{A}}$$

Donde N_a es el número total de átomos en la placa, σ es el área efectiva de cada núcleo atómico y $\mathscr{A}$ es el área de la placa. El número de neutrones que se pierden estará dado por esta probabilidad multiplicada por el número de neutrones que inciden sobre la placa:

$$(N - N') = \left(\frac{N_a \sigma}{\mathscr{A}}\right) N$$

Fig. 15-14. Un haz de neutrones que inciden sobre una placa de área $\mathscr{A}$.



Resolviendo para σ se obtiene

$$\sigma = \frac{N - N'}{N \times N_a}\mathcal{A} \quad \text{es el área del núcleo}$$

N y N' pueden medirse mediante un contador de neutrones especial, similar a un contador geiger. El número total de átomos N_a se obtiene pesando la placa

$$N_a = \frac{M}{A}N_0$$

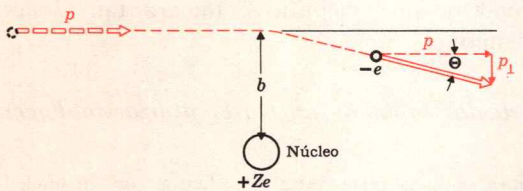
donde M es la masa de la placa, A es el número atómico y N_0 es el número de Avogadro. La cantidad σ recibe el nombre de sección nuclear transversal y tiene el valor πR^2 para neutrones de alta energía, en donde R es el radio nuclear.

Apéndice 15-2

Determinación del tamaño nuclear utilizando electrones de alta energía.

Como se muestra en la Fig. 15-15, si un electrón de alta energía pasa a una distancia b de un núcleo de carga Z_e, será deflectado hacia el núcleo por un ángulo θ. Debido a la ley de Coulomb, entre más próximo al núcleo, mayor será la fuerza y mayor será la deflexión. Se puede derivar una ecuación en la que se exprese a θ en términos de b. Sin embargo, si el electrón se aproxima demasiado, penetra en el núcleo y ya no siente una intensa fuerza coulombiana (recalcamos el hecho de que el campo eléctrico en el interior de una cáscara esférica uniformemente cargada, es cero). Por lo tanto, el ángulo de deflexión máxima ocurre cuando $b = R$, el radio nuclear.* Vemos que el radio nuclear puede determinarse midiendo $\theta_{máx}$. Todo lo que se necesita es la fórmula que relaciona a b con θ. A continuación se hace una derivación aproximada.

Fig. 15-15. Dispersión de electrones con impulso p por un núcleo atómico de carga Ze.



Sea Δp el cambio en el impulso del electrón debido a la fuerza de Coulomb. De la definición de Newton para la fuerza, se tiene

$$\Delta p = F\,\Delta t$$
$$= \frac{Ze^2}{b^2}\Delta t$$

Se hace la aproximación de que la fuerza actúa con toda su intensidad cuando el electrón se encuentra dentro de una distancia b

* De hecho, los electrones que penetran al núcleo todavía experimentarán alguna fuerza debida a la carga del interior del núcleo y, por consiguiente, serán deflectados algo más que $\theta_{máx}$. Por lo tanto el límite $\theta_{máx}$ no está bien definido. Pero si se miden la forma y la extensión de esta falta de definición en la distribución de la dispersión, puede invertirse el cálculo y determinarse la distribución de carga dentro del núcleo. Esto se ha hecho para dispersión electrón-protón a altas energías con el resultado de que no se ha encontrado un corazón (o centro) cargado en el protón.

de su punto de máximo acercamiento; esto es, $\Delta t = 2b/v$. Entonces

$$\Delta p \approx \frac{Ze^2}{b^2}\left(\frac{2b}{v}\right)$$

De la figura vemos que $\Delta p = p \tan \theta$. Substituyendo esto en el primer miembro de la ecuación anterior, se obtiene

$$p \tan \theta \approx \frac{2Ze^2}{vb}$$

ó

$$b \approx \frac{Ze^2}{pv \tan \frac{\theta}{2}}$$

Nuestras aproximaciones resultan bastante buenas en esta ocasión, ya que la relación exacta es

$$b = \frac{Ze^2}{pv \tan \frac{\theta}{2}}$$

El radio nuclear, en términos de $\theta_{máx}$ es entonces

$$R = \frac{Ze^2}{E_T \tan \frac{\theta_{max}}{2}}$$

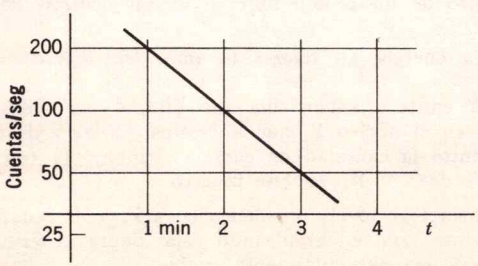
en donde E_T es la energía del electrón.

Problemas

1. ¿Es la masa de un núcleo atómico mayor o menor que las masas de las partículas que lo componen?
2. Se produce un isótopo radiactivo con una vida media de un año, y un núcleo individual no se desintegra durante el primer año. ¿Cuál será entonces la probabilidad de que este núcleo se desintegre en algún momento durante el transcurso del segundo año? Si este núcleo particular sobrevive a los primeros dos años sin decaer, ¿cuál será la probabilidad de que decaiga en algún momento durante el tercer año?
3. Si la vida media del radio es de 1600 años, ¿qué fracción de una muestra de radio se habrá desintegrado al transcurrir 3200 años?
4. ¿Cuál es la vida media del isótopo cuya curva de decaimiento se muestra en la figura?
5. ¿Qué intervalo de tiempo es mayor, 3 vidas medias o dos vidas promedio?
6. ¿Qué porcentaje de una muestra radiactiva se desintegra en el transcurso de una vida promedio?; ¿y durante dos vidas promedio?
7. En cierto núcleo pesado, una partícula alfa choca con la barrera de potencia 10^{22} veces cada segundo y

$$\left(\frac{\psi f}{\psi d}\right) = 10^{-14}$$

Prob. 4

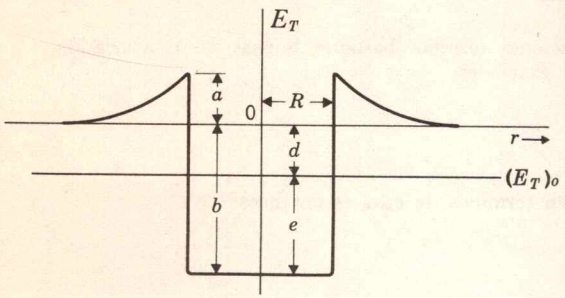


a) ¿Cuál es la probabilidad de que este núcleo se desintegre en un segundo?

b) ¿Cuánto vivirá aproximadamente un núcleo promedio de este tipo? (Dé sus respuestas en términos de la potencia de 10 más cercana.)

8. Considérese una muestra formada por 1000 núcleos radiactivos cuya vida media es T. ¿Cuántos quedarán aproximadamente después de que haya transcurrido un intervalo de tiempo $T/2$? (*Sugerencia*: durante la primera mitad se desintegra la misma fracción que durante la segunda mitad.)

Prob. 9



9. El diagrama representa el pozo de potencial para un protón en un núcleo de hierro ($Z = 26$). En el estado base, todos los niveles de energía del protón están ocupados hasta la energía $(E_T)_0$.

a) ¿Qué letra representa a la energía cinética del nivel de Fermi?

b) Si a un protón de energía $(E_T)_0$ en el interior del núcleo se le comunica una energía adicional de magnitud $(a + d)$, ¿cuál será su energía cinética cuando salga del núcleo?

c) Escriba una fórmula para la cantidad "*a*", en términos de R y cualesquiera otras cantidades que desee.

d) Si consideramos un núcleo menor tal como el carbono: ¿Será mayor, menor, o igual, la cantidad "*d*"? Si se considera un núcleo mayor, tal como el plomo, ¿será mayor, menor o igual, la cantidad "*d*"?

e) Si consideramos un núcleo con doble cantidad de nucleones que los del hierro, ¿por qué factor aumentará R?

f) Suponga que en este núcleo de doble tamaño, la densidad de la materia nuclear permanece sin cambio. ¿Aumentará. disminuirá, o permanecerá igual la cantidad "*e*"?

10. El Sol tiene un diámetro de 139.018,000 km y su densidad media es de 1.41. ¿Cuál sería el diámetro del Sol si tuviera la misma masa pero la densidad de la materia nuclear?

11. En una bomba termonuclear 18 kg de explosivo liberan una energía equivalente a la de 1 millón de toneladas de TNT. Una tonelada de TNT libera 10^9 calorías. ¿Cuántos gramos de este explosivo termonuclear se han convertido en energía?

12. Un núcleo grande X contiene 204 nucleones y tiene una energía de amarre por nucleón $(EA/A) = 8$ Mev. Suponga que la energía en reposo de un protón libre, o de un neutrón libre, es de 940 Mev.

a) Encuentre la energía en reposo (o masa en reposo) del núcleo X.

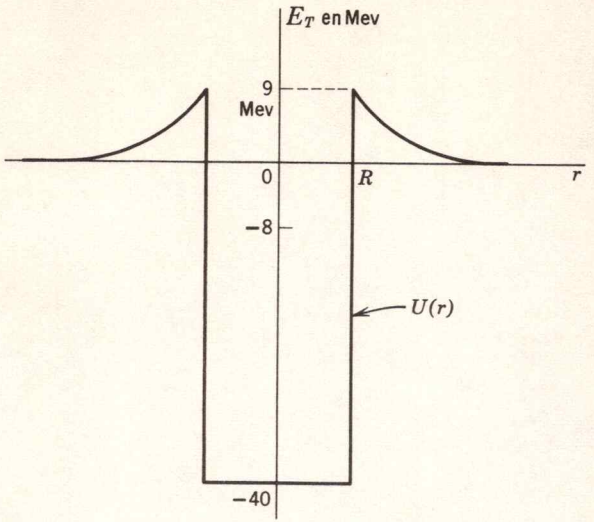
b) El núcleo X emite una partícula alfa $(EA/A) = 7$ Mev y se convierte en el núcleo Y, que tiene una (EA/A) de 8.1 Mev. Encuentre la cantidad de energía desprendida (en la forma de E_G de α y Y) en este proceso.

13. De acuerdo con la Fig. 15-11, un núcleo cuya $Z = 50$ (estaño) sería especialmente estable. Empleando esta figura determine otro elemento que sea particularmente estable.

14. Una muestra de material radiactivo contiene 10^{12} átomos radiactivos. Si su vida media es de 1 hr, ¿cuántos átomos se desintegrarán durante 1 seg? (*Sugerencia*: ¿Cuál es la relación entre la vida promedio y la vida media?

15. Un rad liberará 1.2 statcoulombs de iones positivos y 1.2 statcoulombs de iones negativos por centímetro cúbico de aire. Si la densidad del aire es de 1.3×10^{-3} gr/cm, ¿cuántos electrón volts se necesitan para cada par iónico?

Prob. 16

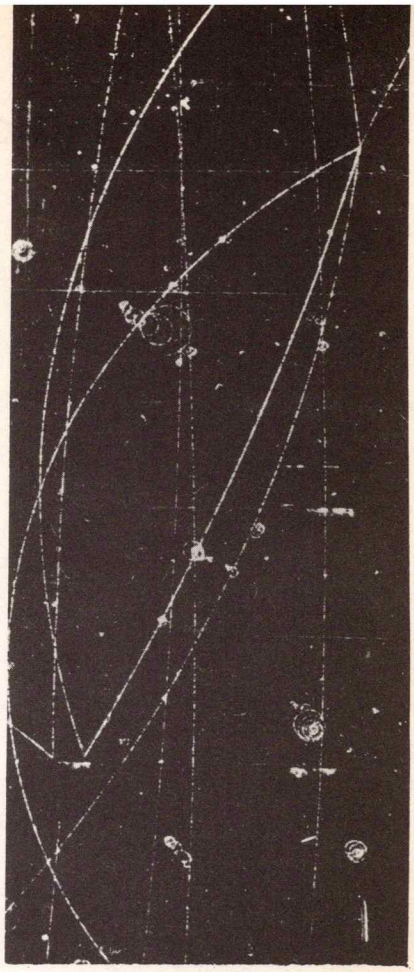


16. Considérese la siguiente reacción fotonuclear:

$$\gamma + Cu^{63} \rightarrow (Cu^{63})^* \quad \text{seguida de} \quad (Cu^{63})^* \rightarrow Ni^{62} + P.$$

El protón de energía más alta en un núcleo de cobre ve el pozo de potencial que se muestra en la figura. Para este protón, $E_c + U = -8$ Mev.

a) ¿Cuál es la energía cinética de este protón?
b) Si este protón absorbe un rayo gamma de 15 Mev, ¿cuál será para él la altura de la barrera? (¿Qué energía adicional necesita para pasar por encima de la barrera?)
c) ¿Cuál es la energía potencial de este protón, mientras permanece en el interior del núcleo?
d) ¿Cuál es su energía de amarre?
e) Ahora se podría calcular $\psi f/\psi d$ para este protón excitado. Suponga que el resultado es 10^{-8} y que el protón realiza 10^{22} colisiones por segundo contra la barrera. ¿Cuál es entonces la vida media para el decaimiento $(Cu^{63})^* \rightarrow Ni^{62} + P$?
f) ¿Cuál sería la Ec. del protón, una vez que se ha alejado mucho del núcleo?
g) Suponga que el protón absorbió más bien un rayo gamma de baja energía. ¿Sería la vida media mayor, menor o igual que la del resultado anterior?
h) ¿Cuál es la energía de entrada para esta reacción fotonuclear? esto es, ¿cuál es la energía más baja del rayo gamma que todavía puede emitir un protón?



Física de partículas

Capítulo 16

Física de partículas

16-1 Introducción

Pelando la cebolla

La meta principal de la física es explicar todos los fenómenos físicos mediante un número pequeño de principios simples y fundamentales. Puesto que toda la materia está hecha de unos cuantos tipos diferentes de partículas elementales, el sinnúmero de fenómenos físicos y las propiedades de la materia pueden explicarse en términos de las pocas propiedades de estas partículas.

En la búsqueda de las partículas elementales, el hombre encontró primero que los compuestos están hechos de moléculas "elementales". Entonces aprendió que las moléculas están hechas de átomos "elementales". Muchos años más tarde se descubrió que estos átomos "elementales" están constituidos por núcleos y electrones orbitales "elementales". Estas pruebas sucesivas para aprender qué es lo realmente elemental es como pelar las capas sucesivas de una cebolla. El último paso en este proceso de "pelado" de la materia ordinaria fue el descubrimiento de que los núcleos están hechos de protones y neutrones.

¿Hemos llegado, finalmente, al corazón de la cebolla? ¿Los protones y neutrones están hechos de partículas aún más pequeñas? Según nuestro conocimiento presente, el protón, el neutrón, el electrón y el fotón se consideran como partículas elementales. Ahora que hemos llegado a las componentes básicas de la materia ordinaria y explicado su estructura y propiedades en términos de principios fundamentales, éste parecería ser el lugar apropiado para terminar el libro. Sin embargo, puesto que el propósito de este libro es cubrir los tópicos fundamentales de la realidad física, antes de terminar debemos hacer la siguiene pregunta: ¿Existen algunas otras partículas elementales físicamente reales que no aparezcan en la materia ordinaria? La respuesta es un enfático ¡sí! Desde 1933 los físicos *han* descubierto más de 190 partículas elementales. Hasta donde sabemos, ninguna de estas partículas se puede romper en partículas más pequeñas.* Todas ellas se consideran elementales en el sentido de que no tienen estructura (no es posible explicarlas como un sistema de otras par-

* Sin embargo, algunos físicos recientemente han propuesto que el protón, el neutrón y todas las otras partículas que interaccionan fuertemente están constituidas por una partícula aún más básica llamada quark.

tículas elementales). Por ejemplo, existen varias razones de por qué un neutrón no se puede explicar como un electrón y un protón ligados. Una de ellas es que la masa del neutrón excede a la suma de la del protón y el electrón en aproximadamente 1.5 masas electrónicas. Un sistema de un electrón y un protón ligados debe tener una masa total menor que la suma de los dos (como en el átomo de hidrógeno). Otra razón es que los spines del neutrón, protón y electrón son todos ellos $\frac{1}{2}$. Según la mecánica cuántica no existe forma de obtener un momento angular resultante de $\frac{1}{2}$ unidad a partir de dos partículas de spin $\frac{1}{2}$. Otra razón de por qué cualquier partícula "elemental" no puede contener en su estructura a un electrón está dada por el principio de incertidumbre. Según este principio, el impulso del electrón sería al menos la constante de Planck dividida entre el diámetro de la partícula "elemental". Puesto que las partículas elementales tienen diámetros del orden de 10^{-13} cm, un electrón "ligado" en una partícula elemental tendría

$$P = \frac{h}{10^{-13}} = 6 \times 10^{-14} \text{ gr cm/seg}$$

Un electrón con este impulso tendría una energía cinética de aproximadamente 100 Mev e inmediatamente escaparía.

La mayoría de las partículas elementales que aún no hemos estudiado son inestables, es decir, decaen o se transforman en otras partículas elementales de menor masa. Antes de discutir estas nuevas partículas, es necesario aprender más acerca de la desintegración beta y la llamada interacción débil.

16-2 Desintegración beta y la interacción débil

Desintegración lenta

En el capítulo 4 se mencionó que solamente existen cuatro interacciones básicas: la fuerte o nuclear, la electromagnética, la gravitacional y la débil. La interacción fuerte se describió en el capítulo 15. Los capítulos 7 y 8 se dedicaron a la interacción electromagnética y el capítulo 4 a la gravitacional. Finalmente, en esta sección nos avocamos a la interacción débil.

Si no existiera la ley de conservación de las partículas pesadas, toda la materia del universo se desintegraría en electrones y neutrinos en menos de un milésimo de segundo. Esto es una consecuencia de la llamada interacción débil.

Pregunta 1. ¿Cuál sería el impulso mínimo de un nucleón "ligado" en una partícula elemental?

Fig. 16-1. R. P. Feynman en pleno "trabajo". El profesor Feynman es uno de los principales contribuyentes a la moderna teoría de la electrodinámica cuántica y a la interacción universal de Fermi (Fotografía tomada por H. Y. Chiu.)

La interacción débil puede pensarse como un mal universal que ataca a todas las partículas con la misma intensidad. Intenta transformar a todas las partículas elementales en electrones y neutrinos como productos finales. Históricamente a los electrones de esta desintegración se les conoce como rayos beta.

Puesto que la desintegración beta siempre incluye a los neutrinos, es esencial una descripción de los mismos. Un neutrino es una partícula elemental que no tiene carga ni masa en reposo. Más aún, la interacción entre un neutrino y cualquier otra cosa es tan débil que prácticamente es inobservable. Si un haz de 10^{12} neutrinos incidiera sobre la Tierra, todos, excepto uno, la atravesarían sin ser afectados. Así, esta partícula puede parecer tan sólo producto de la imaginación. Sin embargo, el neutrino no es un engaño inventado por los físicos teóricos. En los últimos años la evidencia, tanto experimental como teórica, se ha hecho tan convincente que ningún científico competente pone en duda la existencia del neutrino.

Como partícula elemental, el neutrino es en cierta forma análogo al fotón. Puesto que un fotón tiene masa en reposo cero, su energía es $E = Pc$ donde P es el impulso del fotón. Según la relatividad esta misma relación debe cumplirse para los neutrinos (ver página 338). Además, al igual que los electrones, protones y neutrones, el neutrino tiene un spin de $\frac{1}{2}$ (un momento angular intrínseco de $\frac{1}{2}h/2\pi$).

En 1958 se hicieron grandes progresos en la comprensión de la interacción débil. Se propuso una interacción específica capaz de transformar las partículas en electrones y neutrinos. A esta interacción específica se le conoce como interacción universal de Fermi. Por ejemplo, la nueva teoría hace una predicción adecuada del tiempo de vida del muón (una nueva partícula que se discutirá en la sección 16-4).

Un ejemplo de interacción débil es la desintegración beta de un neutrón libre, mediante el proceso

$$N \rightarrow P + e^- + \bar{\nu}_e$$

con una vida media de 12 min y un desprendimiento de energía de 0.8 Mev. La diferencia de masa entre protón y neutrón es de 1.3 Mev. Puesto que la masa en reposo del electrón es 0.5 Mev, existen 0.8 Mev para la energía cinética del electrón más la energía cinética del antineutrino. (Para el antineutrino que acompaña al electrón se usa el símbolo

Respuesta 1. $P \approx \Delta P \approx \dfrac{h}{R}$ es independiente de la masa de la partícula. El impulso del nucleón sería el mismo que el de un electrón confinado a $R = 10^{-13}$ cm. Sin embargo, la energía del nucleón sería 1837 veces más pequeña ya que $E_C = \dfrac{P^2}{2M}$.

ν_e.) La diferencia entre neutrino y antineutrino se explicará en la siguiente sección. Observe que el electrón y antineutrino resultantes pueden repartirse los 0.8 Mev de energía cinética en la forma que ellos escojan. Así, en un grupo grande de desintegraciones de neutrones se pueden encontrar electrones con valores de energía cinética desde cero hasta 0.8 Mev. Si el neutrón se desintegrara tan sólo en un protón y un electrón, este último siempre tendría toda la energía cinética de 0.8 Mev. Experimentalmente se puede determinar la energía del electrón, midiendo su radio de curvatura en un campo magnético (Ver Fig. 8-12). El resultado experimental es que rara vez los rayos beta tienen la máxima energía cinética permitida. Históricamente este "acertijo": ¿Qué ocurre con la energía cinética "perdida"?, fue lo que originó la "invención" del neutrino.

Para preservar la conservación de la energía, W. Pauli propuso en 1930 que la energía perdida podía llevársela una partícula neutra, ligera e indetectable. Poco después E. Fermi llamó neutrino (neutro y pequeño) a esta partícula y desarrolló la teoría de la desintegración beta que es similar a la moderna teoría, más universal, de las interacciones débiles llamada interacción universal de Fermi. Otra comprobación de la existencia del neutrino sería la medida de su impulso. En una fotografía tomada en una cámara de niebla de una desintegración beta individual, puede medirse la energía del electrón. Esta medición determina no sólo cuál debe ser la energía del neutrino sino también su impulso según la relación $P = E/c$. El impulso del neutrino se puede determinar independientemente midiendo el impulso del electrón y el impulso de retroceso del núcleo residual. Estas determinaciones de la energía y el impulso del neutrino siempre han concordado con la predicción teórica $P = E/c$. La "invención" del neutrino no sólo salva las leyes de conservación del impulso y la energía, sino además salva las leyes de conservación del momento angular. En la sección 16-1 se hizo notar que la mecánica cuántica no permite dos partículas de spin $\frac{1}{2}$ (tales como el $P + e^-$) tengan el mismo impulso angular total que el del neutrón que también tiene spin $\frac{1}{2}$. Sin embargo, los tres productos de la desintegración del neutrón, los cuales tienen todos spin $\frac{1}{2}$, pueden sumarse para producir un impulso angular total de $\frac{1}{2}(h/2\pi)$.

La evidencia de los neutrinos como productos de desintegración fue bastante satisfactoria. No obstante, los físicos

Pregunta 2. En la desintegración beta de un neutrón, suponga que el electrón y el protón de la desintegración tienen el mismo impulso. ¿Según la mecánica clásica cuál es la relación entre sus energías?

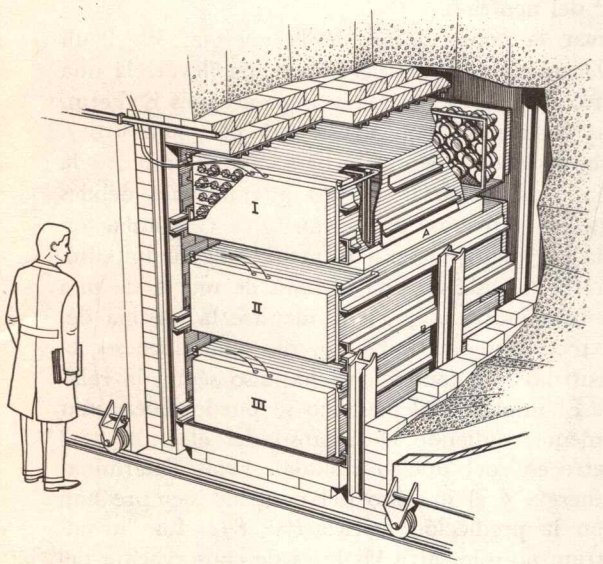
deseaban mayor satisfacción observando una interacción directa empezando con un haz de neutrinos. Según la teoría de Fermi, debería ocurrir para los neutrinos que tuvieran la energía suficiente para contrarrestar la diferencia de masas la siguiente reacción:

$$\bar{\nu}_e + P \rightarrow N + e^+$$

donde e^+ es un positrón (electrón positivo). Sin embargo, la predicción de ocurrencia de esta interacción directa fue aproximadamente cero. La única posibilidad de observar esta reacción sería obteniendo un haz de antineutrinos sumamente intenso. El desarrollo reciente de reactores nucleares hizo posible esto. Cada fisión en un reactor nuclear da lugar a varias desintegraciones beta, y en consecuencia a varios antineutrinos. Un experimento de este tipo requiere un reactor nuclear de alta potencia y un detector de gran tamaño sumamente elaborado. Un grupo de los Álamos en 1956 llevó a cabo este experimento haciendo uso del detector que se muestra en la Fig. 16-2, con el resultado de que por primera vez fue atrapado por el hombre el elusivo neutrino.

Debido a la ley de la conservación de las partículas pesadas, el protón libre es inmune a las interacciones débiles. Puesto que no existen partículas pesadas de masa menor a la del protón, no hay nada disponible para su desintegración.

Fig. 16-2. Esquema en corte transversal del detector de neutrinos en la pared de un reactor nuclear. Cada uno de los tanques I, II y III contiene 370 galones de líquido centelleante y cada uno está provisto de 110 tubos fotomultiplicadores. El positrón de la reacción $\nu + P \rightarrow N + e^+$ producirá pulsos luminosos característicos observables en el líquido centelleante. (Cortesía de los Álamos Scientific Laboratory y del Dr. F. Reines.)



Desintegración beta

Ahora surge la pregunta: ¿Cómo pueden ser estables los neutrones dentro de los núcleos atómicos si su vida media cuando están libres es de 12 min? Una forma de resolver esta "paradoja" es tomando en cuenta que la energía de amarre del neutrón con el núcleo disminuye efectivamente su masa por debajo de la del protón en la correspondiente situación. Si un núcleo atómico en virtud de su energía de amarre tiene una masa menor que cualquier posible combinación de los productos de desintegración, entonces debido a la ley de la conservación de la energía tal núcleo será estable. Este es el porqué solamente ciertos isótopos son estables y todos los otros son radiactivos. Por ejemplo, el hidrógeno y el deuterio son estables, pero el tritio (un protón y dos neutrones) no lo es.

Respuesta 2. $\dfrac{E_{Ce}}{E_{Cp}} = \dfrac{P_e^2}{2M_e} \div \dfrac{P_P^2}{2M_P} = \dfrac{M_P}{M_e} = 1837.$

Ejemplo 1

Las masas nucleares del tritio y del helio 3 son

$$M_{H^3} = 2805.205 \text{ Mev}$$

y

$$M_{He^3} = 2804.676 \text{ Mev}$$

respectivamente. La masa del electrón es

$$M_{e^-} = 0.511 \text{ Mev}$$

¿Se desintegrará el tritio por desintegración beta? Si es así, ¿cuál será la energía máxima posible del rayo beta?

Si ocurre que la masa del tritio es mayor que la de He^3 más un electrón, entonces la reacción

$$H^3 \rightarrow He^3 + e^- + \bar{\nu}$$

no está prohibida por la conservación de la energía. La energía cinética compartida por el e^- y el $\bar{\nu}$ será igual a la diferencia de masas

$$M_{H^3} - (M_{He^3} + M_{e^-}) = 2805.205 - (2804.676 + 0.511)$$
$$= 0.018 \text{ Mev}$$

Por tanto, los electrones de la desintegración de una muestra de tritio tendrán energías que están dentro del rango de cero a este valor de 0.018 Mev.

El tritio se puede producir bombardeando agua pesada con neutrones. Se ha observado que los electrones de la desintegración o rayos beta que provienen del tritio tienen energías cinéticas hasta de 0.018 Mev con una vida media de 12 años.

Otro ejemplo de emisor beta es el isótopo C^{14} que ocurre naturalmente en pequeñas cantidades. Se forma por absorción atmosférica de neutrones producidos por los rayos cósmicos y por las explosiones de bombas H. La masa del núcleo de C^{14} es ligeramente mayor que la del N^{14} más un electrón. Entonces, debido a la interacción débil, deberá ocurrir el siguiente proceso de emisión:

$$C^{14} \rightarrow N^{14} + e^- + \bar{\nu}_e$$

En este caso la vida media es $T = 5000$ años. Por otra parte, la masa del isótopo estable C^{14} es menor que cualquier posible combinación de productos que contienen 12 nucleones. Según la ley de la conservación de la energía, no existe razón por la cual se desintegre el C^{12} y por lo tanto se salva de la interacción débil. La mayoría de los radioisótopos que pueden sufrir desintegración beta emiten ya sea un positrón o un electrón junto con un neutrino o antineutrino respectivamente.

Pregunta 3. ¿Sería estable el núcleo de C^{14} si fuera 0.4 Mev más pesado que el N^{14}?

16-3 Antimateria

El antimundo

La teoría relativista de las partículas de spin $\frac{1}{2}$ no solamente proporciona el principio de exclusión, sino que además predice la existencia de las llamadas antipartículas. La antipartícula de una partícula dada debe tener exactamente la misma masa pero carga opuesta. También una antipartícula puede ser aniquilada por su correspondiente partícula. En tal caso, las dos masas en reposo se convierten directamente en energía en la forma de otras partículas, tales como fotones. La primera antipartícula conocida por el hombre fue el positrón que fue descubierto en 1933 en una cámara de niebla expuesta a los rayos cósmicos. Si bien la existencia del positrón ya había sido predicha por la teoría cuántica relativista, el primero de ellos se encontró por mero accidente. El positrón o electrón positivo tiene la misma masa, pero carga opuesta que un electrón. Cuando un positrón alcanza el reposo en la materia, rápidamente se aniquila con un electrón produciéndose, por lo general, dos fotones:

$$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$$

Entonces, cada fotón deberá tener una energía de 0.51 Mev, que es la masa en reposo de un electrón. Los positrones se producen fácilmente mediante un proceso llamado producción de pares (un fotón altamente energético choca con un núcleo y se convierte en un par electrón-positrón).

$$\gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

El anterior es uno de los muchos ejemplos de conversión directa de energía en masa en reposo. Como se mencionó en la sección anterior, tanto los electrones como los positrones pueden ser productos de desintegración beta. En ésta, un positrón siempre se produce junto con un neutrino.

La antipartícula de un protón se llama antiprotón o protón negativo $\overline{P}$. La notación usual para una antipartícula es una barra sobre el símbolo. Por lo tanto $\overline{P}$ indica antiprotón y $\overline{N}$ antineutrón. El antielectrón (el positrón) será $\overline{e^-}$ pero para él la convención usual es e^+. Después del descubrimiento del positrón en 1933, muchos físicos pensaron que también debería de existir el antiprotón. De acuerdo con la teoría, los antiprotones podrían producirse por bombardeo de los núcleos con protones de energía cinética de seis mil millones

Respuesta 3. Sí, ya que entonces no se podría desintegrar por desintegración beta en $N^{14} + e^-$, lo cual sería más pesado en 0.1 Mev.

de electrón volts. Una de las reacciones de producción debería ser

$$P + P \rightarrow P + P + \overline{P} + P$$

Los 6 Bev se convierten directamente en energía de masa en reposo del par protón-antiprotón más la energía cinética de las partículas finales. La posibilidad de descubrir el antiprotón fue una de las principales consideraciones que llevó a la AEC (Atomic Energie Commission) de los Estados Unidos a construir el Bevatrón, un acelerador de protones de alta energía localizado en Berkeley, California. La Fig. 16-3 muestra este aparato que acelera protones a una energía cinética de 6.2 Bev, la cual es lo justamente necesario para

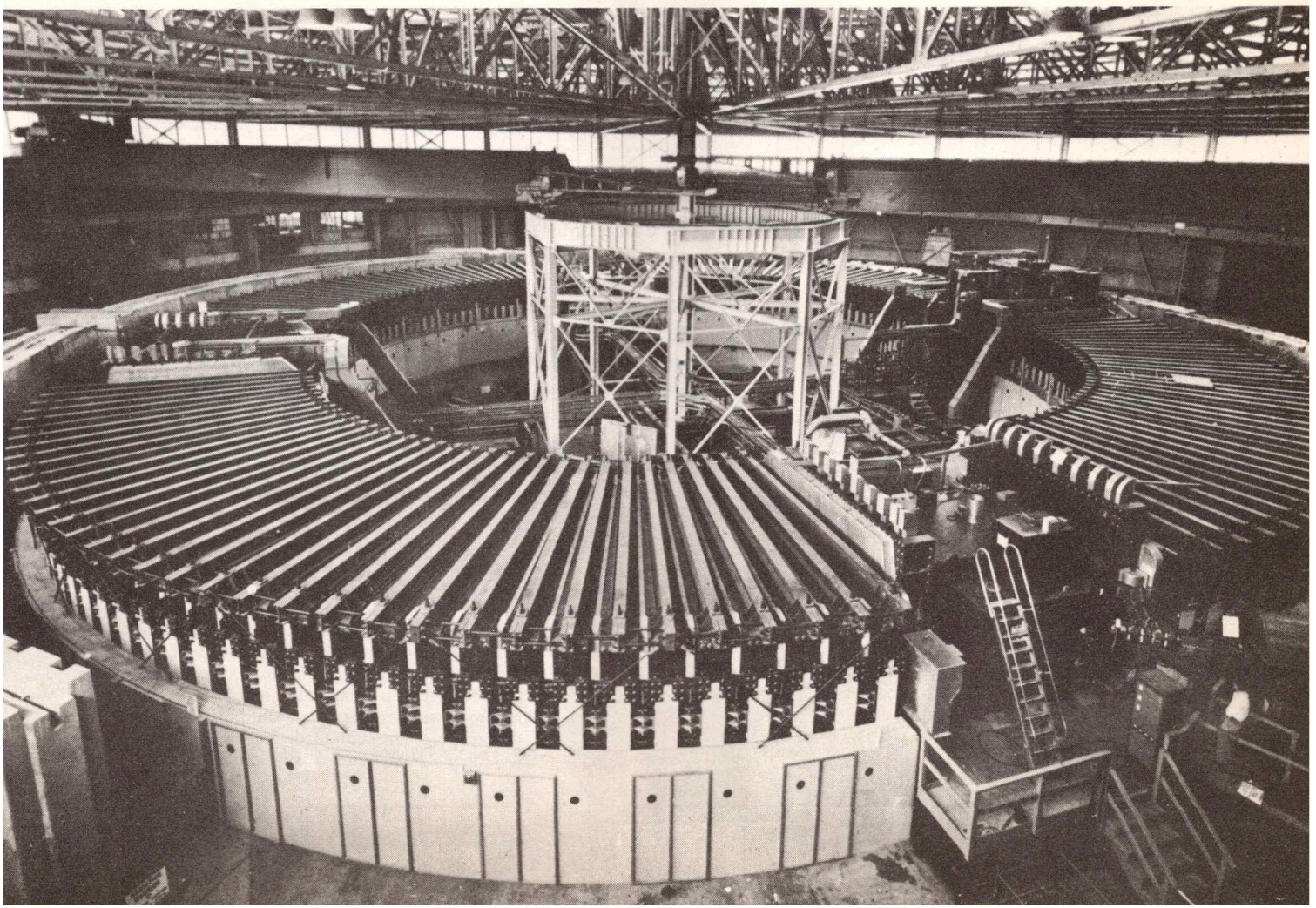


Fig. 16-3. El Bevatrón, localizado en la Universidad de California, Berkeley, California. (Cortesía del Lawrence Radiation Laboratory.)

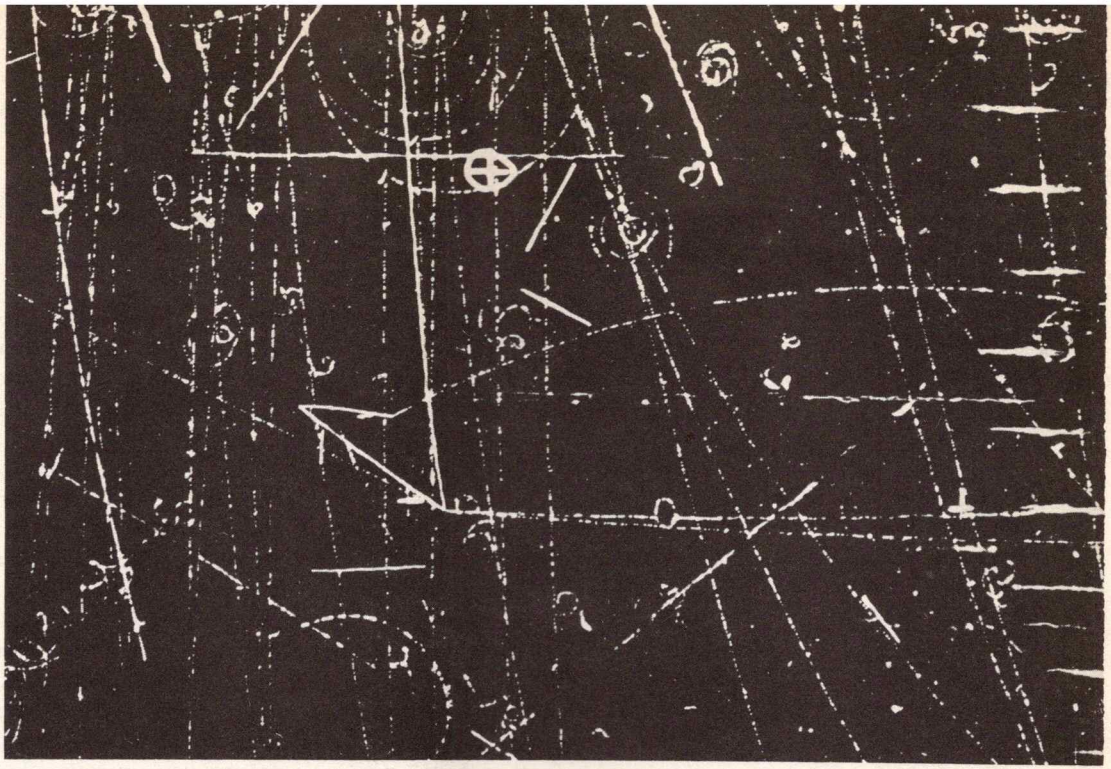
producir un par nucleón-antinucleón. En 1955, el segundo año de operación del Bevatrón, se descubrió el antiprotón. Un año después se descubrió el antineutrón $\overline{N}$. Puesto que el neutrón no tiene carga, el antineutrón tampoco debe tenerla. Sin embargo, el antineutrón se aniquila rápidamente ya sea con un neutrón o un protón. En la aniquilación de antinucleones generalmente los productos son piones (ver sección 16-6). En la Fig. 16-4 un antiprotón entra a una cámara de burbujas de hidrógeno líquido, se frena hasta el reposo y se aniquila con un núcleo de hidrógeno. En esta fotografía en particular, la masa en reposo del antiprotón y del protón se convierten en cinco piones.

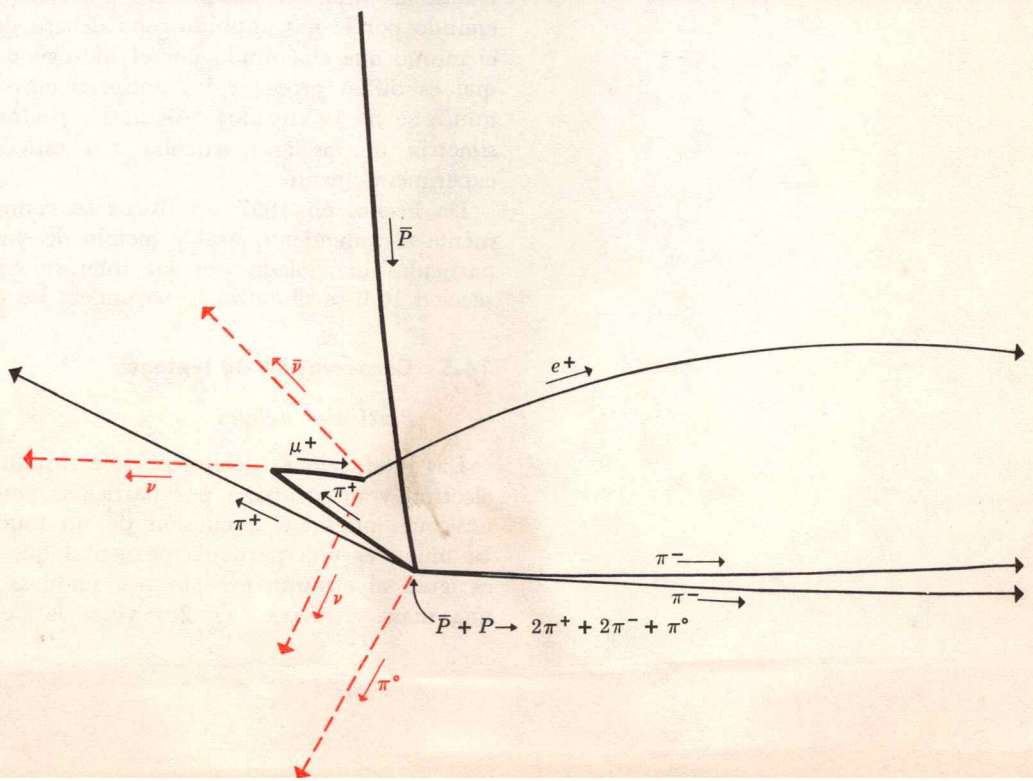
$$\overline{P} + P \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- + \pi^- + \pi^0$$

Surge la pregunta de por qué todos los átomos de hidrógeno están hechos de protones positivos y electrones negativos en vez de protones negativos (antiprotones) y electrones positivos (positrones). Este átomo de hidrógeno "invertido" se llama átomo de antihidrógeno. La materia hecha de antinucleones y positrones orbitales se llama antimateria. Por consideraciones generales de simetría se esperaría que la mitad de los átomos en el universo fueran de antimateria. Es difícil entender por qué debería haber preferencia por las cargas positivas sobre las cargas negativas. Por otra parte, si existiera cualquier antimateria sobre la Tierra, o aun en nuestra galaxia, no duraría mucho. Rápidamente se aniquilaría liberando energía con más de mil veces la eficiencia de una bomba H. En la actualidad existe la especulación de que algunas galaxias pueden estar formadas de antimaterias, pero hasta el momento no existe evidencia suficiente.

Como ya se mencionó, la antipartícula del neutrino es el antineutrino $\overline{\nu}$. De acuerdo con la teoría, el fotón debe ser su propia antipartícula. Contando las antipartículas nuestra

Fig. 16-4. Antiprotón que alcanza el reposo en una cámara de burbujas de hidrógeno líquido. El antiprotón es aniquilado por un protón. Los productos de la aniquilación son cinco piones: dos positivos, dos negativos y uno neutro. Uno de los piones positivo también alcanza el reposo y entonces se desintegra en un μ^+. El μ^+ a su vez alcanza el reposo y se desintegra en un positrón. (Cortesía del grupo de la cámara de burbujas de hidrógeno líquido del Lawrence Radiation Laboratory.)




$\bar{P}$
$\bar{\nu}$
e^+
μ^+
ν
π^+
π^+
π^-
π^-
ν
π°
$\bar{P} + P \rightarrow 2\pi^+ + 2\pi^- + \pi^\circ$

lista de partículas elementales está compuesta ahora por nueve (γ, ν, $\bar{\nu}$, e^-, e^+, P, $\bar{P}$, N, $\bar{N}$).

16-4 Simetría de las antipartículas

¿Es diferente el antimundo?

Suponga que durante el curso de cualquier experimento físico todas las partículas se cambiaran repentinamente por sus correspondientes antipartículas. ¿Prosiguiendo el experimento se obtendrán los mismos resultados? Hasta 1957 los físicos suponían que las antipartículas obedecían exactamente las mismas leyes de la física que sus contrapartes. En principio, no existiría forma de decidir si cierto sistema físico está constituido por antimateria o por materia ordinaria. A este principio fundamental de simetría le llamaremos simetría de las antipartículas. Generalmente los físicos teóricos le llaman la ley de invariancia ante conjugación de carga. Esta es una operación matemática que cambia cualquier partícula en su antipartícula mientras deja igual todo lo demás. El conjugado con respecto a la carga de un átomo de hidrógeno es el antihidrógeno. El principio de la simetría de las antipartículas predice, por ejemplo, que el espectro emitido por el gas antihidrógeno deberá de ser exactamente el mismo que el emitido por el hidrógeno ordinario. Puesto que es difícil producir las antipartículas (el antihidrógeno nunca se ha producido). Algunos aspectos del principio de simetría de las antipartículas son difíciles de comprobar experimentalmente.

De hecho, en 1957 los físicos se conmocionaron súbitamente al aprender que el principio de simetría de las antipartículas es violado por las interacciones débiles. En la sección 16-6 se discutirá la naturaleza de esta violación.

16-5 Conservación de leptones

Partículas débiles

Las interacciones débiles no sólo causan la emisión de un electrón y un neutrino por partículas pesadas, sino que en ocasiones originan la emisión de un muon y un neutrino. El muon es una partícula elemental que en todos aspectos es igual al electrón excepto por su masa en reposo. Tiene una masa en reposo de 207 veces la del electrón. Podría

considerarse esta partícula como un electrón pesado. Sin embargo, en la naturaleza no existen otros electrones pesados. Nadie sabe por qué existen dos tipos de "electrones". Uno de los problemas presentes de la física teórica es explicar por qué la naturaleza proporciona dos y sólo dos tipos de electrones. También es un misterio el por qué el muon es tan pesado.

Los muones son comunes. Fueron descubiertos en 1936 en los rayos cósmicos. De hecho, al nivel del mar los rayos cósmicos consisten principalmente de muones y electrones en relación de 4 por 1. Así como el e^+ es la antipartícula de e^-, el μ^+ es la antipartícula del μ^-. La razón por la cual la materia ordinaria está hecha de electrones y no de muones es que éstos se desintegran, mediante interacciones débiles, en electrones con vida media de 1.5×10^{-6} seg:

$$\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \overline{\nu}_e$$

Observe que se han usado los subíndices e y μ para los neutrinos producto. Esto es debido a que en 1963 un grupo en el AGS de Brookhaven descubrió que existen dos tipos de neutrinos: el ν_μ que está asociado con el muon y el ν_e que se asocia con el electrón. El ν_μ puede pensarse como un muon neutral y el ν_e como un electrón neutral. Se podría haber usado la notación μ° para ν_μ y e° para ν_e. A los muones, electrones y sus neutrinos correspondientes se les denomina genéricamente leptones. Los leptones están involucrados en las interacciones débiles. Se ha observado que siempre que se crean los leptones, se crean por pares. Esta observación ha llevado a una nueva ley de conservación llamada conservación de leptones. Realmente, existen dos leyes independientes de conservación de leptones, una para los electrones y otra para los muones. Al electrón e^- y a su neutrino ν_e, se les asigna el número leptónico $+1$ y sus antipartículas, e^+ y ν_e tienen el número leptónico -1. En un sistema cerrado el número leptónico total se debe conservar. Por ejemplo, en la desintegración del neutrón

$$N \rightarrow P + e^- + \overline{\nu}_e$$

Número leptónico $(0) \rightarrow (0) + (1) + (-1)$

El número leptónico total antes de la desintegración es cero. Por lo tanto, el número leptónico total en el segundo miembro debe ser también cero. Se observa que $(1) + (-1) = 0$.

Pregunta 4. Contando todas las posibilidades de carga, ¿cuál es el número total de leptones actualmente conocidos?

De modo similar en la desintegración beta donde se emite un positrón, el neutrino debe tener número leptónico opuesto. Puesto que el número leptónico del positrón es (-1) el neutrino emitido debe tener el número leptónico $(+1)$; por consiguiente deberá ser ν_e en vez de $\bar{\nu}_e$.

El ejemplo final de conservación de leptones es la desintegración del muon:

$$\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \bar{\nu}_e$$

Número de leptones del muon: $(1) \rightarrow (1) + (0) + (0)$

Número de leptones de electrón: $(0) \rightarrow (0) + (1) + (-1)$

El número leptónico del muon inicial es $+1$. Este valor $+1$ se conserva si el muon se desintegra en un muon neutro ν_μ. La carga eléctrica se conserva gracias a la emisión de un electrón, pero para que se conserve el número leptónico de electrón, debe emitirse también un antineutrino ν_e.

En resumen, existen 8 leptones: $(\mu^-, \nu_\mu, e^-, \nu_e)$ y sus antipartículas $(\mu^+, \bar{\nu}_\mu, e^+, \bar{\nu}_e)$ y estas partículas ocurren en pares en las interacciones débiles.

16-6 Los hadrones

Partículas fuertes

Así como los leptones son las partículas de las interacciones débiles, los hadrones son las partículas de las interacciones fuertes o nucleares. La interacción electromagnética va más allá de estos límites e interacciona con cualquier partícula cargada así como con el fotón. Interacciona tanto con leptones cargados como con hadrones cargados.

Los hadrones más familiares son nuestros amigos el protón y el neutrón. Pero desde 1947 se han descubierto muchos otros hadrones inestables. Veintiuno de ellos (ver Fig. 16-8) tienen vidas medias suficientemente grandes como para que se puedan observar sus trazos en emulsiones nucleares o cámara de burbujas. La mayoría de estos 21 tienen vidas medias de aproximadamente 10^{-10} seg. Una partícula de velocidad $v = c$, viajará 3 cm. en 10^{-10} seg. No obstante la evidencia de que ciertas propiedades unifican y permiten agrupar estas partículas, la cantidad de datos presentados aquí puede parecer abrumadora, haciéndonos pensar en la posibilidad de que exista algo más elemental y simple que las partículas elementales. En realidad, esta es la pregunta cen-

Respuesta 4. Ocho.

tral a la que se enfrenta la física moderna. En este libro hemos alcanzado ahora la frontera externa del conocimiento humano y de la comprensión del mundo físico. Las secciones restantes están dedicadas a proporcionar una idea de los trabajos de "vanguardia" del mundo físico actual.

Existen dos tipos de hadrones: los mesones y los bariones. Los mesones tienen spin 0, 1, 2, ó cualquier otro entero. Los bariones tienen espín semientero; es decir, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, etc. Los bariones obedecen la ley de conservación de bariones y siempre tienen como producto final de desintegración un protón o antiprotón. Todos los bariones tales como el protón y el neutrón tienen número bariónico $+1$ y todos los antibariones tales como $\overline{P}$ y $\overline{N}$ tienen número bariónico -1. Para un sistema cerrado, el número total de bariones debe permanecer constante. Los mesones tienen número bariónico $= 0$.

Los mesones

Los dos mesones más longevos son el pion y el mesón K. La masa del pión es aproximadamente un séptimo de la del protón y la del mesón K es aproximadamente la mitad de la del protón.

Los piones tienen spin cero y ocurren con cargas positivas y cero, negativa (π^-, π^+, π^0). El π^- es la antipartícula del π^+. Como ocurre en el caso del fotón, el π^0 es su propia antipartícula. Es más fácil entender la "razón" teórica de la existencia de los piones que la de los muones. En efecto, en 1936, once años antes de su descubrimiento, el pión fue predicho por H. Yukawa. Yukawa trató de explicar la intensa fuerza nuclear del mismo modo que la electrodinámica cuántica explica la fuerza eléctrica. En electrodinámica cuántica la fuerza eléctrica se explica en términos de una carga eléctrica que continuamente emite y reabsorbe quanta virtuales (fotones). Yukawa inventó un nuevo tipo de quantum virtual para explicar la intensa fuerza nuclear de corto alcance. La teoría cuántica especifica la masa de este nuevo tipo de partícula (quantum) en términos del alcance de la fuerza nuclear. Esto puede verse en forma burda usando el principio de incertidumbre. Si el alcance de estos quanta virtuales es R, el principio de incertidumbre establece que

$$\Delta p R \approx h$$

donde Δp es la incertidumbre en el impulso que será del orden de $m_\pi v$. Por tanto

Pregunta 5. Al muon a menudo se le llama mesón mu. Según nuestra definición de mesón, ¿es el muon un mesón?

$$(m_\pi v)R \approx h$$

ó

$$m_\pi \approx \frac{h}{Rv}$$

Esta incertidumbre tiene su valor más pequeño para $v = c$. Entonces la ecuación anterior establece que

$$m_\pi \approx \frac{h}{Rc}$$

El cálculo de Yukawa, más cuidadoso y basado en la teoría cuántica del campo, resulta en

$$m_\pi = \frac{h}{2\pi Rc}$$

y predice una masa que está en buen acuerdo con la masa medida para el pión. Además de predecir la masa correcta, Yukawa también predijo que los piones interaccionarían fuertemente con los nucleones. Por ejemplo, los piones se producen fácilmente por colisiones de nucleones. En este caso, la energía cinética de los nucleones se convierte directamente en masa en reposo. Algunas reacciones para producción de piones son

$$P + P \rightarrow P + N + \pi^+$$
$$P + N \rightarrow P + P + \pi^-$$
$$\gamma + P \rightarrow N + \pi^+$$
$$\gamma + P \rightarrow P + \pi^0$$
$$\gamma + N \rightarrow P + \pi^-$$

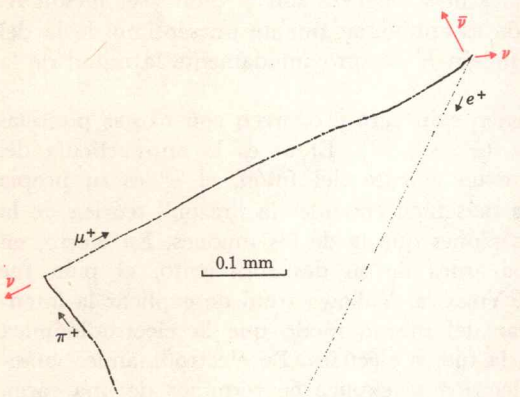
Para producir piones se necesitan protones de algunos cientos de Mev. Tales haces de protones se obtienen en sincrociclotrones como el mostrado en la Fig. 9-13.

El pión se descubrió en los rayos cósmicos, en 1947, al examinar los trazos que ellos dejaban en emulsiones nucleares (Ver Fig. 16-5). Un año después se detectó en el sincrociclotrón de Berkeley el primer pión producido por el hombre. Los piones cargados se desintegran por interacciones débiles de la siguiente manera

$$\pi^+ \begin{cases} \nearrow \mu^+ + \nu_\mu \\ \text{ó} \\ \searrow e^+ + \nu_e \end{cases}$$

$$\pi^- \begin{cases} \nearrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\ \text{ó} \\ \searrow e^- + \bar{\nu}_e \end{cases}$$

Fig. 16-5. Esquema del trazo dejado por un pión detenido en una emulsión nuclear. Se aprecia la cadena de desintegración $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$ seguida de $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \nu$ (excepto los neutrinos). Los granos de la emulsión fotográfica se pueden sensibilizar tanto por colisiones con partículas cargadas como por luz.



Respuesta 5. No. Los mesones son hadrones y los hadrones son partículas que interaccionan fuertemente. Los muones no interaccionan fuertemente.

con una vida media de 1.8×10^{-8} seg. El π^0 se desintegra mucho más rápidamente en dos fotones por la interacción electromagnética, en vez de la interacción débil. La vida media del π^0 es aproximadamente 10^{-16} seg. La desintegración de un π^+ así como la de un μ^+ se puede ver en la Fig. 16-4 que es una fotografía tomada en una cámara de burbujas. Uno de los dos trazos de π^+ de hecho llega al reposo en el hidrógeno líquido. Entonces se desintegra en un μ^+ cuyo trazo es visible y en un neutrino que no deja trazo. Después de viajar 1.1 cm, el μ^+ llega al reposo también y se desintegra en un e^+ visible y dos neutrinos invisibles.

De hecho, el muon se descubrió casi al mismo tiempo que Yukawa predecía el pión. Puesto que la masa del muon es muy próxima a la del pión, por muchos años, los físicos pensaron que la partícula a que se refería Yukawa era precisamente el muon. Poco antes de que el pión fue finalmente descubierto, muchos físicos habían dudado del muon (o bien de Yukawa) ya que aquél nunca interaccionaba fuertemente como se había predicho. El pión es de mucha utilidad para explicar la intensa fuerza nuclear de corto alcance, pero parece ser que el único propósito del muon es dar a la naturaleza una oportunidad más para confundir al hombre.

El mesón K

Un mesón establecido más recientemente es el mesón K. Tiene spin cero y existe con cargas neutra y positiva. (K^0 y K^+) y sus antipartículas correspondientes K^- y $\bar{K}^0$. Debido a su gran masa (aproximadamente la mitad de la del protón), el mesón K tiene un gran número de posibilidades para desintegrarse mediante interacciones débiles. Se han observado los siguientes modos de desintegración del K^+:

$$K^+ \rightarrow \begin{cases} \pi^+ + \pi^0 \quad (\text{modo } \theta) \\ \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \quad (\text{modo } \tau) \\ \pi^+ + 2\pi^0 \\ \mu^+ + \nu \\ \mu^+ + \nu + \pi^0 \\ e^+ + \nu + \pi^0 \end{cases}$$

La vida media del mesón K cargado es 0.85×10^{-8} seg. El K neutro tiene modos de desintegración similares y una vida media de 7.0×10^{-11} seg. Dos problemas contemporáneos de la física teórica son: ¿Por qué el K^0 tiene una vida media mucho más corta que el K^+ y el cual es la relación entre la

Pregunta 6. ¿Por qué no puede el mesón K decaer en 4 piones?

TABLA 16-1

CATEGORIAS DE LAS PARTICULAS ELEMENTALES

Hadrones (interaccionan fuertemente)	Bariones	Hiperones Λ, Σ, Ξ, Ω (extraños)
		Nucleones N, P, N (no extraños)
	Mesones	(extraño) K
		(no extraño) π
(interaccionan débilmente) Leptones		Familia de los muones μ, ν_μ
		Familia de los electrones e, ν_e

Respuesta 6. Su masa en reposo es menor que la de 4 piones.

desintegración del meson K y la interacción universal de Fermi? En el siguiente párrafo se discute la producción de los mesones K.

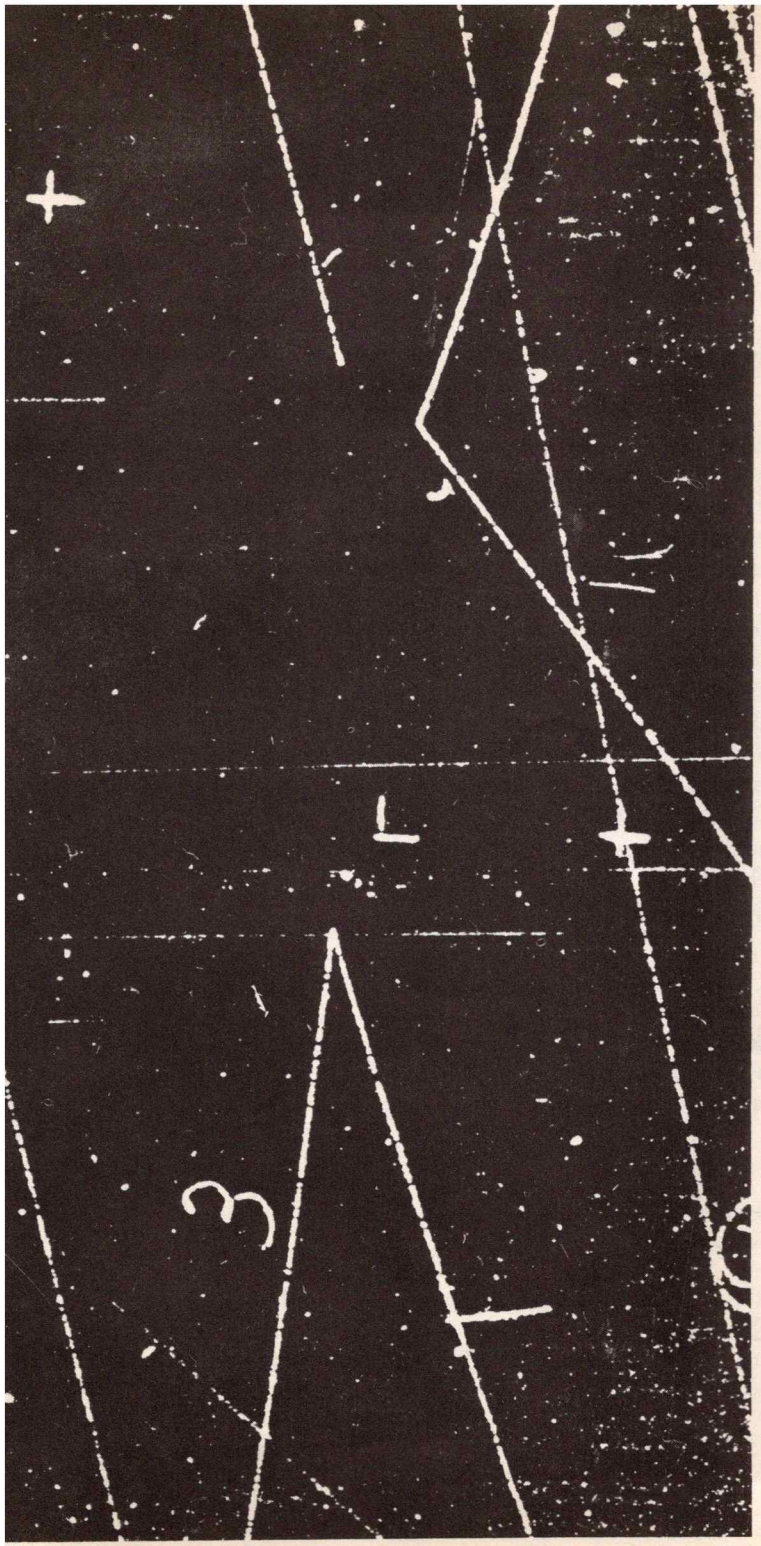
Los hiperones (bariones extraños)

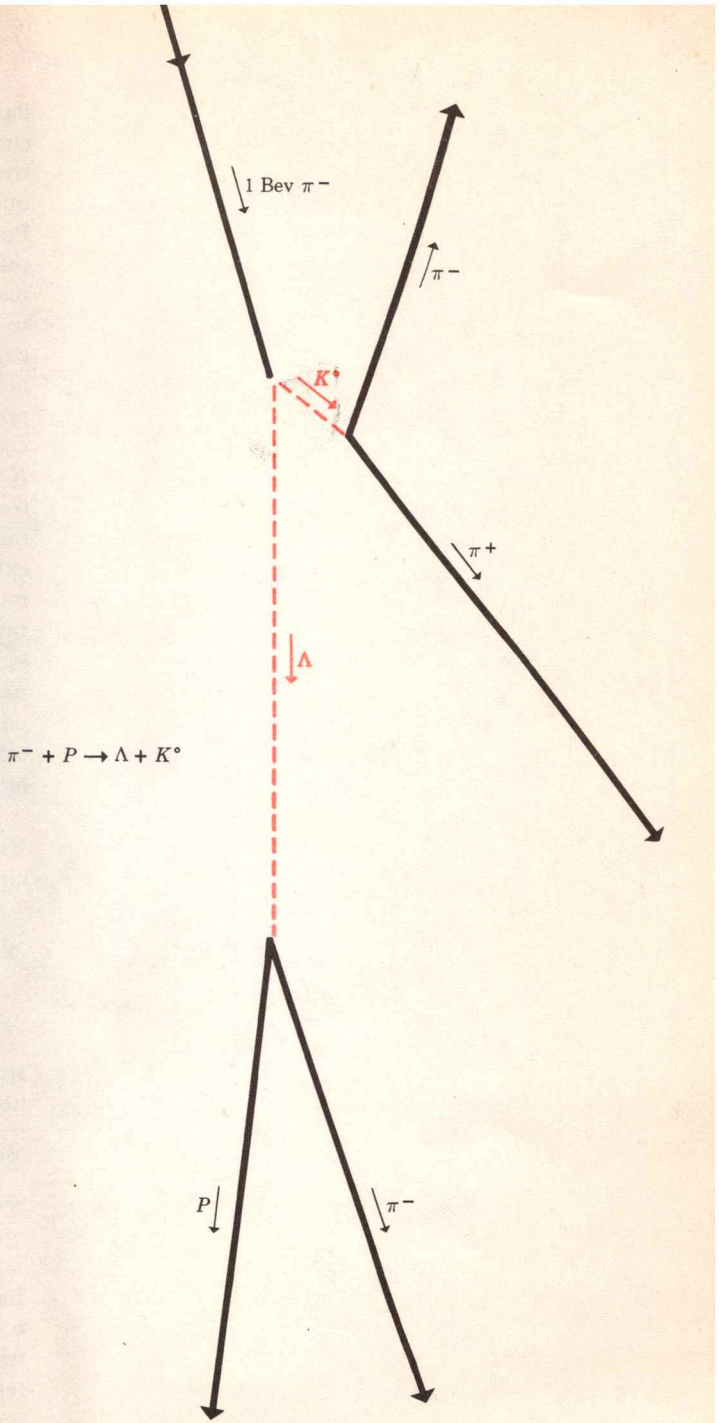
Por razones que se explicarán brevemente (ver tabla 16-1), a algunos de los bariones se les denomina hiperones. Estos hiperones se desintegran por interacción débil y consecuentemente viven lo suficientemente como para dejar trazos en una cámara de burbujas. Existen cuatro tipos diferentes de partículas elementales que son más pesadas que el protón y cuyas vidas medias son tales que les permiten dejar trazos en una cámara de burbujas. Estas se designan con las letras griegas mayúsculas Λ (lambda), Σ (sigma), Ξ (xi) y Ω (omega). Todas ellas decaen por interacciones débiles en nucleones y obedecen por lo tanto la ley de la conservación de bariones. Hasta ahora hemos tenido dos ejemplos de las llamadas interacciones fuertes: (1) la fuerza nucleón-nucleón y (2) la interacción pión-nucleón (Por ejemplo: producción de piones). Similarmente, la interacción de hiperones y mesones K con nucleones y piones son ejemplos de interacciones fuertes. La producción de hiperones y mesones K es uno de los muchos ejemplos de interacción fuerte. La interacción para producción de hiperones más usada es

$$\pi^- + P \rightarrow \Lambda + K^0$$

La figura 16-6 es una fotografía de esta interacción tomada en una cámara de burbujas de hidrógeno líquido. Los haces de piones de alta energía necesarios se producen fácilmente en aceleradores de protones con energía del orden de Bev. Observe que la lambda se produce asociada con un mesón K. En efecto, cuando la partícula inicial es un pión o nucleón cualquiera de las partículas Λ, Σ, Ξ, u Ω se produce asociada con un mesón K. Debido a esta propiedad especial de producción asociada, a estos cuatro bariones y al mesón K se les

Fig. 16-6. Producción asociada de un hiperón lambda y un mesón K en una cámara de burbujas de hidrógeno líquido. Un π^- del 1 Bev proveniente de un Bevatrón entra en la cámara, golpea a un protón y produce un Λ y el K^0. (Cortesía del grupo de la cámara de burbujas de hidrógeno líquido del Lawrence Radiation Laboratory.)





$\pi^- + P \rightarrow \Lambda + K^\circ$

llamó, y se les sigue llamando, partículas extrañas. A las cuatro partículas extrañas que son bariones se les llama hiperones. Lo que pareció extraño de las partículas extrañas fue que decaen 10^{14} veces más lentamente de lo que se esperaba. Puesto que se producen fácilmente por interacción fuerte y pueden desintegrarse en partículas que interaccionen fuertemente, se esperaba que se desintegraran tan rápidamente como se producen, es decir en aproximadamente 10^{-23} seg. Para explicar esto, fue necesario inventar una ley de conservación más que retrasara la desintegración de las partículas extrañas por un factor de aproximadamente 10^{14}. Esta nueva ley de conservación, se llama la conservación de la extrañeza. Al K^+ y K^0 se les asigna el número de extrañeza $+1$ y los hiperones tienen los números de extrañeza negativos que se muestran en la Fig. 16-8. La ley de la conservación de la extrañeza establece que en un sistema cerrado el número total de extrañeza se conserva. Esta ley es obedecida estrictamente por las interacciones fuertes y electromagnéticas, pero es completamente ignorada por la interacción débil. Una partícula extraña se desintegra por la interacción débil en partículas que tienen extrañeza cero. Y puesto que la interacción débil es 10^{14} veces más débil que la interacción fuerte, estas partículas extrañas vivirán 10^{14} veces más que lo normal.

La Λ es 37 Mev más pesada que un protón más un pión. Es neutra y tiene spin $\frac{1}{2}$. Sus modos de desintegración principales son

$$\Lambda \begin{cases} \nearrow P + \pi^- \\ \text{ó} \\ \searrow N + \pi^0 \end{cases}$$

La Σ es 78 Mev más pesada que la Λ y también tiene spin $\frac{1}{2}$. Sin embargo, la Σ puede ser positiva, neutra o negativa. Los modos principales de desintegración son

$$\Sigma^+ \rightarrow \begin{cases} P + \pi^0 \\ N + \pi^+ \end{cases}$$
$$\Sigma^- \rightarrow N + \pi^-$$
$$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$$

La desintegración del Σ^0 es mucho más rápida que la del Σ^+ o Σ^- debido a que se trata de una interacción electromagnética que es del orden de 10^{12} veces más intensa que la interacción débil.

El hiperón Ξ es 205 Mev más pesado que una Λ y puede ser negativo o neutro. Los modos de desintegración observados son

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$$
$$\Xi^0 \rightarrow \Lambda + \pi^0$$

Por cada uno de los hiperones debe existir un antihiperón de carga opuesta. Hasta ahora los únicos antihiperones que han sido observados son $\overline{\Lambda}$, $\overline{\Sigma^+}$ y $\overline{\Sigma^0}$. Sin embargo, los físicos se sienten seguros de que las otras antipartículas también deben existir. En la Fig. 16-7 se muestra una Λ producida por el proceso $\overline{P} + P \rightarrow \overline{\Lambda} + \Lambda$.

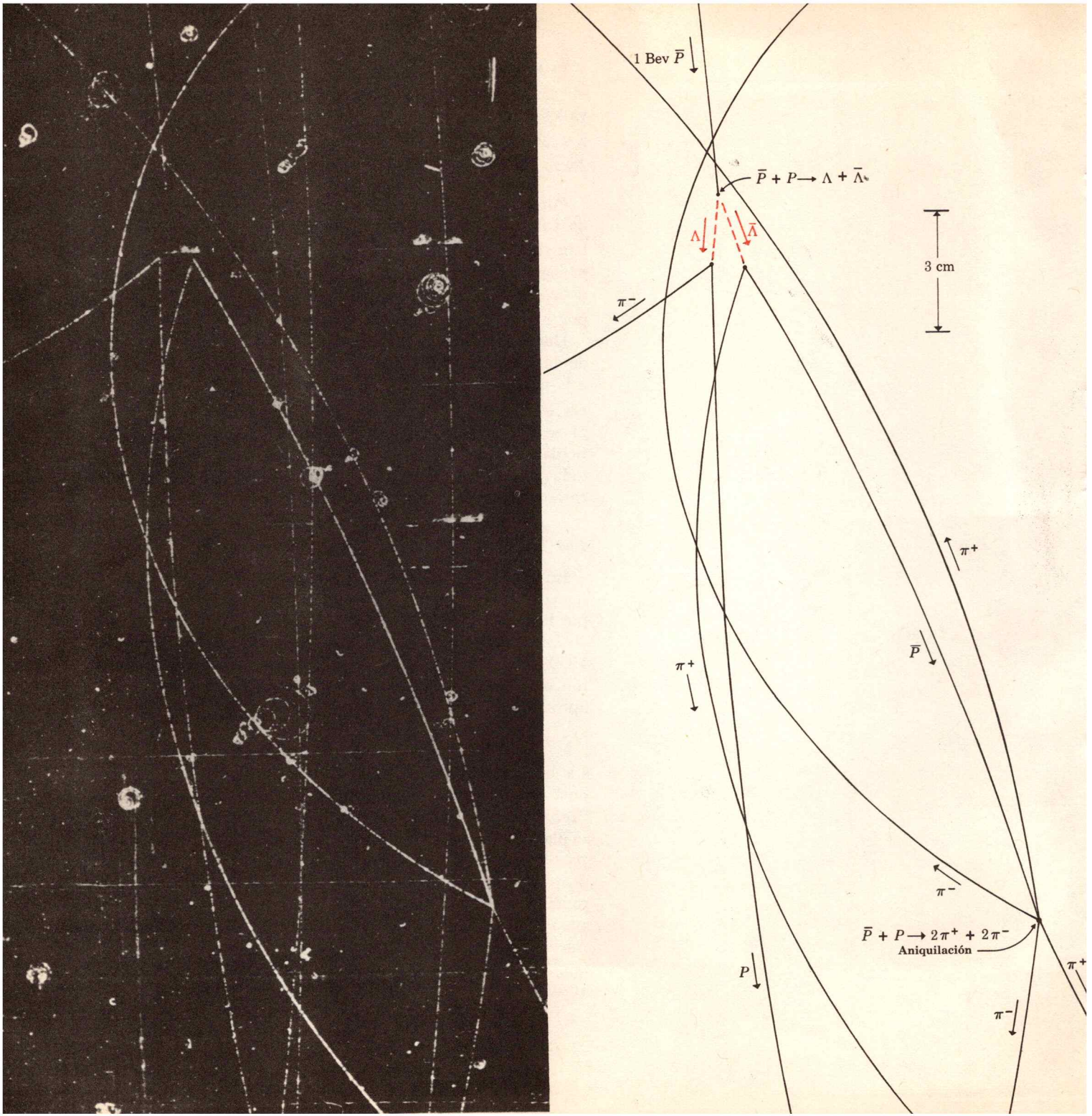
Hasta el año de 1967 la lista de partículas elementales de larga vida, ordenada en forma ascendente con respecto a la masa es: el fotón γ; los leptones ν_e, ν_μ, e y μ; los mesones π y K; los nucleones P y N; los hiperones Λ, Σ, Ξ y Ω. Si se toman en cuenta sus diferentes cargas y sus antipartículas, el gran total es 34. En la Fig. 16-8 están tabuladas todas ellas. Las partículas se encuentran a la izquierda y sus correspondientes antipartículas se "reflejan" a la derecha.

Las "resonancias"

En los últimos años se ha descubierto un buen número de nuevos mesones y bariones que se desintegran directamente por interacción fuerte. El primer ejemplo, un barión, fue descubierto por Fermi en los primeros años de la década de 1950. Se le llamó N_1 y es 160 Mev más pesado que un protón más un pión. Se desintegra en un protón y un pión en aproximadamente 10^{-23} seg.

$$N_1 \rightarrow P + \pi$$

La interacción fuerte es tan intensa que cuando una partícula que tiene este tipo de interacción toca a otra, existe una probabilidad grande de interacción. El tiempo que las partículas estarán en contacto es igual al diámetro de una partícula elemental dividido entre la velocidad: $t = D/v \approx 3 \times 10^{-13}$ cm$/3 \times 10^{10}$ cm/seg $= 10^{-23}$ seg. Por lo tanto, le toma aproximadamente 10^{-23} seg. a la interacción fuerte para actuar. Recientemente se han descubierto docenas de nuevos hadrones que tienen vidas medias entre 10^{-22} y 10^{-23} seg. Todos ellos se desintegran por interacción fuerte y por razones históricas se les llama resonancias. Existen algunos


1 Bev $\bar{P}$
$\bar{P} + P \rightarrow \Lambda + \bar{\Lambda}$
Λ
$\bar{\Lambda}$
3 cm
π^-
π^+
$\bar{P}$
π^+
π^-
$\bar{P} + P \rightarrow 2\pi^+ + 2\pi^-$
Aniquilación
P
π^+
π^-

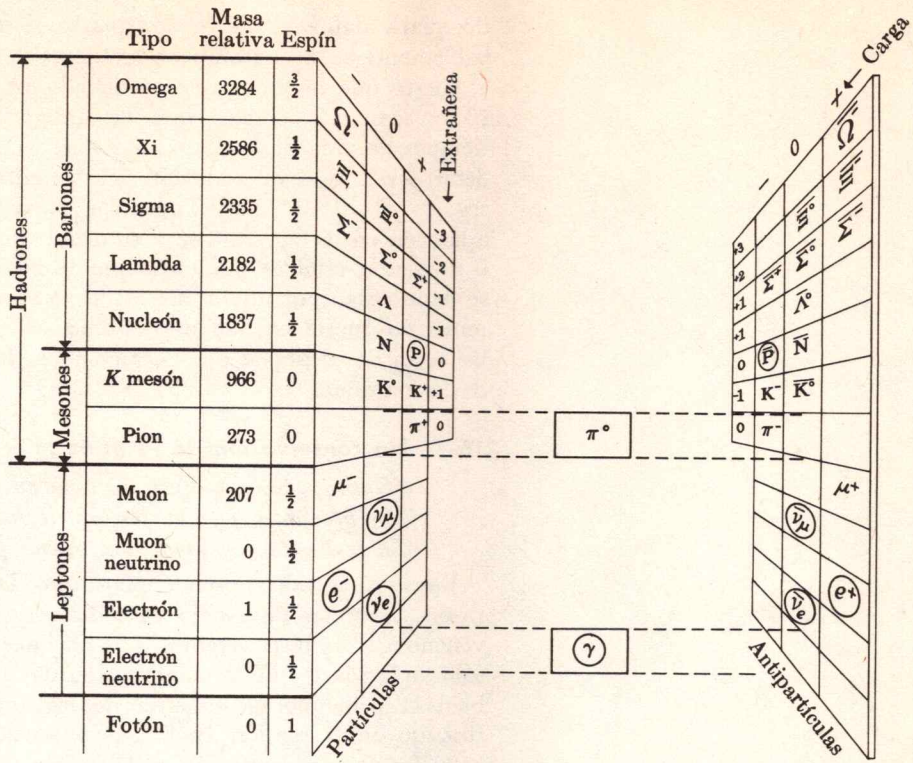


Fig. 16-8. Tabla de las partículas elementales. Las partículas están tabuladas a la izquierda. Las "reflexiones" de la derecha son las antipartículas correspondientes. Las partículas estables están encerradas por un círculo.

Fig. 16-7. Producción de una antilambda por el proceso $\bar{P} + P \rightarrow \bar{\Lambda} + \Lambda$. La antilambda se desintegra en un π^+ y un antiprotón. El antiprotón alcanza el reposo y se aniquila con un protón del hidrógeno líquido. (Cortesía del grupo de la cámara de burbujas de 180 cm del Lawrence Radiation Laboratory.)

otros con vidas medias entre 10^{-21} y 10^{-16} seg y que se desintegran por interacción electromagnética. Con la mayoría de estas nuevas partículas recientemente descubiertas y basándose en sus números cuánticos se han formado grupos de 8 ó 10 partículas. Uno de estos grupos de 8 contiene al protón y al neutrón. Otro grupo de 8 contiene a los tres piones. A estos grupos frecuentemente se les llama modelo de octete.

Ahora se considera que el protón o el pión no son más elementales que cualquier otro hadrón. Cada hadrón es simplemente otro estado o nivel de energía de la materia que interacciona fuertemente. Hasta el momento se han encontrado algo más que 190 partículas "elementales". Casi todos los meses se descubren nuevas partículas. Una de las esperanzas de la física teórica en el presente es explicar todos los hadrones en términos de tres o cuatro ladrillos básicos llamados quarks, pero hasta ahora no se ha encontra-

do quark alguno. Para ver los quarks, si es que existen, probablemente se necesitarán aceleradores de más alta energía.

Puesto que las interacciones débiles son aproximadamente 10^{14} veces más débiles que las interacciones fuertes, los tiempos de vida de las partículas que decaen por interacción débil serán aproximadamente 10^{14} multiplicado por 10^{-23} seg, es decir 10^{-9} seg. Todas las partículas cargadas que aparecen en la Fig. 16-8 se desintegran por interacción débil o no si son estables. La razón por la cual algunos hadrones se desintegran por interacción débil en vez de hacerlo por interacción fuerte es que esto último les está prohibido por las leyes de conservación, tales como la ley de conservación de la extrañeza.

16-7 No conservación de la paridad

"Gatita, ¿cómo te gustaría vivir en un espejo?
Me pregunto si te darían ahí leche. Tal vez.
La leche de espejo no sea buena para beber". Alicia

En esta sección aprenderemos que Lewis Carroll tenía razón; la leche de espejo es indigesta si no es que hasta venenosa. También veremos que las interacciones débiles no sólo violan la ley de la conservación de la paridad sino también el principio de simetría de las antipartículas que se discutió en la sección 16-4. La conservación de la paridad es el formalismo matemático del principio de simetría denominado invariancia ante reflexiones. Este principio establece que la imagen especular de cualquier fenómeno físico es tan cierto como el fenómeno mismo. De acuerdo con la conservación de la paridad, si alguien observa un experimento físico cualquiera en un espejo e ignora que es una imagen especular, a partir de los resultados observados no tendría forma alguna de distinguir si lo vio a través del espejo o directamente. Otro modo de decir esto es el siguiente: todas las leyes fundamentales de la Física tendrán la misma forma matemática ya sea que se use un sistema de coordenadas izquierdo o derecho. Una consecuencia de la conservación de la paridad es que no existe forma de que un profesor distraído determine mediante experimentos cuál es su mano derecha. El profesor estaría haciendo trampa si determinara de qué lado del cuerpo tiene el corazón. Esto sería equivalente a darle un guante marcado con "izquierdo".

En realidad, las moléculas de su cuerpo y para tal propósito de toda la materia que existe en la Tierra, son equiva-

Fig. 16-9. Tornillo derecho y su imagen especular.

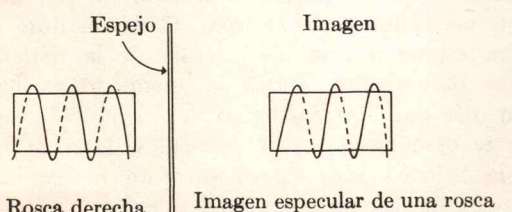
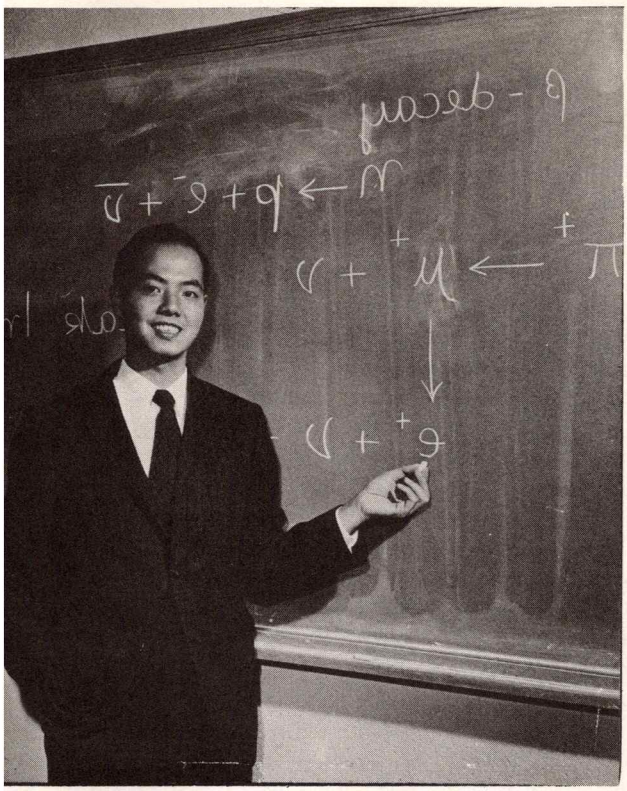


Fig. 16-10. Fotografía de T. D. Lee cuyo trabajo en colaboración con C. N. Yang llevó a la caída de la conservación de la paridad. ¿Esta es la verdadera imagen o la imagen especular del profesor Lee?



Pregunta 7. Si un profesor distraído supiera cuál dirección es el norte, ¿podría determinar su mano derecha?

lentes a guantes marcados (Ver portada del capítulo 14). Biológicamente, las moléculas que producen proteínas están hechas de aminoácidos, todas las cuales son de estructura helicoidal izquierda (excepto para los antibióticos, como la penicilina, que contienen un cierto porcentaje de aminoácidos derechos. Esto es lo que los hace dañinos para las bacterias y utilizables como antibióticos). Por otra parte los químicos pueden sintetizar las proteínas derechas y como sería de esperarse de la conservación de la paridad, tienen exactamente las mismas propiedades químicas que las variedades naturales. La única diferencia es que una es la imagen especular de la otra (Ver Fig. 16-9). Puede parecer misterioso el hecho de que la biología sobre la Tierra produce siempre moléculas de una simetría especular definida, mientras que cuando los químicos sintetizan las mismas moléculas siempre las producen en una mezcla 50 a 50 de variedades izquierda y derecha. Una explicación podría ser que las formas de vida iniciales en la Tierra se originaron tanto derechas como izquierdas. Entonces los animales y plantas de una forma deberían ser indigestas y probablemente venenosas a las de la otra forma. Finalmente una de las dos formas de vida se debería imponer a la otra en la batalla por la supervivencia.

La Fig. 16-10 es una fotografía de T. D. Lee de la Universidad de Columbia y se presenta como un reto a los estudiantes alertas. ¿Existe alguna forma de asegurar si esta fotografía se tomó o no de un espejo? A primera vista uno podría pensar que ésta es la imagen especular del Dr. Lee. Los símbolos en el pizarrón están invertidos y Lee está usando lo que parece ser la mano izquierda. El estudiante listo podría sospechar que la fotografía fue preparada y que deliberadamente Lee escribió los símbolos invertidos como una jugarreta. Un examen más cuidadoso revela que los botones del saco de Lee están en su lado derecho. Sobre la base de las rígidas costumbres mundiales de que todos los hombres deben usar los botones en su lado derecho y todas las mujeres en el lado izquierdo, el estudiante listo podrá concluir correctamente que la Fig. 16-10 es la imagen directa de T. D. Lee. No fuimos al extremo de alquilar un sastre para que hiciera un saco especial con botones a la izquierda y ojales a la derecha.

Por razones que están más allá de las pretensiones de este libro, la conservación de la paridad prohibe que el mesón K tenga ambos modos de desintegración en dos y en tres piones.

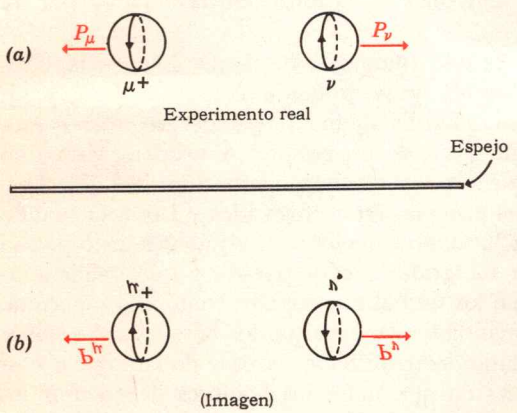
Está permitido que el mesón K tenga uno o el otro, pero no ambos. Experimentalmente se observaron ambos modos. Esto llevó a T. D. Lee y C. N. Yang en 1956 a dudar seriamente de la "verdad autoevidente" de que la naturaleza no debe tener ninguna preferencia por la derecha sobre la izquierda o viceversa. Lee y Yang propusieron que las interacciones débiles violan ciertamente el "sagrado" principio de la conservación de la paridad. También propusieron algunos experimentos específicos para probar sus hipótesis. Ahora discutiremos en detalle uno de ellos. Nuestro ejemplo será la desintegración del π^+ que es una consecuencia de las interacciones débiles

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$$

Lee y Yang sugirieron que los muones y neutrinos resultantes de una desintegración podían tener una dirección del spin preferida a lo largo de sus direcciones de movimiento.

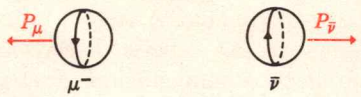
Procederemos ahora a demostrar que si éste es el caso, se violaría la invariancia ante reflexiones. Representaremos esquemáticamente al spin como el movimiento de la partícula giratoria en el plano ecuatorial. Las partículas se describirán como esferas giratorias. Lee y Yang propusieron que la desintegración del π^+ se debería ver siempre como se muestra en la Fig. 16-11*a*. El μ^+ y el ν deben girar en direcciones opuestas como se muestra ya que sus spines se deben sumar para dar el spin del pión inicial que es igual a cero. La Fig. 16-11*b* es la imagen especular de la Fig. 16-11*a*. Observe que en el espejo las esferas aparecerán como si estuvieran girando en el sentido opuesto. Un "pedazo" del ecuador del μ^+ o ν describirá un tornillo izquierdo en la vista original (a) y un tornillo derecho en la imagen especular (b). La situación que se muestra en (a) se observó por primera vez en 1957 usando los muones producidos en un ciclotrón. El experimento mostrado en (b), que es la imagen especular de (a), nunca ocurre en la naturaleza. Por lo tanto claramente se viola la conservación de la paridad. Los neutrinos siempre aparecen como tornillos izquierdos. La no conservación de la paridad se observó por primera vez en un experimento de desintegración beta realizado por C. S. Wu de la Universidad de Columbia y por un grupo de la Comisión Nacional de Normas en Washington (National Bureau of Standards in Washington). Ahora se sabe que los neutrinos giran siempre como tornillos izquierdos mientras que los antineutrinos lo hacen como tornillos derechos.

Fig. 16-11. (a) Desintegración del π^+. (b) Imagen especular de la desintegración del π^+



Respuesta 7. Sí. Observando las estrellas o el Sol podría apuntar sus dedos en la dirección de la rotación de la Tierra. Entonces si su dedo pulgar apunta al norte, esa es su mano derecha.

Fig. 16-12. (*a*) Se obtiene de la desintegración del π^+ substituyendo las partículas por sus antipartículas. (*b*) Resultado experimental observado.



(a) Conjugación de carga del decaimiento de π^+

(b) Decaimiento π^-: resultado experimental

Pregunta 8. ¿Qué experimento resultante se obtiene si la Fig. 16-11*a*. se refleja en un espejo y después se conguja la carga? (Este es el orden inverso de las operaciones de la Fig. 16-12).

Es difícil creer que el espacio tenga una marcada preferencia por la izquierda sobre la derecha, pero la evidencia es tan simple y clara que cualquiera la aceptaría inmediatamente como una verdad. Así todo lo que necesita hacer el profesor distraído para determinar cuál es su mano izquierda es observar cualquier neutrino o μ^+ que provenga de la desintegración de un π^+. Aquí se tiene un caso claro de una ley de la naturaleza que no es simétrica. Una de las razones para tanta excitación es que ésta es la primera vez que se encuentra una violación a uno de los principios básicos de simetría.

Violación de la simetría de antipartícula

Si en la Fig. 16-11 se conjuga la carga, se obtiene la desintegración que se muestra en la Fig. 16-12*a*. Observe que esto debería hacer izquierdo al antineutrino. Pero ahora se sabe del experimento que el antineutrino es siempre derecho como se muestra en la Fig. 16-12*b*. Esta figura muestra cómo se ve la desintegración del π^- experimentalmente. Entonces, éste es un caso donde el intercambio de partículas por sus correspondientes antipartículas predice resultados que no ocurren en la naturaleza. Esta es una violación clara de la simetría de antipartícula.

Observe que si se refleja en un espejo la desintegración del π^+ (Fig. 16-11*a*) y al mismo tiempo se cambian las partículas por sus antipartículas, se llega a la respuesta correcta para la desintegración del π^- (Fig. 16-12*b*). Entonces se conserva una simetría combinada. No existe forma de decirle a un profesor distraído de una galaxia remota cuál es su mano derecha, ya que no sabemos si su galaxia está hecha de antimateria o no, y no tendríamos forma de distinguir un μ^+ de un μ^- de los suyos. Inversamente, no existe forma de decirle si sus átomos están hechos de electrones o positrones orbitales, a menos que él distinga la derecha de la izquierda. Los físicos teóricos llaman a esta simetría combinada de invariancia CP y todavía se hacen intentos para comprobarla. Hasta el momento de escribir estos párrafos (1960) parece que las interacciones débiles obedecen la invariancia CP. Esta posibilidad de tal simetría combinada es filosóficamente satisfactoria y hace fácil el aceptar la pérdida de la conservación de la paridad y de la simetría de las antipartículas.

Intencionalmente para esta segunda edición no se ha modificado el párrafo anterior, con el objeto de enfatizar lo

que ha ocurrido desde entonces. En 1965, un grupo que trabajaba en el AGS de Brookhaven, haciendo mediciones cuidadosas de los modos de desintegración del K^0, encontró efectivamente una pequeña violación a la invariancia CP. Hasta que se realizó su experimento se creía que la curva de desintegración de los mesones K^0 debería de ser exactamente la misma que la curva de desintegración de los mesones K^0. Ahora los experimentos muestran que estas dos curvas de desintegración deben tener algunas diferencias pequeñas y que en principio debe ser posible distinguir un haz de K^0 de uno de K^0. Así finalmente se tiene un efecto para determinar cuál es la mano derecha. Ahora le podemos decir al profesor de la galaxia remota que construya un AGS, que produzca lo que él piensa que son sus mesones K^0 y que mida su curva de decaimiento. Dependiendo de qué curva obtenga podremos decirle si él y su AGS están o no hechos de antimateria. En el momento presente se hace investigación intensiva para encontrar posibles violaciones de CP en otras reacciones y para probar si existe alguna violación de CP en las interacciones fuertes o electromagnéticas.

16-8 Resumen de las leyes de conservación

Prohibiciones

Las leyes básicas de conservación en la Física son en un sentido más fuertes que otras "leyes". Esto es debido a que cualquier cosa que puede ocurrir, ocurre, a menos que esté prohibida por una ley de conservación. A partir de las leyes de conservación, no podemos decir qué tan frecuentemente ocurrirá alguna cosa; sin embargo las intensidades de las interacciones básicas son una buena guía. Recuérdese que las interacciones eletromagnéticas son aproximadamente 10^{-2} veces tan probables como las interacciones fuertes y las débiles son alrededor de 10^{-14} veces tan probables como las interacciones fuertes. El punto importante es que cualquier reacción o modo de desintegración que se pueda imaginar ocurrirá en la naturaleza siempre que no esté prohibida por ninguna de las siguientes leyes de conservación.

Algunas de las siguientes 13 leyes de conservación están establecidas como principios de simetría. Sin embargo, en la mecánica cuántica es posible siempre encontrar una ley de conservación matemáticamente equivalente y que corresponda a cada uno de los principios de simetría. La repentina y

Respuesta 8. Se termina nuevamente con el decaimiento experimentalmente observado del π^- mostrado en la Fig. 16-12*b*.

reciente pérdida de la conservación de la paridad y la simetría de las antipartículas sirve como una advertencia adicional a los científicos y filósofos de que es posible que algunas otras de las leyes sagradas de conservación en Física no sean ciertas. Por ejemplo, uno no puede probar de manera contundente que la ley de la conservación de la energía sea cierta. Sin embargo, si se encontrara una sola violación clara de esta ley, esto sería una prueba absoluta de que la ley de conservación de la energía, tal como está enunciada ahora, es incorrecta. Con esta advertencia, haremos una lista de nuestra colección final de leyes de conservación. Por razones de integridad figuran también en la lista algunas leyes de conservación que no se trataron en el libro.

1. Conservación de la energía total. Debe incluirse la masa en reposo.
2. Conservación del impulso lineal total.
3. Conservación del impulso angular total.
4. Conservación de la carga.
5. Conservación de los bariones. Los nucleones e hiperones tienen número bariónico $+1$. Sus antipartículas tienen número bariónico -1. Esta ley establece que el número bariónico total no cambia.
6. Conservación de los leptones. Esta ley puede considerarse como la contraparte de la ley anterior para el caso de partículas ligeras. Los leptones ν_e y e^- tienen número leptónico de electrón $+1$ y sus antipartículas tienen número leptónico -1. De acuerdo con esta ley el número leptónico de electrón total debe permanecer sin cambio antes y después de cualquier interacción. Existe una ley correspondiente, pero independiente, para la conservación de leptones de muon.
7. Independencia de carga (también llamada conservación del spin isotópico). Esta ley sólo es válida para las interacciones fuertes. Debido a las interacciones electromagnéticas, sus predicciones sólo tienen una precisión de aproximadamente el 1%. La independencia de carga hace predicciones tales como que la fuerza protón-protón debe ser la misma que la fuerza entre protón-neutrón.
8. Conservación de la extrañeza, (producción asociada de partículas extrañas). Esta ley es válida para todas las interacciones fuertes y electromagnéticas pero no para las débiles. Esta ley es la razón por la cual los hiperones y los mesones K decaen lo suficientemente lento como para que podamos observar sus trazos.

Pregunta 9. ¿Existen algunas leyes de conservación que se apliquen a la interacción débil, pero que sean violadas por la interacción fuerte?

9. Simetría de antipartículas. Esta ley es válida sólo para todas las interacciones fuertes y eletromagnéticas, pero no para las débiles.

10. Conservación de la paridad. Esta ley también es válida solamente para las interacciones fuertes y electromagnéticas pero no para las débiles.

11. Simetría combinada de antipartícula-paridad (invariancia CP). Esta ley establece que si en la imagen especular de un experimento todas las partículas se intercambian por sus antipartículas correspondientes, este nuevo experimento es también válido. Parece que esta ley es válida para las interacciones fuertes y electromagnéticas, pero se ha observado una pequeña violación en la desintegración del mesón K neutro.

12. Invariancia CPT. Simetría combinada de antipartícula-paridad-inversión del tiempo. Esta ley establece que si en la imagen especular de cualquier experimento se intercambian las partículas por sus correspondientes antipartículas y todas las velocidades y rotaciones se invierten, el nuevo experimento así obtenido es válido. Se cree que esta ley es válida para todas las interacciones.

13. Invariancia ante inversión del tiempo. Esta ley establece que si en cualquier experimento se invierten las velocidades y rotaciones de todas las partículas, este nuevo experimento también es válido. Parece ser que esto es válido para interacciones fuertes y electromagnéticas, pero debe ser violada ligeramente por las interacciones débiles, porque CP se viola ligeramente y el CPT no.

16-9 Problemas para el futuro

Sólo el principio

El uso del término "elemental" empieza a sonar ridículo cuando se habla de más de 190 partículas elementales. Sería más razonable pensar en términos de sólo cuatro tipos diferentes de partículas: el fotón, leptones de electrón, leptones de muon y hadrones. Una predicción optimista para el futuro es que puede haber una reducción en el número de partículas elementales verdaderas. El hecho de que todas estas partículas elementales se puedan transformar a voluntad unas en otras (transformaciones consistentes con las leyes de conservación) trae la esperanza de que podría existir un gran campo del cual estas partículas son "estados cuánticos" dife-

Respuesta 9. No.

rentes. Tal gran teoría unificada tendría que predecir las masas de las partículas "elementales" existentes. Con esta teoría reciente de la interacción universal de Fermi permite carga del electrón y todas las demás constantes físicas. Hasta el momento las constantes físicas c, e, h, m_e, m_p etc., son completamente independientes. En general a medida que nos aproximamos a la verdad última debemos poder calcular algunas de estas constantes en términos de las otras. Por ejemplo, ahora se puede calcular la energía de amarre del átomo de hidrógeno a partir de e, h, y m_e. Otro ejemplo es que la teoría reciente de la interacción universal de Fermi permite calcular el tiempo de vida del muon en términos del tiempo de vida del neutrón.

La teoría última no sólo nos debe dar la forma para calcular la carga del electrón (o la intensidad de la interacción electromagnética) sino que también nos debe explicar las interacciones fuertes, débil y gravitacional. La interacción gravitacional es mucho más débil aún que la interacción débil. Han existido intentos fallidos de explicar la gravedad en términos de neutrinos. Tal vez algún día se explique la gravedad en términos de otros fenómenos aparentemente no relacionados. Otros problemas no resueltos son el del origen, el tamaño y la evolución del universo. ¿La materia está siendo creada de la nada? ¿Existen galaxias hechas de antimateria en número igual que las hechas de materia ordinaria?

Nuestra comprensión del mundo físico ha recorrido un largo camino desde los días de Aristóteles cuando todo se explicaba en términos de los cuatro elementos básicos: Fuego, Agua, Aire y Tierra. Ahora tenemos una explicación más elaborada y satisfactoria de la estructura de la materia ordinaria en términos de la electrodinámica cuántica. Sin embargo, estamos apenas rasguñando la superficie en nuestro intento por entender lo que creemos es verdaderamente fundamental, la multitud de partículas elementales y sus interacciones.

Referencias

Ford, K. W. *Elementary Particles,* Blaisdell Publishing Company, Nueva York.

Frisch, D. H. y A. M. Thorndike, *Elementary Particles,* D. Van Nostrand Company, Princeton, New Jersey.

Feynman, R. P. *Lectures on Physics,* Vol. I, cap. 52, Addison Wesley, Reading, Mass.

Swartz, C. E. *The Fundamental Particles,* Addison Wesley, Reading, Mass.

Problemas

1. El hiperón Ξ^- se desintegra como sigue:

$$\Xi^- \rightarrow \pi^- + \Lambda^0$$

a) ¿Cuáles serán los productos de desintegración del antihiperón Ξ^-?

b) ¿Cuál es la carga antihiperón Ξ^-?

2. ¿Cuál es la antipartícula del antineutrón?

3. ¿Cuál es la vida media del antineutrón? ¿Cuáles son los productos de su desintegración?

4. En la desintegración $\pi - \mu\ \pi \rightarrow \mu + \nu_\mu$ ¿es la masa total inmediatamente después de la desintegración menor que antes de la desintegración? (Recuerde que una partícula en movimiento tiene más masa que cuando está en reposo.)

5. Los modos de desintegración siguientes están prohibidos. Escriba las leyes de conservación que se violan en cada uno de estos modos de desintegración.

$\Lambda \rightarrow \pi^+ + \pi^-$
$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$
$\overline{N} \rightarrow e^- + P + \overline{\nu}$
$P \rightarrow N + e^+ + \nu$
$N \rightarrow e^- + e^+ + \nu$

6. ¿Cuál es la carga del Σ^+?

7. Diga si están o no prohibidas cada una de las siguientes reacciones. Si están prohibidas diga qué ley de conservación se viola.

(a) $\Lambda^0 \rightarrow P + \pi^0$
(b) $\overline{P} + P \rightarrow \mu^+ + e^-$
(c) $N \rightarrow P + e^- + \nu_e$
(d) $P \rightarrow N + e^+ + \nu_e$
(e) $\Sigma^+ \rightarrow \Lambda^0 + \pi^+$

8. La desintegración α del U^{238} va seguida de dos desintegraciones beta (e^-) sucesivas. ¿Cuál es la Z y la A de este bisnieto del U^{238}?

9. Un núcleo de Pu^{239} ($Z = 94$), emite una α. El núcleo hijo decae en un núcleo nieto por emisión beta (e^-) el cual a su vez decae de igual manera (e^-). Se bombardea con neutrones a este núcleo bisnieto y absorbe 4 de ellos. ¿Cuál es la Z y la A del producto final?

10. De las cuatro clases de neutrinos (ν_e, $\overline{\nu}_e$, ν_μ, $\overline{\nu}_\mu$) ¿cuál de ellos da lugar a las reacciones?

(a) $(?) + P \rightarrow N + e^+$
(b) $(?) + N \rightarrow P + \mu^-$
(c) $(?) + N \rightarrow P + e^-$

11. Suponga que ninguno de los productos de aniquilación de la Fig. 16-4 tiene interacciones posteriores, pero que todos ellos se desintegran. Suponga que los piones cargados se desintegran en muones y que éstos también se desintegran. Los productos finales serán e^-, e^+, ν, $\overline{\nu}$ y fotones. ¿Cuántos de cada uno de ellos habrá?

12. La imagen de un tornillo derecho se proyecta sobre una pantalla de vidrio despulido y aparece como un tornillo derecho. Cuando se ve la pantalla por el otro lado, ¿la imagen es un tornillo derecho o izquierdo?

13. Un antiprotón llega al reposo y se aniquila con un protón. Como consecuencia se producen tres piones de igual energía. ¿Cuál es la energía cinética, en Mev. de cada pión?

14. Un "átomo" con un electrón ligado a un positrón puede existir por un tiempo corto ($\sim 10^{-6}$ seg) antes de su eventual aniquilación. A tal sistema atómico se le llama positronio. ¿Cuál es el conjugado, con respecto a la carga del positronio?

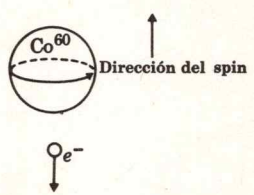
15. Se atornilla un tornillo derecho en un agujero con cuerda. Visto desde el agujero, ¿aparece el tornillo derecho o izquierdo?

16. Suponga que en la Fig. 16-11*a* el espejo está vertical y al lado derecho en vez de horizontal y abajo. Haga un esquema de la imagen en este espejo. ¿Es derecho o izquierdo el μ^+?

17. Cuando un μ^- es capturado por un protón, ambos pueden convertirse en un neutrón más otra partícula, debido a la interacción universal de Fermi. ¿Cuál es la otra partícula? (Se debe satisfacer la conservación de leptones.)

18. Haga un esquema de la manera como se vería la reacción $K^- + P \rightarrow \Sigma^- + \pi^+$ en una cámara de burbujas. Suponga que el K^- llega al reposo y que el Σ^- se desintegra durante su viaje.

Probl. 19



19. Cuando núcleos de Co 60 se alinean con sus spines apuntando hacia arriba se observan más rayos beta hacia abajo que hacia arriba. Dibuje la imagen especular de este fenómeno.

a) Cuando el espejo están horizontal ¿cuál es la dirección del spin del Co^{60} reflejado? Use la misma convención para la dirección del spin que la que se muestra en la figura.

b) ¿Cuál es la dirección del spin del Co^{60} reflejado cuando el espejo está vertical?

c) En cada una de las imágenes especulares anteriores diga si la desintegración del electrón es paralela o antiparalela a la dirección del spin.

20. Experimentalmente cuando los muones positivos izquierdos llegan al reposo, sus positrones de la desintegración salen predominantemente en la dirección opuesta y ν y $\bar{\nu}$ en la dirección del movimiento. ¿El positrón es derecho o izquierdo?

21. En la desintegración $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$ la energía del neutrino cP más la energía cinética del muon ($P^2/2M_\mu$) debe ser suministrada por la diferencia de masas. Calcule P y la energía cinética del muon en Mev.

22. ¿Cuál es la energía máxima del electrón en la desintegración $\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$? Suponga que el electrón es tan relativista que su impulso es $P = E/c$.

Tablas

Tabla I. Conversiones útiles

1 pulgada	= 2.54 cm.
1 milla	= 1.61 km ó 5280 pies
1 m	= 39.37 pulgadas
1 milla/h	= 44.7 cm/seg
60 millas/h	= 88 pies/seg
1 kg	= 2.204 libras
1 newton	= 10^5 dinas
1 joule	= 10^7 ergs
1 cal	= 4.18 joules
1 coulomb	= 3×10^9 statcoulombs
1 statvolt	= 300 volts
1 ev	= 1.6×10^{-12} ergs
1 Mev	= 1.6×10^{-6} ergs
1 Angstrom	= 10^{-8} cm

Tabla II. Algunas constantes físicas

c = 3×10^{10} cm/seg velocidad de la luz
e = 4.8×10^{-10} statcoulomb. Carga del electrón
g = 980 cm/seg^2 aceleración debida a la gravedad en la superficie de la Tierra
G = 6.67×10^{-8} cm^3/gr-seg^2 constante gravitacional
h = 6.62×10^{-27} ergs-seg Constante de Planck
k = 1.38×10^{-16} ergs/°C constante de Boltzmann
m = 9.11×10^{-28} gr masa del electrón
M_P = 1.67×10^{-24} gr masa del protón $M_P/m = 1837$
mc^2 = 0.51 Mev energía en reposo del electrón
M_Pc^2 = 938 Mev energía en reposo del protón

Para otras masas ver Fig. 16-8

N_0 = 6.02×10^{23} número de Avogadro
P_0 = 1.01×10^6 dinas/cm^2 presión atmosférica
T = 0°K = −273°C cero absoluto

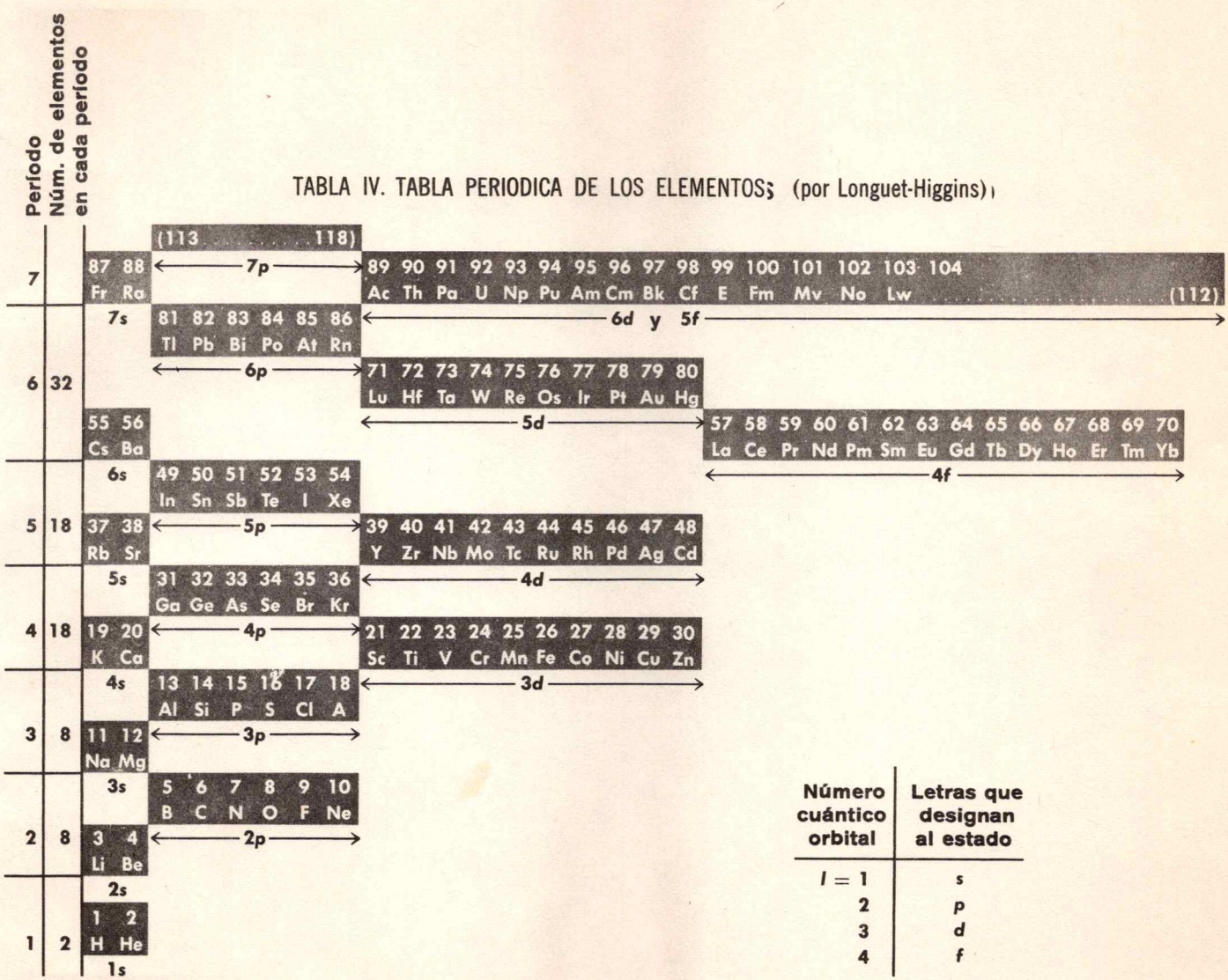
Distancia de la Tierra a la Luna = 384,000 km
Diámetro de la Tierra = 12,670 km
Distancia de la Tierra al Sol = 149 millones de kilómetros

TABLA III LOS ELEMENTOS

Elemento	Símbolo	Número Atómico	Masa Atómica Promedio
Actinio	Ac	89	227
Aluminio	Al	13	26.99
Americio	Am	95	[243]
Antimonio	Sb	51	121.79
Argón	Ar	18	39.955
Arsénico	As	33	74.93
Astatino	At	85	210
Azufre	S	16	32.075
Bario	Ba	56	137.40
Berkelio	Bk	97	[249]
Berilio	Be	4	9.015
Bismuto	Bi	83	209.06
Boro	B	5	10.82
Bromo	Br	35	79.938
Cadmio	Cd	48	112.44
Calcio	Ca	20	40 09
Californio	Cf	98	[249]
Carbono	C	6	12.014
Cerio	Ce	58	140.17
Cesio	Cs	55	132.95
Cinc	Zn	30	65.40
Cloro	Cl	17	35.467
Criptón	Kr	36	83.82
Cromo	Cr	24	52.02
Cobalto	Co	27	58.96
Cobre	Cu	29	63.56
Curio	Cm	96	[245]
Disprosio	Dy	66	162.55
Einsteinio	Es	99	[255]
Erbio	Er	68	167.32
Escandio	Sc	21	44.97
Estaño	Sn	50	118.73
Estroncio	Sr	38	87.65
Europio	Eu	63	152.0
Fermio	Fm	100	[255]
Flúor	F	9	19.01
Fósforo	P	15	30.983
Francio	Fr	87	223
Gadolinio	Gd	64	157.30
Galio	Ga	31	69.74
Germanio	Ge	32	72.62
Hafnio	Hf	72	178.55
Helio	He	2	4.004
Hierro	Fe	26	55.87
Holmio	Ho	67	164.98
Hidrógeno	H	1	1.0083
Indio	In	49	114.85
Iridio	Ir	77	192.2
Iterbio	Yb	70	173.09
Itrio	Y	39	88.94
Lantano	La	57	138.96
Lawrencio	Lw	103	

Elemento	Símbolo	Número Atómico	Masa Atómica Promedio
Litio	Li	3	6.942
Lutecio	Lu	71	175.04
Magnesio	Mg	12	24.33
Manganeso	Mn	25	54.95
Mendelevio	Mv	101	[256]
Mercurio	Hg	80	200.66
Molibdeno	Mo	42	95.98
Neodimio	Nd	60	144.31
Neón	Ne	10	20.188
Neptunio	Np	93	[237]
Níquel	Ni	28	58.73
Niobio	Nb	41	92.94
Nitrógeno	N	7	14.012
Nobelio	No	102	[253]
Oro	Au	79	197.1
Osmio	Os	76	190.3
Oxígeno	O	8	16.0044
Paladio	Pd	46	106.4
Plata	Ag	47	107.909
Platino	Pt	78	195.14
Plomo	Pb	82	207.27
Plutonio	Pu	94	[242]
Polonio	Po	84	210
Potasio	K	19	39.111
Praseodimio	Pr	59	140.96
Prometio	Pm	61	[145]
Protactinio	Pa	91	231
Radio	Ra	88	226.11
Radón	Rn	86	222
Renio	Re	75	186.27
Rodio	Rh	45	102.94
Rubidio	Rb	37	85.50
Rutenio	Ru	44	101.7
Samario	Sm	62	150 39
Selenio	Se	34	78.98
Silicio	Si	14	28.10
Sodio	Na	11	22.997
Talio	Tl	81	204.45
Tántalo	Ta	73	181.00
Tecnecio	Tc	43	[99]
Teluro	Te	52	127.64
Terbio	Tb	65	158.97
Titanio	Ti	22	47.91
Torio	Th	90	232.11
Tulio	Tm	69	168.99
Tungsteno	W	74	183.91
Uranio	U	92	238.13
Vanadio	V	23	50.96
Yodo	I	53	126.94
Xenón	Xe	54	131.34
Zirconio	Zr	40	91.24

TABLA IV. TABLA PERIODICA DE LOS ELEMENTOS; (por Longuet-Higgins)



Número cuántico orbital	Letras que designan al estado
$l = 1$	*s*
2	*p*
3	*d*
4	*f*

Respuestas a los problemas pares

Capítulo 1

2. $\dfrac{AB}{A+B}$

4. 1.67×10^{6}

6. $\dfrac{1+a}{1-a}$

8. 2×10^{-11}, 5×10^{-10}.

10. 6.65×10^{-24} gr.

12. $v^2/2s$

14. 1.66×10^{-24} gr.

16. x, 1.

18. $v = c\sqrt{1 - \left(\dfrac{M_0}{M}\right)^2}$

20. $(-W_0 + U_0)$, $+5$.

22. 1.293, 4 cifras significativas

24. 1.75 m

26. $y = \dfrac{v_y}{v_x}x - \dfrac{g}{2v_x^2}x^2$

28. $x = \dfrac{x' - \beta ct'}{\sqrt{1-\beta^2}}$ y $et = \dfrac{ct' - \beta x'}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Capítulo 2

2. $\bar{v} = \dfrac{0+v}{2}$

$\left(\dfrac{s}{t}\right) = \dfrac{v}{2}$

$v = \dfrac{2s}{t}$

4. $\bar{v} = \dfrac{v_0 + v}{2}$

$\left(\dfrac{s}{t}\right) = \dfrac{v_0 + v}{2}$

$v = \dfrac{2s}{t} - v_0$

6. (*a*) $\bar{v} = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$, (*b*) $\bar{a} = \dfrac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

8. En su punto más alto

10. 9.8 m/seg, 4.9 m

12. 204 seg.

14. **B − A, X − Y**

16. 3150 m/seg, 330 seg.

18. 14.2 m?

20. 128 seg, 2509 m/seg.

22. $a = 128.6$ m/seg^2 $= 13.1$ g.

24. (a) 4h, (b) 4.27h, (c) 4.13h

26. 2.15×10^8 m/seg después de un año y 2.985×10^8 m/seg ($v/c = 0.995$) después de 10 años.

28. Tiene una aceleración igual con g, que es aproximadamente 60^2 veces mayor que la respuesta del problema anterior.

30. (c) 20 m/seg, (d) 20 m.

32. 50.4°

34. 1/6

Capítulo 3

2. Saque cualquier objeto de su bolsa y aviéntelo.

4. gr/cm^2

6. La tercera ley de Newton sólo requiere que la fuerza del arado sobre la tierra sea igual a la fuerza de la tierra sobre el arado. La fuerza que jala al arado puede ser diferente de esta última.

8. (a) 5.86 newtons, (b) 7.07 newtons, 4.71 newtons.

10. (a) cero, (b) $F/3$, (c) $F/3M$, (d) $2/3\ F$.

12. 2.36×10^8 cm/seg, 7.51×10^{15} revoluciones/seg.

14. $a = 333$ cm/seg. La tensión de la cuerda entre los carros es de 3.33×10^3 dinas. La tensión en la cuerda jalada por el niño es de 1.41×10^4 dinas. La fuerza del piso sobre el carro de 20 gr es de 1.96×10^4 dinas.

16. 19600 dinas, 29400 dinas, 14700 dinas.

18. 28.2 π/seg

20. $T_1 = 2.4$ newton, $T_2 = 2$ newton, $T_3 = 1.2$ newton. La cuerda interior se romperá primero.

22. Cuando $F = 200$ newton, F neta $= 100$ newton en la dirección horizontal. Cuando $F = 800$ newton, F neta $=$ 500 newton.

24. (a) ($T_1 - M_1g$), ($M_3g - T_2$), (b) cero, $T_1 = M_1g$, (c) $T_1 = M_3g$), (d) $a = \dfrac{M_3 - M_1}{M_1 + M_2 + M_3}\, g$

Capítulo 4

2. No. No. Sí.

4. (a) Aumenta, (b) aumenta, (c) se mantiene el mismo.

6. El mismo que ahora.

8. 881 newton, 588 newton. cero

10. 1765 newtons.

12. 9.9%

14. (a) 468 min, (b) 1/9 g, (c) 1/3600 g.

16. 37920 km. de la Luna.

18. La aceleración de la gravedad a una altura de 160 km es 0.952 g.

20. Vea página 100.

22. (a) $G\dfrac{M_T m}{(R_T + h)^2}$, ($b$) $\dfrac{mv^2}{R_T + h}$, (c) lo mismo que (a) o (b)

(d) $v = \sqrt{\dfrac{GM_T}{R_T + h}}$, ($e$) aumenta

24. Fuerza de la Tierra $= 272$ dinas.
Fuerza del Sol $= 599$ dinas.

Capítulo 5

2. Conservación de partículas pesadas

4. A la tierra

6. 66.7 cm.

8. 1.8 kg cm^2/seg^2

10. $V_{máx} = 6.26$ m/seg,
$a_{máx} = 4g$.

12. (a) 4.9×10^5 ergs. (b) 7.0×10^{15} ergs. (c) 200 cm/seg.

14. (a) $\sqrt{\dfrac{gR}{2}}$, (b) $\dfrac{R}{4}$

16. 408 newtons.

18. Se perdieron 6.23×10^5 ergs de E_C que se convirtieron en calentamiento de la bala y de la madera.

20. E_C inicial $= 284$ joules. E_C final $= 10220$ joules. El estudiante realizó trabajo al llevar las mancuernas hacia su pecho. La E_C del sistema aumentó por esta cantidad de trabajo.

22. (a) 500 newtons, (b) 0.5 m/seg^2. (c) 196 m.

24. 1.99 m.

26. El otro producto de la fisión es Rb^{95} (37 protones y 58 neutrones).

28. (a) Mgh, (b) $\sqrt{gh}$, (c) $\dfrac{gh}{2l}$

Capítulo 6

2. (a) 546°C, (b) 3.12×10^5 cm/seg.

4. 39 gr.

6. No.

8. (a) 0.4 newtons. (b) 0.4 cm.

10. (a) 3 gr/cm^3. (b) 3.06×10^4 cm^3.

12. 0.1 cm.

14. Helio.

16. (a) 2×10^5 newton/m^2. (b) 6.7×10^4 newtons.

18. (*a*) 2.18×10^6 dinas/cm^2, (*b*) 12 metros.
20. 3.54×10^3 moléculas/cm^3.
22. $N = PV/KT$, $D = Pm/KT$.
24. 600°K ó 327°C
26. (*a*) Uno (*b*) $\frac{T2}{T1} = \frac{1}{2}$

Capítulo 7

2. (*a*) −36 dinas. (*b*) 200π.
4. (*b*) 20π.
6. 50 dinas.
8. (*a*) + 56.6 statvolt. (*b*) cero, (*c*) cero
10. (*a*) 1.6×10^{-6} ergs. (*b*) positiva. (*c*) 1.44×10^{-13} cm.
12. Negativa, positiva.
14. (*a*) 1.02×10^7 dinas (*b*) 1.535×10^{-6} ergs.
16. 1.24×10^{36}.
18. 40 statvolts .
20. 1.6×10^{-6} ergs.
22. (*a*) -1.29×10^8 statcoulomb. (*b*) 2.58×10^8 dinas/statcoulomb.
24. (*a*) 3 erg. (*b*) cero. (*c*) −4 ergs. (*d*) −1 erg.
28. (*a*) 1/8 *Mo*. (*b*) 1/2 *g*. (*c*) 1/2 *g*.
30. $C = C' + C''$
32. (*a*) $\frac{2(\rho_1 + \rho_2)}{r}$. (*b*) $\frac{2\rho_1}{r}$.
34. $V = \frac{QL}{(r^2 - L^2/4)}$.
36. (*a*) $-\frac{Ze^2}{R^2}$. (*b*) $A_c = \frac{4\pi}{T^2} R$. (*c*) $T = 2\pi \sqrt{\frac{mR^3}{Ze^2}}$.

Capítulo 8

2. (*a*) cero. (*b*) 0.2 gauss
4. fem $= 10^{-8} \frac{\Delta N_B}{\Delta t}$.
6. 0.3π statvolts.
8. 0.6 gauss.
10. (*a*) Parábola, (*b*) hacia arriba, $\frac{eE}{m}$, (*c*) $t =$
(*c*) $t = \sqrt{\frac{2m(d-h)}{eE}}$
12. (*a*) 0.4 gauss, (*b*) cero
14. (*a*) $\frac{2I}{er}$, (*b*) cero
16. (*a*) $\frac{1}{240}$ de segundo. (*b*) 0.8 statvolts. (*c*) 0.08 statvolts
18. (*a*) 5.35×10^{-26} gr. (*b*) 59 veces la masa en reposo.
20. 43.2 m.
22. (*a*) 7.95×10^7 statampere/cm. (*b*) 1.67×10^{-2} gauss.

Capítulo 9

2. El foco luminoso
4. 222 m, 19600
6. 18,6000 volts.
8. 216.
10. $\frac{R}{3}$
12. (*a*) 3 volts. (*b*) 6 volts.
14. Será una onda sinusoidal con las mitades negativas cortadas.
16. $x = \frac{R_2 R_3}{R_1}$
18. (*a*) 240 cm. (*b*) 13,900 gauss.
20. $M = \frac{eBD}{2vc}$

Capítulo 10

2. (*a*) 6, (*b*) 2 1/2, (*c*) 1/3 vibraciones por segundo
4. Media longitud de onda.
8. 1048 ciclos/seg.
10. En ningún momento.
12. (*a*) $(D_1 - D_2) = (N + \frac{1}{4})\lambda$. (*b*) $(D_1 - D_2) = (N + \frac{3}{4})\lambda$
14. 4600A.
16. $(D_1 - D_2) = N\lambda$.
18. $(D_1 - D_2) = \frac{N\lambda}{2}$ para máximos; $(D_1 - D_2) = \frac{1}{2}(N + \frac{1}{2})$ para mínimos.
20. (*b*) Sí, (*c*) Sí.
22. En el mismo sitio.
24. La imagen será derecha y mayor que el objeto.
26. sen $\theta = \frac{\lambda}{d}$
28. 30 cm.
30. (*a*) $d \cos\theta$. (*b*) $d \cos\theta = N\lambda$

Capítulo 11

2. Continuamente se está formando materia nueva para reemplazar a la que se está alejando.

4. Alejarse.

6. Más lento.

8. 35 microgramos.

10. (*a*) 117 Mev. (*b*) 147 Mev.

12. Tres a uno.

14. 0.75 *c*.

16. 1.25.

18. (*a*) 825 Mev, (*b*) 8.81×10^{-25} gr, (*c*) $v = 0.8\ c$, (*d*) 1.67, (*e*) 1.67×10^{-8} seg.

20. 0.235 del corrimiento de una franja.

22. (*a*) 625 cm, (*b*) *B* disparó antes que *A*, (*c*) 400 cm.

24. (*a*) $f' = \dfrac{1 - (v/c)}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} f$ (*b*) $f' = \dfrac{1 + (v/c)}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} f$

Capítulo 12

2. 0.0124A.

4. hf.

6. 3×10^{-10} kg m/seg, 2.21×10^{-24} m.

8. El electrón.

10. $\lambda_0 = 2880$A.

12. 5.16 fotones/seg.

14. (*a*) 16.7 cuentas/seg. (*b*) 26.7 cuentas/seg.

16. 1.47 A.

18. (*a*) 1.06×10^{-15} gr cm/seg. (*b*) 6.15×10^{-6} ergs ó 3.84ev. (*c*) 5×10^{-8} cm. (*d*) 1.32×10^{-19} gr. cm/seg. (*e*) 6.25×10^{-11} m.

20. (*a*) $hf = \mathrm{Mv} - \dfrac{hf'}{c}$, (*b*) $hf = {}^{1}\ mv^2 + hf'$.

Capítulo 13

2. 2.65×10^{-11} m.

4. 2×10^{-10} m, 10^{-10} m, $\frac{2}{3} \times 10^{-10}$ m.

6. (*a*) 13.6 ev. (*b*) −27.2 ev.

8. 10.

10. 14.

12. 0.82 ev.

14. $hf = 13.6\left(1 - \dfrac{1}{N^2}\right)$. Las longitudes de onda son aquellas que corresponden a la serie de Lyman.

16. (*a*) 54.4 ev. (*b*) 24.6 ev.

18. (*a*) −9 ev. (*b*) 1 ev, 2 ev, 3 ev.

20. (*a*) $-\dfrac{qQ}{r^2}$. (*b*) $U = -\mathrm{mv}^2$. (*c*) $-\frac{1}{2}\,\mathrm{mv}^2$. (*d*) $Rmv = \dfrac{Nh}{2\pi}$

(*e*) $R = \dfrac{N^2h^2}{4\pi^2 qQm}$. (*f*) $N = -\dfrac{2\pi^2 mq^2Q^2}{h^2N^2}$.

22. (*a*) 2.82×10^3 ev. (*b*) 2.57×10^{-13} m. (*c*) 2.11×10^3 ev.

24. (*a*) −3.2 ev. (*b*) 1.2, 1.8, 2.2, 6.1 y 0.4 ev.

26. (*a*) $\dfrac{mv^2}{R}$. (*b*) $\frac{1}{2}\,G\,\dfrac{Mm}{R}$. (*c*) $-G\,\dfrac{Mm}{R}$. (*d*) $-\frac{1}{2}\,G\dfrac{Mm}{R}$.

(*e*) $Rmv = N\dfrac{h}{2\pi}$. (*f*) $R = \dfrac{h^2}{4\pi^2 m^2 GM} = 1.2 \times 10^{31}$ cm.

Capítulo 14

2. Disminuye.

4. 40 min.

6. 2.62×10^{22} electrones de conducción por gramo de sodio 3.3×10^{-16} electrones de conducción por gramo para la muestra de germanio.

8. 5 ev.

10. 10.3×10^4 calorías.

12. 5.12×10^{-13} m.

14. (*a*) 3 volts. (*b*) negativo.

16. $U_0 = 7.95$ ev.

18. (*a*) $P_x = N_x\dfrac{h}{2L}$, $P_y = N_y\dfrac{h}{2L}$, $P_z = N_z\dfrac{h}{2L}$.

(*b*) $E_C = \dfrac{h^2}{8mL^2}(N_x^2 + N_y^2 + N_z^2)$.

20. (*a*) $P_x = \dfrac{N_x h}{2L_x}$, $P_y = \dfrac{N_y h}{2L_y}$, $P_z = \dfrac{N_z h}{2L_z}$.

(*b*) $E_C = \dfrac{h^2}{8m}\left(\dfrac{N_x^2}{L_x^2} + \dfrac{N_y^2}{L_y^2} + \dfrac{N_z^2}{L_z^2}\right)$

Capítulo 15

2. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$

4. 1 min.

6. $\left(1 - \dfrac{1}{e}\right) = 63.2\%$, $\left(1 - \dfrac{1}{e^2}\right) = 86.5\%$

8. 707.

10. 25.44 km.

12. (*a*) 190/128 Mev (*b*) 16 Mev.

14. 1.93×10^8.

16. (*a*) 32 Mev. (*b*) 2 Mev. (*c*) −40 Mev. (*d*) 8 Mev. (*e*) 10^{-6} seg. (*f*) 7 Mev. (*g*) Mayor. (*h*) 8 Mev.

Capítulo 16

2. El neutrón.
4. No.
6. Negativa.
8. U^{234} $(Z = 92,\ A = 234)$
10. (a) $\bar{\nu}_e$, $(b)\nu_\mu$, (c) ν_e.
12. Izquierdo.
14. También será positronio.
16. Derecho.
20. El positrón es derecho.
22. 53 Mev.

Indice

"A"

Aceleración, 43, 46, 52, 308-311
  centrípeta, 59, 61, 64, 92, 101
  debida a la gravedad, 48, 61, 93
  instantánea, 46
  máquina de Atwood, 83
  plano inclinado, 82, 83
Acelerador de Electrones de Cambridge, 300
Aceleradores, 248-255
Aceptador o receptor, 392, 393
Afinidad electrónica, 369
Agujero electrónico, 392
Alambre cargado, 188
Alcance de la fuerza nuclear, 459-460
Alvares, L., W., 161
Ampère, 204
Amperímetro, 224
Amplificador, 246, 247
Análisis dimensional, 25
Aniquilación, 452, 454
Antena, 260
Antimateria, 452-456
Antiprotón, 452-456
Aristóteles, 71, 475
Atomo de hidrógeno, 106, 176, 191-192, 346-362
Atomos, 146, 147
Ausencia de peso, 101-102, 108

"B"

Balmer, J., 358
Banda de conducción, 391
Bariones, 459-467
Barómetro, 144-145
Barrera cuántica, 397-401
Batería solar, 395
Berilio, 368
Bevatrón, 253, 306, 453
Bohr, N., 362
  átomos de, 361-362, 364-365
  modelo de, 170, 176, 198, 205, 358-362
Boltzman constante de, 152
Bomba atómica, 431-432
Bomba H, 314, 433
Bombeo óptico, 397
Brookhaven, AGS, 423, 457, 472

"C"

Caída de cuerpos, 48-49
Calor, 157-159
Caloría, 157
Calor específico, 157-159
Calor latente, 160
Cámara de burbuja, 161
Cambios de estado, 159-160
Campo eléctrico, 178-188, 260-261
  magnético, 210-225
Carbono 14, 451
Carbono, 383-385
Carga, 171-178
  efectiva, 366
  eléctrica, 171-178
Capas atómicas, 362-363, 365
Capacitancia, 194-195
Centro de masas, 116-118
CERN, 253
Cero absoluto, 152
Ciclotrón, 249
Ciencia, implicaciones sociales de la, 36
Cilindro cargado, 186
Cinemática, 42
Círculo de referencia, 86-87
Cloruro de sodio, 385-386
Compuestos inorgánicos, 382
Condensador, 187-188, 194-195
Conducción eléctrica, 204-205
Conductor, 186
Conductividad, 389-390
Conjugación de carga, 456
Conservación de carga, 173
  de energía, 123-125
  de impulso, 72-78
  de leptones, 456-458
  de paridad, 468-471
  partículas pesadas, 135-136
Constante del resorte, 126
Contracción de Fitzgerald-Lorentz, 291
Copérnico, 95
Coraza del protón, 423
Corriente, 204-206
  de Ampère, 225
  de desplazamiento, 230, 234-235
Corrimiento doppler, 314
Corrimiento hacia el rojo, 308, 314
Corto circuito, 244
Cosmología, 71, 311-315
Coulomb, 240
  fuerza de, 440
  ley de, 171, 174-177, 197, 207-208
Cristales, 385
Cuantos virtuales, 459-460
Cuerda, tensión de, 83
  vibrante, 263-267
Cuerpos rígidos, 117-120
Curvatura, 375

"D"

Davisson y Germer, 334-335
DeBroglie, Louis, 329-330
Decaimiento alfa, 399-401, 411, 414
  beta, 305, 447-451
  del mesón K, 469, 471-472
  del neutrón, 299, 305
  exponencial, 315-317
  radiactivo, 399-413-418
Demócrito, 146
Densidad, 142-145
  de carga electrónica, 383
Detector, 246
Determinismo, 388
Derivada, 43
Deuterio, 432-434
Deuterón, 425-426
Dieléctrico, 188
Difracción de electrones, 23, 328-334
  por cristales, 334
  por dispersión, 422-423
Dilatación del tiempo, 294-298
Dinámica, 70
Diodo, 246, 392
Dipolo eléctrico, 179
Dispersión de electrones, 349, 440-441
  de partículas alfa, 322-324
  de protones, 73, 423
  elástica, 73-74, 78
Distribución de carga del núcleo, 440
Dominios magnéticos, 226
Donador, 392-393
Dualidad onda-partícula, 328-331

"E"

Ebullición, 160-161
Ecuación de Schrödinger, 347, 374-375, 398
Ecuaciones simultáneas, 31
Efecto fotoeléctrico, 325-327
Efecto Mossbauer, 296, 308
Efectos biológicos de la radiación, 418, 420-421
Einstein, Albert, 22, 47, 107, 287, 292, 303, 307, 326, 418-419
Einstein, suma de velocidades, de, 22-23, 298-300
Electrificación, 172
Electrodinámica clásica, 174
  cuántica, 174
Electrólisis, 216
Electrones de conducción, 204-206, 241-242, 387
  libres, 387
  periféricos, 371
Electrón, 170-173
Electrón volt, 247-248
Electroscopio, 195
Electrostática, 170-202
Elementos, 146
  de corriente, 206-207
Elevador, 103-105
Elipse, 63-95
Emisión de fotones, 345-346
  espontánea, 396
  estimulada, 396
  gamma, 411-413, 416
Energía, 120-136
  calorífica, 125, 131-134
  cinética, 121-122, 304-305
    de electrones en un metal, 388
  de amarre, 191-192, 347-349, 366
    del deuterón, 425-426
    nuclear, 409, 410
  de formación, 382
  gravitacional, 122, 127-131
  niveles de, 345-349
  potencial, 122-134
  relativista, 303, 306
  de Fermi, 401-402
  del punto cero, 152-345
  de reposo, 303-306
  estelar, 433-434
  potencial eléctrica, 188-194
  potencial gravitacional, 127-129
  térmica, 388
  termonuclear, 433
  vibracional, 158
Entropía, 164
Equilibrio, 119
  térmico, 153
Equipartición de la energía, 158

Equivalente mecánico del calor, 131, 157
Erg, 120
Escala centígrada, 152
Fahrenheit, 152
Kelvin, 152
Esfera cargada, 183-186
Espacio, 292
Espectro, 262, 275
atómico, 275, 346
del hidrógeno, 355-357
electromagnético, 261-263
Espectrógrafo, 275
Espectros similares al de hidrógeno, 361-362
Espejos, 276-278
Estadística, 162
"Estado estacionario", teoría cosmológica, 314
Estática, 118-120
Estructura atómica, 170
de capa de los átomos, 371
de la materia, 382-402
Eter, 248-292
Experimento con doble rendija, 328-329
Explorador, 21, 62
Explosión, 73
Experimento de Cavendish, 94
Exponentes, 28-32
Extrañeza, 464

"F"

Faraday, Michael, 228
Fermi, Enrico, 417-419, 431, 434-435, 448-449, 465
Ferromagnetismo, 226
Feynman, R., 448
Figuras significativas, 32-33
Física clásica, 324
del estado sólido, 385
de partículas, 446-475
Fisión, 409-411, 417-418, 430-431
Fluctuaciones, 161-162
Flujo, eléctrico, 183
magnético, 220
Foco, 276-280
Fórmula para lentes delgadas, 279-280
Fotoconductividad, 394
Franklin, Benjamín, 172
Frecuencia, 87-88, 261
Fricción, 131
Fuerza, 70-71, 78-84, 92
centrífuga, 60, 101-102
conservativa, 123, 125
de contacto, 80-82
electromagnética, 80, 92, 210-211
electromotriz, 226-227
electrostática, 171
gravitacional, 127-128, 171
magnética, 197, 204, 207-217
Función de onda, 331, 344
de trabajo, 327, 388
Funciones de onda del hidrógeno, 350
Fusión, 409-410, 432-433

"G"

Galileo, G., 46, 53, 57, 71, 86, 95, 286-287
Gas de Fermi, 387
Gases, 147, 149-160
Gauss, 211
Generador, eléctrico, 226-227
Van de Graaff, 178
Geometría, 34-35
Germanio, 391-392
Glaser, D. A., 161
Grados de libertad, 158
Gravedad, 306-307
Gravitación, 92-109
Gravitacional, aceleración, 40, 61

"H"

Hadrones, 458-467
Helio, 366
líquido, 395-396
Hertz, H., 231
(unidad), 261
Hibridización, 384-385
Hidrostática, 143-145
Hiperones, 462-465

"I"

ICBM, 57-59
Imagen, 277-280
formada por un espejo, 468
Impulso, 72-78, 301-302
angular, 114-118
angular de electrones atómicos, 349-350, 359
angular orbital, 349-350
Independencia de carga, 473
Indice de refracción, 278
Inducción electromagnética, 204
Inducción electrostática, 177-178
Instantánea, aceleración, 46
Intensidad, 273
Interacción, debil, 433, 447-451, 456-457
electromagnética, 170
spin-órbita, 429
universal de Fermi, 449, 475
Interacciones fuertes, 424, 458-467
Interferencia con doble rendija, 270-273
Interferencia de ondas, 263-275
Interferómetro, 290-291
Interpretación de gráficas, 35-36
Invariancia CP, 471
Inversión en el tiempo, 164,165
Ionización, energía de, 366
potencial de, 366-368

"J"

Joule, 120
Júpiter, 100

"K"

Kepler, leyes de, 95-101

"L"

Laboratorio Nacional de Brookhaven, 161, 253,254
Lasers, 396, 397
Lawrence, E. O., 250
laboratorio de Radiaciones, 161
Lee y Yang, 469-470
Lentes, 276-280
Leptones, 456-458
Ley cero de la termodinámica, 153-154
Ley de Ampère, 217-221
de Avogadro, 147-148
de Boyle, 147-148
de Dulong y Petit, 160

de Faraday, 226-230
de Gauss, 182
de Hooke, 85, 126
de gravitación, 93
de la reflexión, 276-277
de las áreas iguales, 101
de Snell, 278
de los gases ideales, 147, 149-153
Leyes de conservación, 114, 173, 472-473
Libra, 102
Libre albedrío, 338
Ligadura covalente, 383
Líneas de fuerza, 179-187
Líquidos, 159
Litio, 170, 367, 386-387
Longitud, 25
Longitud de onda, 260-261
del fotón, 326
Lorentz, H. A., 292
contracción de, 206, 291-294
transformación de, 292-293, 315-317
Los Alamos, 450
Luz, 170, 197, 204, 230, 234, 262, 270-280
masa de la 306-307
velocidad de la, 46, 176-177
relojes de, 294-295

"M"

Mach, E., 309
principio de, 309-311
Magnetismo, 222-226
Magnetostática, 224
Máquina de Atwood, 83
Marte, 95, 97-98
Masa, 27, 70-76, 102, 309-311
definición, 74
en reposo, 75, 135-136, 303-306
gravitacional, 106-109
inercial, 70-71, 74, 106-107
relativista, 74-75, 301-306
Masa-energía, 134-136
Maxwell, C., 233, 278
ecuaciones de, 229-231, 287
Mecánica cuántica, 171, 322-339
estadística, 161
relativista, 301-306
Mercurio, 308
Megaciclo, 261
Mesones, 459-467
Mesón K, 459, 461-464
Metales, 386-391
Metano, 383-384
Michelson y Morley, 288, 290
Microscopio, 277
microondas, 262, 268
Microscopio de campo iónico, 147-148
Modelo de capas del núcleo, 429-430
Mole, 155-156
ligadura molecular, 382-385
Moléculas, 146-147
de hidrógeno, 87-88, 383
de proteínas, 385
diatómicas, 158
orgánicas, 383
Motor aléctrico, 224
Movimiento armónico simple (M.A.S.) 84-88, 126, 158, 273
circular, 59, 249
compuesto, 52-53
continuo de segunda clase, 163
de proyectiles, 52-53, 56-59
Muller, E. W., 147-148
Muón, 456-458, 461
Mutaciones, 421

"N"

Naturaleza ondulatoria de las partículas, 328-329
Navaja de, Ockham, 28
Nebulosa de Andrómeda, 312, 313
de Cáncer, 435-436
Neutrino, 299, 448-451
Neutrón, 106, 135-136, 416-417, 427, 439, 447-448
Newton, Isaac, 28, 62, 78-79, 92-93, 96, 180
leyes del movimiento de, 70-72, 76, 81-82
tercera ley de, 213
Nivel de Fermi, 387, 392-394, 427-429
Nodos, 265-270
Nubes electrónicas, 80, 349-354, 367
Nuclear energía, 136, 430-434
armas, 419, 421, 431-433, 437
estructura, 408, 425-429
física, 408-441
fisión, 429-431
fuerza, 92
fusión, 432-434
modelo de capas, 429
niveles de energía, 427-429
radio, 439-441
reactor, 30
tamaño, 408-409, 421-423, 439-442
Nuclear, sección transversal, 439
densidad, 409
emulsión, 46
Nucleón, 408
Nucleón-nucleón, fuerza, 408, 424-428
Núcleos pesados, 427-431
Número atómico, 146, 374
de Avogadro, 156
Números cuánticos, 350, 355
mágicos, 429

"O"

Octete modelo de, 465
Oersted, H. C., 222
Ohm, ley de, 240-245, 390
Ondas asociadas al electrón en una caja, 344-348
estacionarias, 344, 347-349
estacionarias en una caja, 344-345
senoidales, 264-270
sonoras, 268-270
superficiales, 268-270
Optica geométrica, 276-280
Orbital sp, 384
Orbitas electrónicas, 365-366
Oscilación, 86

"P"

Paquete de ondas, 335-338
Parábola, 53
Paradoja de los gemelos, 296-298
de relojes, 296-298
Paridad, 165, 215-216, 468-471
Partículas lambda, 462-465
elementales, 446-477
extrañas, 462-465
pesadas, 135-136
Pauli, principio de exclusión de, 365, 383, 427
Pauli, W., 449
Péndulo, 84-85, 107-108, 124
Penetración de barrera, 397-401
Período, 64, 249
de oscilación, 260-261
Peso, 102-106, 307
atómico, 156
Pión, 296, 459-467
decaimiento, 469-471

Planck Marx, 325-326
constante de, 322, 326, 333
Plano inclinado, 82-83
Plutonio, 411, 430-431
Política, 437-439
Polos magnéticos, 211
Positrón, 452, 456
Potencia eléctrica, 245
de contacto, 388-389
Potencial eléctrico, 193-195
diagramas de, 125-127, 191, 347-349, 424, 426-427
eléctrico, 188-194
energía, 122-134
pozo de, 347-348, 386, 388
Pozo cuadrado, 347-348, 425-427
Presión, 142-145, 147, 150
atmosférica, 144
de vapor, 160-161
Primera ley de la termodinámica, 164
Principio de Arquímedes, 145
de equivalencia, 107-108, 307
de exclusión, 363, 365, 427
de incertidumbre, 336-338, 447
de incertidumbre de Heisenberg, 335-338
de relatividad, 286-287
de simetría, 164-165
de superposición, 264
Probabilidad, 413
Procesos irreversibles, 163-164
Producción asociada, 462
de pares, 452-453
Promedio, definición de, 43
pesado, 43
velocidad, 43-45
Propulsión de cohetes, 76-77
Protón, 135-136

"Q"

Quark, 446, 468
Quasars, 313
Química, 365, 373
orgánica, 384-385

"R"

Rad, 420
Radiación del cuerpo negro, 325
electromagnética, 246, 260-263
infrarroja, 88, 262
Radiactividad, 195
Radio, 246-247, 262
atómico, 372, 375-376
del átomo de hidrógeno, 360-361
Radioisótopos, 416-418
Rapidez, 42
Rayos cósmicos, 434-437
de luz, 276-281
gamma, 263
X, 273-274
Reacción en cadena, 431
Reflexión interna, 399
ligadura iónica, 382-383
Refracción, 277-280
Regla de la mano derecha, 214-215
Reingreso del satélite, 134
Rejilla de difracción, 273, 275
Relación masa-energía de Einstein, 30
Relatividad, 46-47, 71, 208-210, 286-308
especial, 306
general, 107-109, 306-311
Relojes, 294-295
Resistencia, 241-245, 389
Resonancias, 465-467
Resorte, 85, 125-126
Responsabilidad social de los científicos, 437-439
Röentgen, 420
Rotación, 114-116
Rutherford, E., 322-324

"S"

Saltos cuánticos, 345
Satélite Pájaro Madrugador, 97
Satélites, 61-63, 92
leyes de escala, 34
de la Tierra, 61-63
Sciama, D., 298, 309
Sección transversal, 439
Segunda ley de la termodinámica, 164
Semiconductores, 391
Simetría de antipartícula, 456, 470-471
Simultaneidad, 292, 300-301
Sincrociclotrón, 249-250
Sincrotrones de Cornell, 252-253, 302
Sistema de referencia en rotación, 60
de referencia inercial, 71, 108-109, 309
masa inercial, 70-71, 106-107, 310
métrico, 25, 27
solar, 98-99
Solenoide, campo de un, 219-220
Sólidos, 159, 385-387
Spin, 447, 449
del electrón, 365, 366
isotópico, 473
Sputnik I, 61
Stat-ampere, 204
Stat-Coulomb, 175
Stat-volt, 193
Superconductividad, 390
Superfluidez, 395-396
Supernova, 437-438

"T"

Tabla de constantes físicas, 479
de los elementos, 480
de partículas elementales, 467
periódica de los elementos, 465-474, 481
Tamaño atómico, 360-361
de los atómos, 360-361
Telescopio, 277
Televisión, 247-248
Temperatura, 151-154
termonuclear, 432
absoluta, 152-154
Teorema binomial, 304
Teoría cinética del calor, 157-159
de circuitos, 242-245
del "gran estallido", 314
iónica, 382
ligadura covalente, 383
metálica, 386, 387
molecular, 382-385
ondulatoria, 260-275
Termómetro, 151
de gas, 151
Thompson, G. P., 334
Tiempo, 26, 163-164, 292, 295
Torca, 119-120
Trabajo, 121
Transformador, 228
Transistores, 394
Trayectoria libre media, 389
Tritio, 451

"U"

Ultravioleta, 262-263
Unidades, 25-27, 33, 63
eléctricas, 240

Unión p-n, 392-395
Universo, 310-315
Uranio, 399, 430-431

"V"

Valencia, 365, 369
Velocidad, 42-45
  circular, 62
  constante, 42
  de escape, 50, 129-131
  de la luz, 230, 278, 287-292
  instantánea, 42, 43
  promedio, 43
  de arrastre, 205-209, 241-242
Vectores, 53-56
Viajes espaciales, 99
Vida, 295
  media, 296, 415-416
  promedio, 414-416
Viscosidad, 396
Volt, 193

"W"

Watt, 240, 245
Wu. C. S., 450

"Y"

Young, T., 270-271
Yukawa, H., 459, 461

Los dibujos de línea son de Herschel Wartic y Frank McCarthy y los de brocha de aire son de John Yue del Departamento Artístico de John Wiley & Sons, Inc.

Versión autorizada en español de la 2ª edición original en inglés publicada por John Wiley & Sons, Inc., Nueva York, bajo el título:

FUNDAMENTAL PHYSICS, SECOND EDITION

Derechos reservados por:
© 1961, 1967, JOHN WILEY & SONS, INC.

Versión española:

GUILLERMO AGUILAR SAHAGUN
Maestría en Ciencias en Física de la Universidad Nacional Autónoma de México.
Profesor de Física General de la Facultad de Ciencias e Investigador del Instituto de Física, Universidad Nacional Autónoma de México.

RAUL GOMEZ GONZALEZ
Físico de la Universidad Nacional Autónoma de México, Profesor de Física General y Mecánica, y Jefe de los Laboratorios de Física de la Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México.

Revisión:

Dr. EUGENIO LEY KOO
Doctor en Física de la Universidad de Indiana, Investigador del Instituto de Física y Profesor de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México, Colaborador del Programa de Educación y Capacitación de la Comisión Nacional de Energía Nuclear.

Derechos reservados en lengua española:
© 1970, EDITORIAL LIMUSA-WILEY, S. A.
Arcos de Belem núm. 75. México, D. F.
Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial. Registro núm. 121.

Primera edición: 1965
Segunda edición: 1970

Impreso en México
[328]

Esta obra se terminó de imprimir el día 24
de julio de 1970, en los talleres de Lito Offset
Victoria S. A., Geranio 284, México 4, D. F.,

La edición consta de 5,000 ejemplares
más sobrantes para reposición.

L. 85

EJEMPLAR Nº 347

OBRAS AFINES

FISICA PROGRAMADA
Volumen 1, Mecánica
Joseph y Leahy

FISICA PROGRAMADA
Volumen II
Electricidad y Magnetismo
Joseph y Leahy

MECANICA VECTORIAL
PARA INGENIEROS
Parte I: Estática
Parte II: Dinámica
Nara

HIDRAULICA
Schlag

FUNDAMENTOS DE
TERMODINAMICA
Van Wylen y Sonntag

FUNDAMENTOS
DE FISICOQUIMICA
Maron y Prutton

FISICOQUIMICA
Eggers, Gregory
Halsey y Rabinovitch

EXPERIMENTOS DE
FISICOQUIMICA
Urquiza

No obstante que la primera edición de este libro ha tenido un gran éxito, el autor ha hecho innovaciones de tal trascendencia, que esta segunda edición resulta positivamente una de las obras de física más moderna, completa y didáctica que se haya publicado en la actualidad.

La característica más excepcional de esta obra es su sistema de enseñanza autodidáctica, que le permite al estudiante cerciorarse si ha comprendido o no el material recién estudiado. Además, da una explicación más elaborada en términos de mecánica cuántica respecto a la estructura atómica, teoría de metales, estructura nuclear, difracción por dispersión, semiconductores, hibridización, lasers, radiactividad y otros temas de gran importancia.

Constituye un magnífico libro de texto para el curso de física que se imparte en escuelas preparatorias, vocacionales y técnicas. También es una obra muy útil para el curso de introducción del primer año de nivel profesional, en las diversas carreras de ciencia e ingeniería.